

2.2

Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδας 78 – 83

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1.

Η βαθμολογία 50 φοιτητών στις εξετάσεις ενός μαθήματος είναι:

3	4	5	8	9	7	6	8	7	10
8	7	6	5	9	3	8	5	6	6
6	3	5	6	4	2	9	8	7	7
1	6	3	1	5	8	1	2	3	4
5	6	7	9	10	9	8	7	6	5

- α) Να κατασκευάσετε των πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απολύτων και αθροιστικών)
- β) Από τον πίνακα να εκτιμήσετε το ποσοστό των φοιτητών που πήραν βαθμό
- Κάτω από την βάση (μικρότερο του 5)
 - Άριστα (9 ή 10)
 - Τουλάχιστον 7 αλλά το πολύ 9.

Λύση

α)

Μετά από την σχετική διαλογή ο πίνακας των συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων είναι ο παρακάτω

Βαθμός x_i	Συχν. v_i	Σχ. συχν. f_i	Σχ. συχν $f_i \%$	Αθρ. Συχν N_i	Σχ.Αθρ. συχν F_i	Σχ. αθρ.συχν $F_i \%$
1	3	0,06	6	3	0,06	6
2	2	0,04	4	5	0,10	10
3	5	0,10	10	10	0,20	20
4	3	0,06	6	13	0,26	26
5	7	0,14	14	20	0,40	40
6	9	0,18	18	29	0,58	58
7	7	0,14	14	36	0,72	72
8	7	0,14	14	43	0,86	86
9	5	0,10	10	48	0,96	96
10	2	0,04	4	50	1	100
Σύνολο	50	1	100	-----	-----	-----

β)

- i) Από τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι, το ποσοστό των φοιτητών που πήραν κάτω από την βάση είναι όπως βλέπουμε στη στήλη (4), ίσο με :
- $$6 + 4 + 10 + 6 = 26\%$$
- ii) Άριστα (9 ή 10) πήρε το : $10 + 4 = 14\%$
- iii) Τουλάχιστον 7 αλλά το πολύ 9 πήρε το : $14 + 14 + 10 = 38\%$

2.

Οι παραπάνω φοιτητές ήταν αντίστοιχα αγόρια (Α) ή κορίτσια (Κ)

Α	Α	Κ	Α	Κ	Α	Α	Α	Κ	Κ
Κ	Κ	Α	Α	Α	Κ	Α	Κ	Α	Α
Α	Α	Α	Α	Κ	Κ	Α	Κ	Α	Κ
Κ	Κ	Κ	Α	Κ	Κ	Α	Α	Α	Α
Α	Α	Κ	Α	Κ	Κ	Α	Α	Α	Κ

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας απόλυτες συχνότητες

Φύλλο	Βαθμοί		Σύνολο
	≤ 5	> 5	
Α			
Κ			
Σύνολο			

Λύση

Εύκολα βρίσκουμε ότι αγόρια με βαθμό ≤ 5 είναι 11, ενώ με βαθμό > 5 είναι 18.

Επίσης κορίτσια με βαθμό ≤ 5 είναι 9, ενώ με βαθμό > 5 είναι 12.

Οπότε ο πίνακας συμπληρωμένος γίνεται

Φύλλο	Βαθμοί		Σύνολο
	≤ 5	> 5	
Α	11	18	29
Κ	9	12	21
Σύνολο	20	30	50

3.

Να μετατρέψετε τον προηγούμενο πίνακα συχνοτήτων της άσκησης 2 σε πίνακα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό:

α) Ως προς το σύνολο των φοιτητών

β) Ως προς το φύλλο (γραμμές)

γ) Ως προς τον βαθμό (στήλες)

και να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα

Λύση

α)

Για να μετατρέψουμε τον προηγούμενο πίνακα σε πίνακα σχετικών συχνοτήτων ως προς το σύνολο των φοιτητών επί % , διαιρούμε τις συχνότητες του πίνακα με το σύνολο των φοιτητών δηλαδή με το 50 και πολλαπλασιάζουμε με 100.

Οπότε έχουμε

Φύλλο	Βαθμοί		Σύνολο
	≤ 5	> 5	
A	22%	36%	58%
K	18%	24%	42%
Σύνολο	40%	60%	100%

Από τον πίνακα αυτόν καταλαβαίνουμε ότι το 22% των φοιτητών είναι αγόρια με βαθμό ≤ 5 , ενώ το 36% είναι αγόρια με βαθμό > 5 .

Για τα κορίτσια, το 18% πήρε βαθμό ≤ 5 , ενώ το 24% πήρε βαθμό > 5 .

Ακόμα βλέπουμε ότι, το 40% των φοιτητών πήραν βαθμό ≤ 5 , ενώ το 60% πήραν βαθμό > 5 .

Επίσης ότι, το 58% των φοιτητών είναι αγόρια, ενώ το 42% κορίτσια

β)

Για να μετατρέψουμε τον ίδιο πίνακα σε πίνακα σχετικών % συχνοτήτων ως προς το φύλλο, διαιρούμε τις συχνότητες των γραμμών με το σύνολο της κάθε γραμμής και πολλαπλασιάζουμε με 100. Οπότε έχουμε

Φύλλο	Βαθμοί		Σύνολο
	≤ 5	> 5	
A	37,93%	62,07%	100%
K	42,86%	57,14%	100%
Σύνολο

Από τον πίνακα αυτόν βλέπουμε ότι, το 37,93% των αγοριών πήρε βαθμό ≤ 5 ενώ το 62,07% > 5 .

Επίσης το 42,86% των κοριτσιών πήρε βαθμό ≤ 5 ενώ το 57,14% των κοριτσιών πήρε βαθμό > 5 .

γ)

Για να μετατρέψουμε τον ίδιο πίνακα σε πίνακα σχετικών % συχνοτήτων ως προς τον βαθμό, διαιρούμε την συχνότητα κάθε στήλης με το σύνολο της αντίστοιχης στήλης και πολλαπλασιάζουμε με 100. Οπότε έχουμε

Φύλλο	Βαθμοί		Σύνολο
	≤ 5	> 5	
A	55%	60%
K	45%	40%	...
Σύνολο	100%	100%

Από τον πίνακα αυτόν βλέπουμε ότι το 55% των φοιτητών είναι αγόρια με βαθμό ≤ 5 και το 45% είναι κορίτσια με βαθμό ≤ 5 , ενώ το 60% των φοιτητών είναι αγόρια με βαθμό > 5 και το 40% των φοιτητών ήταν κορίτσια με βαθμό > 5 .

4.

Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων, που δίνει την κατανομή του αριθμού των ημερών απουσίας από την εργασία τους λόγω ασθένειας 50 εργατών, να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των εργατών που απουσίασαν

- α) τουλάχιστον 1 ημέρα
 β) πάνω από 5 ημέρες
 γ) από 3 έως 5 ημέρες
 δ) το πολύ 5 ημέρες
 ε) ακριβώς 5 ημέρες

Αριθμός ημερών	Συχνότητα
0	12
1	8
2	5
3	4
4	5
5	8
6	0
7	5
8	2
9	1

Λύση

α)

Τουλάχιστον 1 ημέρα : $50 - 12 = 38$

(από το σύνολο αφαιρούμε τους 12 που απουσίασαν 0 ημέρες)

β)

Πάνω από 5 ημέρες απουσίασαν :

$0 + 5 + 2 + 1 = 8$ εργάτες .

Το ποσοστό αυτών είναι $\frac{8}{50} = 0,16 = 16\%$

γ)

Από 3 έως 5 ημέρες απουσίασαν : $4 + 5 + 8 = 17$ εργάτες.

Το ποσοστό αυτών είναι $\frac{17}{50} = 0,34 = 34\%$

δ)

Το πολύ 5 ημέρες σημαίνει από 5 ημέρες και κάτω.

Το πλήθος αυτό είναι $12 + 8 + 5 + 4 + 5 + 8 = 42$

και το ποσοστό : $\frac{42}{50} = 0,84 = 84\%$

ε)

Ακριβώς 5 ημέρες απουσίασαν 8 εργάτες

και το ποσοστό τους είναι $\frac{8}{50} = 0,16 = 16\%$ **5.**

Να συμπληρωθεί ο πίνακας

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1						10
2	4	0,20	6			
3				0,60		
4					25	
5	2					
6						
Σύνολο						

Λύση**1^η γραμμή**Επειδή το $F_1\% = 10$ θα είναι και το $f_1\% = 10$.

$$F_1 = \frac{10}{100} = 0,1 \quad \text{άρα και} \quad f_1 = 0,1.$$

Επειδή $N_2 = 6$ και $v_2 = 4$, από την σχέση $N_2 = v_1 + v_2 \Rightarrow$

$$6 = 4 + v_1$$

$$v_1 = 2, \quad \text{οπότε και} \quad N_1 = 2.$$

2^η γραμμή

$$f_1 = \frac{v_1}{v} \Rightarrow 0,1 = \frac{2}{v} \Rightarrow v = 20$$

$$F_2 = f_1 + f_2 = 0,1 + 0,2 = 0,3 \quad \text{άρα} \quad F_2\% = 30$$

και αφού $f_2 = 0,20$ θα είναι $f_2\% = 20$.**3^η γραμμή**

$$F_3 = 0,60 \Rightarrow F_3\% = 60$$

$$F_3 = f_1 + f_2 + f_3 \Rightarrow 0,60 = 0,10 + 0,20 + f_3 \Rightarrow$$

$$f_3 = 0,3 \quad \text{άρα} \quad f_3\% = 30$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Rightarrow 0,3 = \frac{v_3}{20} \Leftrightarrow v_3 = 6$$

$$\text{άρα} \quad N_3 = N_2 + v_3 = 6 + 6 = 12$$

4^η γραμμή $f_4\% = 25 \Rightarrow f_4 = 0,25$ επίσης έχουμε

$$F_4 = F_3 + f_4 = 0,6 + 0,25 = 0,85 \quad \text{άρα και} \quad F_4\% = 85.$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} \Rightarrow 0,25 = \frac{v_4}{20} \Leftrightarrow v_4 = 5$$

$$\text{Οπότε } N_4 = N_3 + v_4 = 12 + 5 = 17$$

5^η γραμμή

$$N_5 = N_4 + v_5 = 17 + 2 = 19$$

$$f_5 = \frac{v_5}{v} \Leftrightarrow f_5 = \frac{2}{20} \text{ οπότε } f_5\% = 10,$$

$$\text{και } F_5 = F_4 + f_5 = 0,85 + 0,1 = 0,95$$

$$\text{άρα } F_5\% = 95$$

6^η γραμμή

$$v_6 = v - N_5 \Rightarrow v_6 = 20 - 19 = 1$$

$$N_6 = N_5 + v_6 = 19 + 1 = 20$$

$$f_6 = \frac{v_6}{v} \Leftrightarrow f_6 = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ άρα } f_6\% = 5$$

$$F_6 = F_5 + f_6 = 0,95 + 0,05 = 1$$

$$F_6\% = 100$$

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	2	0,10	2	0,10	10	10
2	4	0,20	6	0,30	20	30
3	6	0,30	12	0,60	30	60
4	5	0,25	17	0,85	25	85
5	2	0,10	19	0,95	10	95
6	1	0,05	20	1,00	5	100
Σύνολο	20	1,00	-----	-----	100	-----

6.

Να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων του βαθμού των Μαθηματικών για τα αγόρια και τα κορίτσια (χωριστά) του πίνακα 4 της σελίδας 64.

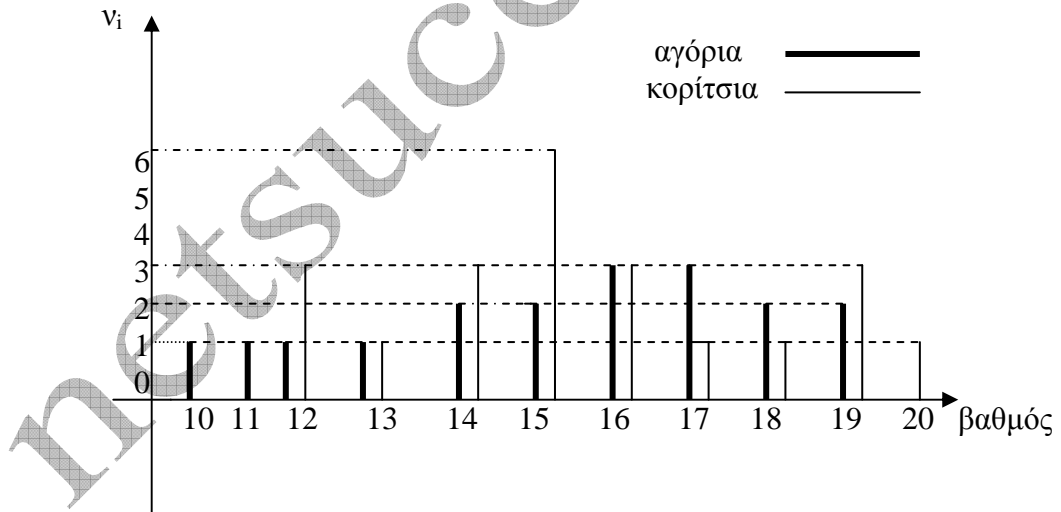
Λύση

Πρώτα φτιάχνουμε πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Μετά την σχετική διαλογή βρίσκουμε ότι ο πίνακας συχνοτήτων είναι ο παρακάτω

Βαθμός	Αγόρια v_a	Κορίτσια v_k
10	1	0
11	1	0
12	1	3
13	1	1
14	2	3
15	2	6
16	3	3
17	3	1
18	2	1
19	2	3
20	0	1
Σύνολο	18	22

Το διάγραμμα συχνοτήτων είναι το παρακάτω



7.

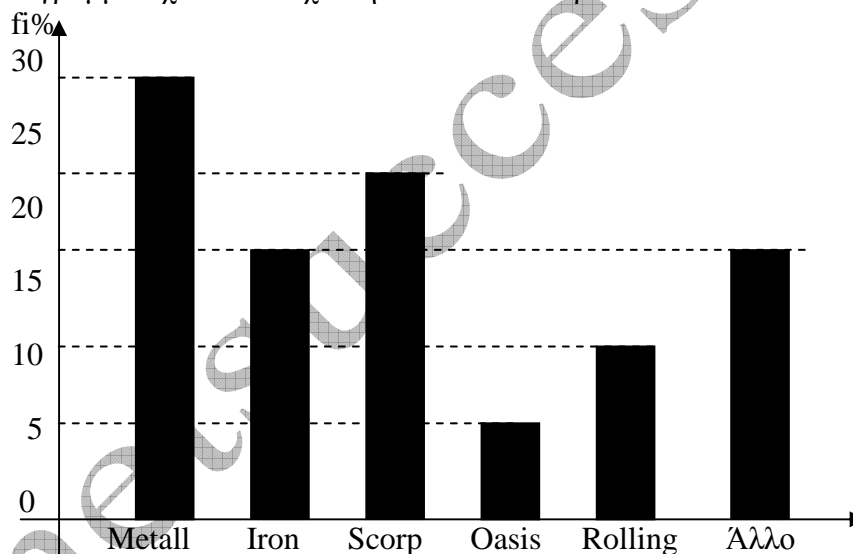
Τα δημοφιλέστερα ξένα μουσικά συγκροτήματα των 18 αγοριών του πίνακα 4 της σελίδας 64 ήσαν : Metalika, Iron Maiden, Άλλο, Scorpions, Oasis, Άλλο, Άλλο, Rolling Stones, Metallica, Metallica, Rolling Stones, Metallica, Iron Maiden, Iron Maiden, Scorpions, Scorpions, Scorpions, Metallica. Να κατασκευάσετε α) το ραβδόγραμμα και β) το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Λύση

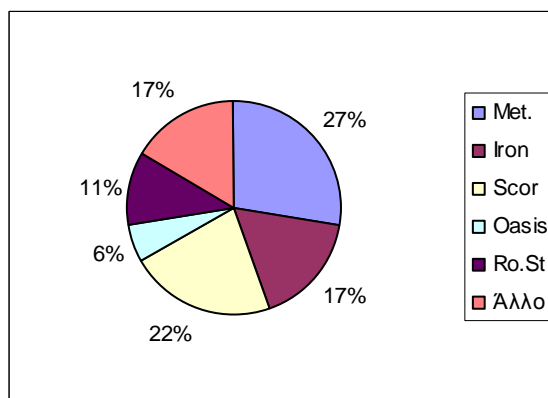
Πρώτα κατασκευάζουμε πίνακα συχνοτήτων

Συγκρότημα x_i	v_i	f_i	$f_i \%$
Metallica	5	0,278	27,8
Iron Maiden	3	0,167	16,7
Scorpions	4	0,222	22,2
Oasis	1	0,055	5,5
Roling Stones	2	0,111	11,1
Άλλο	3	0,167	16,7
Σύνολο	18	1	100

Το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων είναι το παρακάτω



Κυκλικό διάγραμμα



8.

Σ' ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 450 μαθητών ενός γυμνασίου σε τέσσερις κατηγορίες «Άριστα», «Λίαν καλώς», «Καλώς» και «Σχεδόν καλώς». Το 30% των μαθητών έχουν επίδοση «Λίαν καλώς». Η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση «Καλώς» είναι 144° . Οι μαθητές με βαθμό «Σχεδόν Καλώς» είναι διπλάσιοι των μαθητών με επίδοση «Άριστα». Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Πόσοι μαθητές έχουν επίδοση τουλάχιστον «Λίαν καλώς»;

Λύση

Από τον τύπο $\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$, για την γωνία του κυκλικού τομέα της τιμής

«Καλώς» έχουμε: $144^\circ = 360^\circ \cdot f_k$ άρα $f_k = \frac{144}{360} = 0,4$.

Από υπόθεση, η σχετική συχνότητα της τιμής «Λίαν Καλώς» είναι 30%,

άρα $f_{\lambda,κ} = 0,3$.

Επειδή οι μαθητές με τιμή «Σχεδόν καλώς» είναι διπλάσιοι από τους μαθητές με τιμή «Άριστα», η σχετική συχνότητα της τιμής «Σχεδόν καλώς» θα είναι διπλάσια από την σχετική συχνότητα της τιμής «Άριστα»:

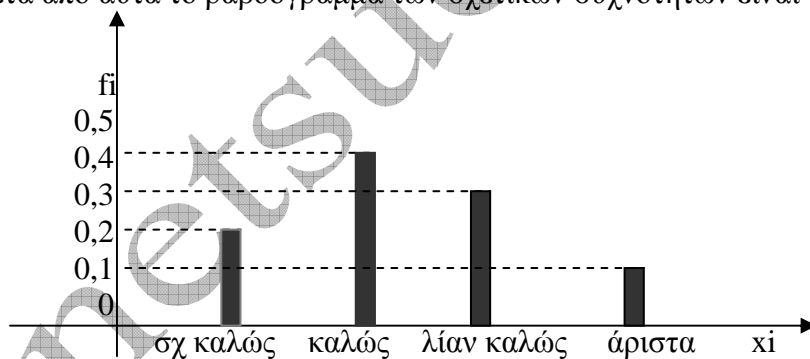
$$f_{σχκ} = 2f_a, \text{ όμως } f_{σχ,κ} + f_k + f_{\lambda,κ} + f_a = 1$$

$$2f_a + 0,4 + 0,3 + f_a = 1$$

$$3f_a = 0,3$$

$$f_a = 0,1 \text{ οπότε } f_{σχ,κ} = 0,2$$

Μετά από αυτά το ραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων είναι το παρακάτω



Επειδή το $30\% + 40\% + 20\% = 90\%$ των μαθητών έχει βαθμό τουλάχιστον

“Λίαν καλώς” το πλήθος αυτών θα είναι ίσο με $\frac{90}{100} \cdot 450 = 405$ μαθητές

9.

Από το 1960 έως το 1998, ο Παναθηναϊκός έχει κατακτήσει 15 τίτλους, ο Ολυμπιακός 12, η ΑΕΚ 9, ο ΠΑΟΚ 2 και η Λάρισα 1. Να γίνει το ραβδόγραμμα και το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων

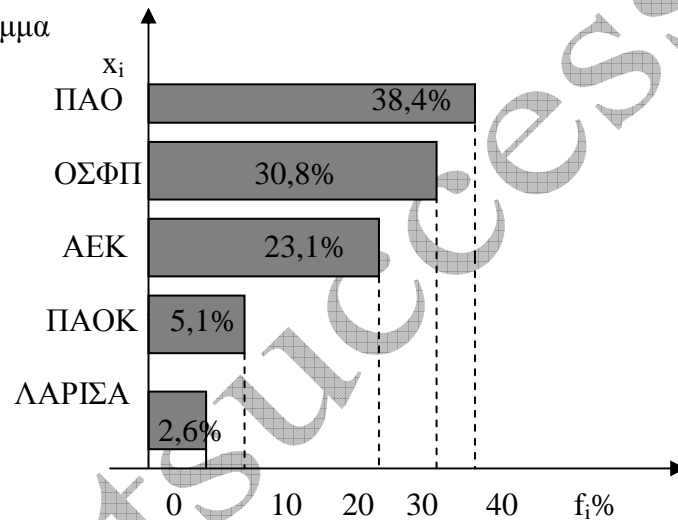
Λύση

Πρώτα κατασκευάζουμε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

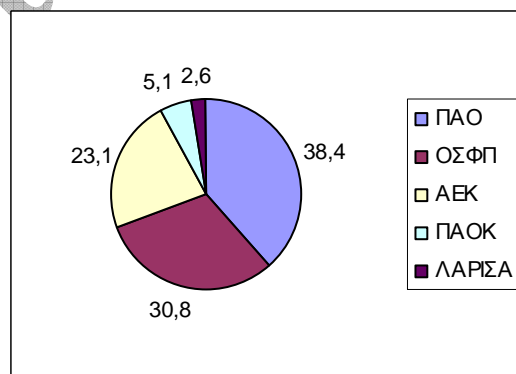
Ομάδα	v_i	f_i	$f_i \%$
ΠΑΟ	15	0,384	38,4
ΟΣΦΠ	12	0,308	30,8
ΑΕΚ	9	0,231	23,1
ΠΑΟΚ	2	0,051	5,1
Λάρισα	1	0,026	2,6
Σύνολο	39	1	100

Με βάση τον παραπάνω πίνακα το ραβδόγραμμα και το κυκλικό διάγραμμα των σχετικών συχνοτήτων είναι τα παρακάτω

Ραβδόγραμμα



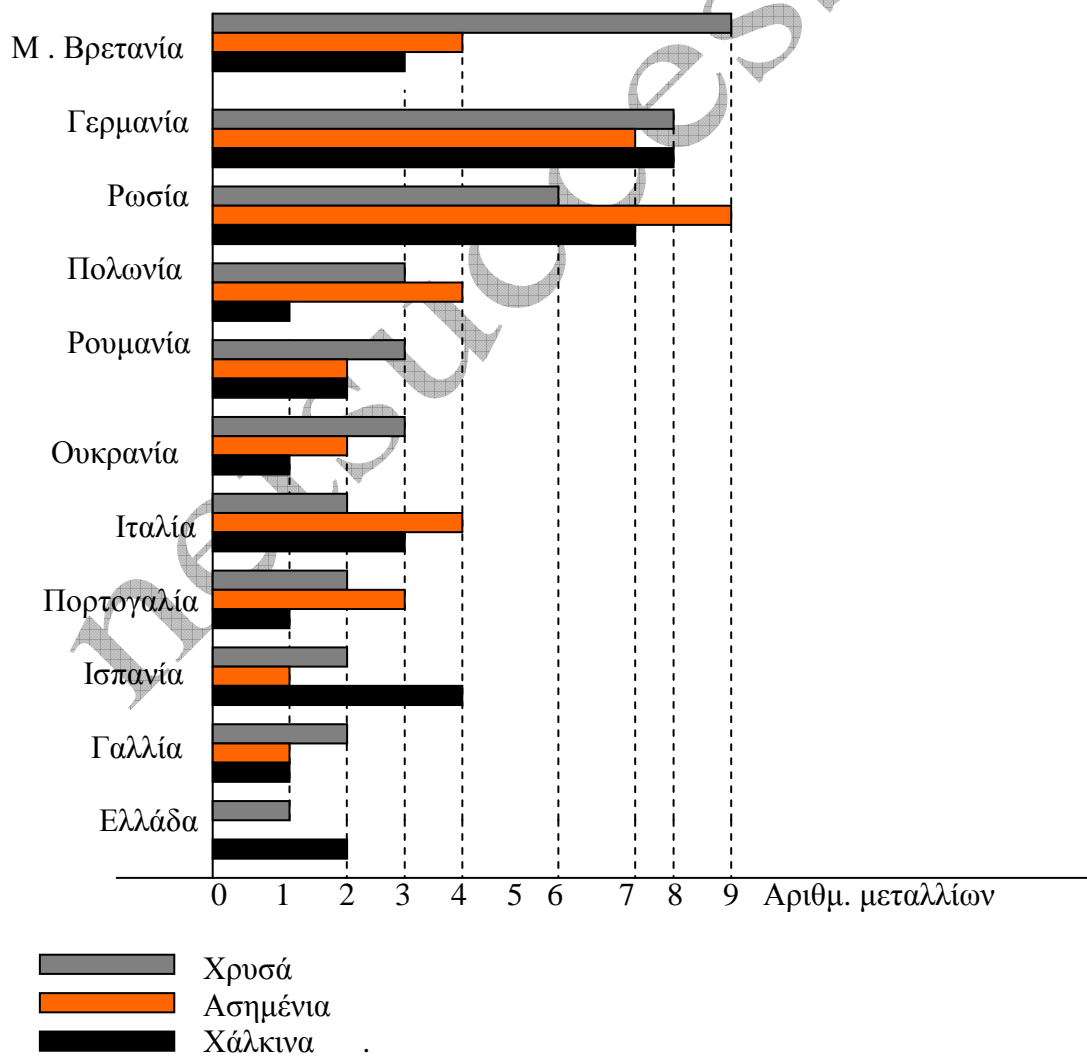
Κυκλικό διάγραμμα



10.

Παρακάτω δίνονται τα μέταλλα που πήραν μερικές χώρες στο Ευρωπαϊκό πρωτάθλημα στίβου το 1998. Να παρασταθούν τα δεδομένα αυτά σε ένα ραβδόγραμμα

Χώρα	Χρυσά	Ασημένια	Χάλκινα
Μ Βρετανία	9	4	3
Γερμανία	8	7	8
Ρωσία	6	9	7
Πολωνία	3	4	1
Ρουμανία	3	2	2
Ουκρανία	3	2	1
Ιταλία	2	4	3
Πορτογαλία	2	3	1
Ισπανία	2	1	4
Γαλλία	2	1	1
Ελλάδα	1	0	2

Λύση

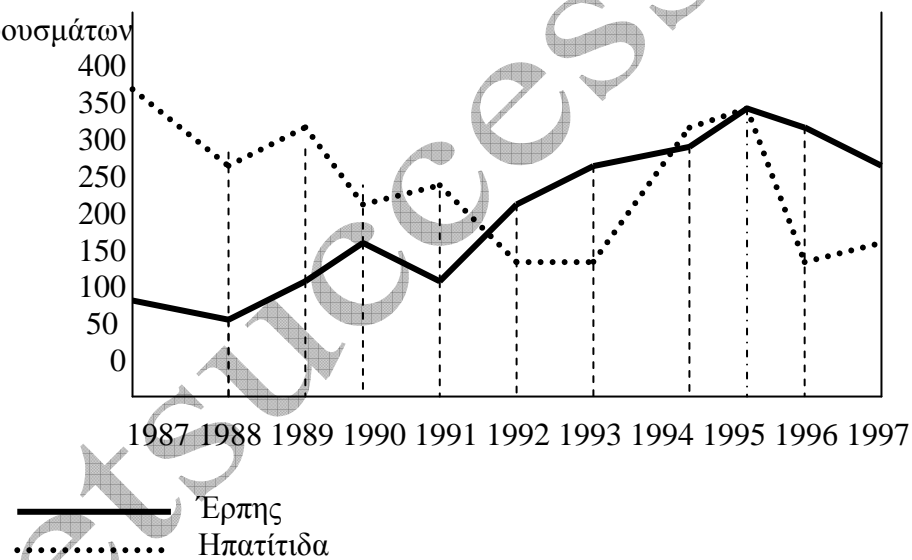
11.

Τα κρούσματα δύο λοιμοδών νόσων από το 1987 έως το 1997 δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να κατασκευάσετε τα αντιστοιχα χρονογράμματα και να τα σχολιάσετε.

Έτος	Έρπης	Ηπατίτιδα Α
1987	85	351
1988	58	254
1989	123	273
1990	178	172
1991	134	213
1992	201	127
1993	241	123
1994	252	259
1995	338	295
1996	296	107
1997	256	131

Λύση

Πλήθος κρουσμάτων



Παρατηρούμε ότι για τον έρπητα υπάρχει ανοδική τάση μέχρι το 1995 και μετά παρατηρούμε μία μικρή πτώση.

Για την ηπατίτιδα έχουμε καθοδική τάση μέχρι το 1993, σημαντική αύξηση τα έτη 1994 και 1995 και μετά πτώση στα επίπεδα των ετών 1992–1993.

12

Τα παρακάτω δεδομένα αντιπροσωπεύουν την επίδοση 50 υποψηφίων για την πρόσληψη τους σε μία ιδιωτική σχολή (κλίμακα 0 -10)

7 8 5 1 4 7 3 9 9 2 5 3 8 6 7 7 6 8 1 3 0 1 4 9
9 7 8 6 1 2 3 5 4 6 6 4 3 2 8 8 7 7 6 5 5 9 2 4

- α) Να παραστήσετε τα δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων.
β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων
γ) Αν η σχολή θελήσει να πάρει όσους έχουν επίδοση μεγαλύτερη ή ίση του 8, πόσους θα πάρει;
δ) Αν η σχολή πάρει μόνο το 36% των υποψηφίων, τι επίδοση θα πρέπει να έχει κάποιος για να επιλεγεί;

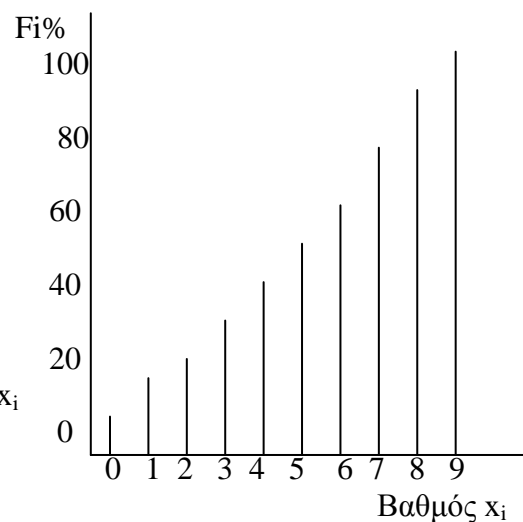
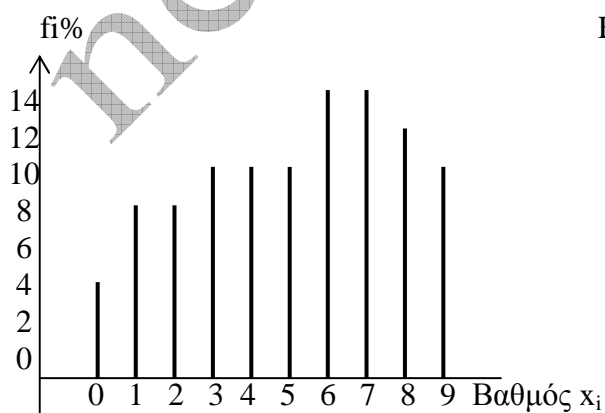
Λύση

α)

Πίνακας συχνοτήτων

Βαθμός x_i	Συχνότ. v_i	Σχτ. συχ f_i	Σχτ. συχ $f_i \%$	Αθρ συχ F_i	Αθρ.σχ. συχ $F_i \%$
0	2	0,04	4	0,04	4
1	4	0,08	8	0,12	12
2	4	0,08	8	0,20	20
3	5	0,10	10	0,30	30
4	5	0,10	10	0,40	40
5	5	0,10	10	0,50	50
6	7	0,14	14	0,64	64
7	7	0,14	14	0,78	78
8	6	0,12	12	0,90	90
9	5	0,10	10	1,00	100
Σύνολο	50	1,00	100	-----	-----

- β) Διαγράμματα σχετικών και των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων



γ)

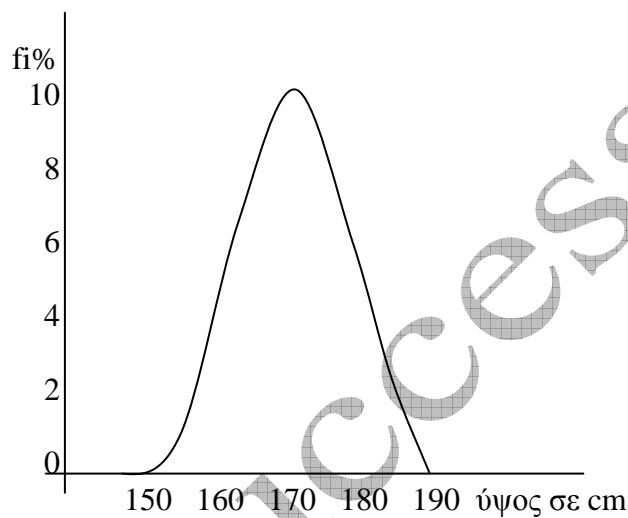
Η συχνότητα του βαθμού 8 είναι 6 και η συχνότητα του βαθμού 9 είναι 5, επομένως η σχολή θα πάρει $6 + 5 = 11$ υποψηφίους

δ)

Είναι προφανές ότι θα επιλέξει η σχολή το 36% των υποψηφίων με την μεγαλύτερη βαθμολογία. Από την στήλη των $f_i\%$ παρατηρούμε ότι το 36% των υποψηφίων έχει βαθμό ≥ 7

14.

Ένας μαθητής έκανε το παρακάτω πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων για το ύψος των αγοριών της τάξης του και ο καθηγητής το διέγραψε σαν λάθος. Είχε δίκιο ο καθηγητής;



Λύση

Το εμβαδόν της περιοχής που περικλείεται από τον οριζόντιο άξονα και το πολύγωνο των σχετικών % συχνοτήτων πρέπει να είναι ίσο με 100.

Στο παραπάνω σχήμα αυτή η περιοχή πλησιάζει σε τρίγωνο με βάση $190 - 150 = 40\text{cm}$ και ύψος 10cm .

Άρα το εμβαδόν της είναι $E = \beta \cdot \upsilon / 2 = 40 \cdot 10 / 2 = 200$.

Οπότε το πολύγωνο είναι λάθος, συνεπώς είχε δίκιο ο καθηγητής.

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1.

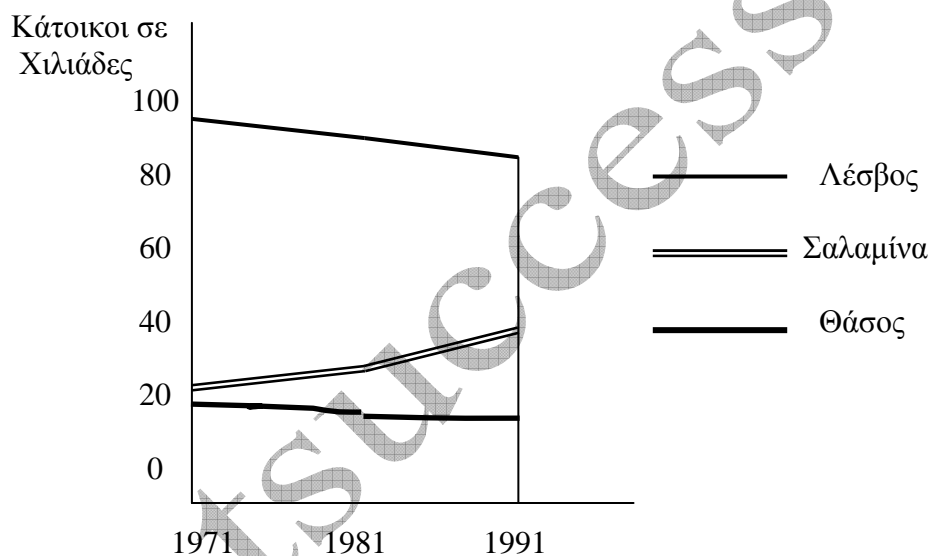
Να κατασκευάσετε τα αντίστοιχα χρονογράμματα για τον πληθυσμό των νησιών Λέσβου, Θάσου και Σαλαμίνας με βάση τον πίνακα 2 της σελίδας 63 και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα.

Απόσπασμα του πίνακα 2

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο πληθυσμός των νησιών Λέσβος, Θάσος και Σαλαμίνα κατά τις απογραφές των ετών 1971, 1981 και 1991.

Έτος \ Νήσος	1971	1981	1991
Λέσβος	97008	88601	87151
Θάσος	13316	13111	13527
Σαλαμίνα	23065	28574	34272

Λύση



Παρατηρούμε ότι για την νήσο Λέσβο η τάση είναι πτωτική,

για την Σαλαμίνα σαφώς ανοδική,

ενώ για την Θάσο η κατάσταση μένει περίπου σταθερή

2.

Οι βεβαιωθέντες θάνατοι από την χρήση ναρκωτικών ουσιών κατά τα έτη 1988 – 1998, σύμφωνα με τον ΟΚΑΝΑ, ήταν 62, 72, 66, 79, 79, 78, 146, 176, 222, 222, 65 αντίστοιχα. Από αυτούς είχαμε 7, 4, 2, 2, 1, 4, 8, 7, 14, 22, 6 μέχρι και 20 ετών, 43, 51, 34, 44, 47, 49, 71, 90, 98, 99, 33 από 21 έως 30 ετών και οι υπόλοιποι ήταν πάνω από 30 ετών. Να παρασταθούν τα δεδομένα αυτά με έναν πίνακα.

Λύση

Έτος	Ηλικία			Σύνολο
	≤20	21-30	≥ 31	
1988	7	43	12	62
1989	4	51	17	72
1990	2	34	30	66
1991	2	44	33	79
1992	1	47	31	79
1993	4	49	25	78
1994	8	71	67	146
1995	7	90	79	176
1996	14	98	110	222
1997	22	99	101	222
1998	6	33	26	65

3.

Να παρασταθούν τα παραπάνω δεδομένα της άσκησης 2 σε μορφή πίνακα αναφορικά με το έτος και το φύλλο των ατόμων, αν γνωρίζουμε ότι από τους βεβαιωθέντες θανάτους κατά τα έτη 1988 -1998 οι 8, 10, 7, 5, 9, 8, 11, 14, 20, 20, 9 αντίστοιχα ήταν γυναίκες.

Λύση

Έτος	Φύλλο		Σύνολο
	Ανδρες	Γυναίκες	
1988	54	8	62
1989	62	10	72
1990	59	7	66
1991	74	5	79
1992	70	9	79
1993	70	8	78
1994	135	11	146
1995	162	14	176
1996	202	20	222
1997	202	20	222
1998	56	9	65

5.

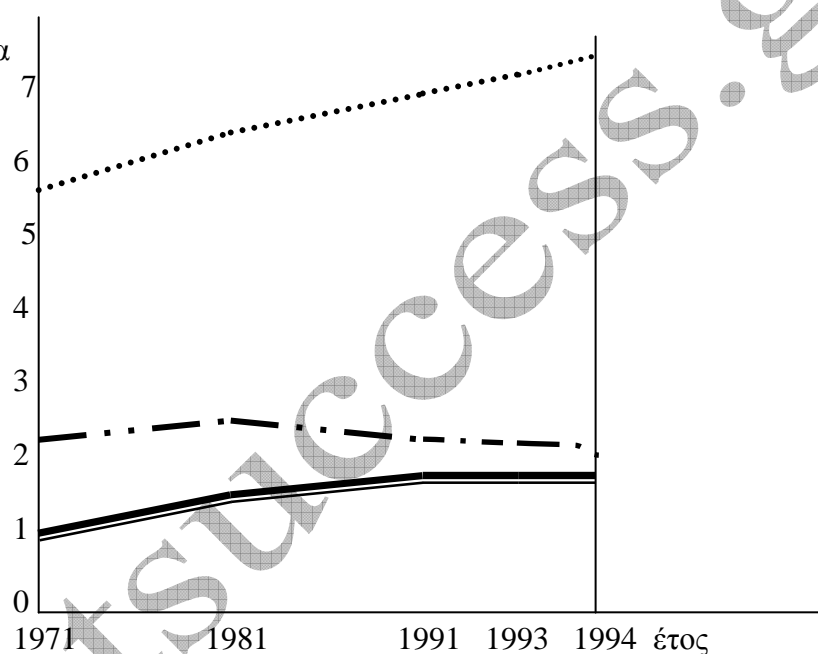
Να δοθεί και να ερμηνευτεί το χρονογράμμα των δεδομένων του παρακάτω πίνακα για κάθε ομάδα ηλικιών . (Ο πληθυσμός δίνεται σε εκατομμύρια κατοίκους)

Ηλικία Σε έτη	Απογραφή 1971	Απογραφή 1981	Απογραφή 1991	Εκτίμηση 1993	Εκτίμηση 1994
0 - 14	2,22	2,31	1,97	1,85	1,81
15 - 64	5,58	6,19	6,88	6,99	7,04
≥ 65	0,96	1,24	1,40	1,54	1,58

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ο πληθυσμός της Ελλάδας κατά ομάδες ηλικιών

Λύση

Κάτοικοι σε
Εκατομμύρια



.....
Ηλικίες 15-64

- . - . - .
Ηλικίες 0-14

—————
Ηλικίες ≥65

Παρατηρούμε ότι στις ηλικίες 0 -14, από το 1981 και μετά έχουμε πτωτική τάση, ενώ στις υπόλοιπες ηλικίες η τάση είναι αυξητική

6.

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων της συστολικής πίεσης 150 γυναικών ηλικίας 17 - 24 ετών που χρησιμοποιούν το φάρμακο Α για κάποια πάθηση και 200 γυναικών, ανάλογης ηλικίας που χρησιμοποιούν το φάρμακο Β.

- α) Να συγκρίνετε τα ποσοστά γυναικών που παίρνουν τα φάρμακα Α και Β και έχουν συστολική πίεση μεγαλύτερη ή ίση των 130mmHg
 β) Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων στο ίδιο σύστημα

Συστολική Πίεση σε mmHg	Φάρμακο Α v_i	Φάρμακο Β v_i
95-99	6	4
100-104	15	14
105-109	16	18
110-114	22	24
115-119	30	32
120-124	20	28
125-129	15	28
130-134	12	26
135-139	6	12
140-144	5	8
145-149	3	6
Σύνολο	150	200

Λύση**α)**

Πίεση μεγαλύτερη ή ίση από 130 mm Hg που παίρνουν το φάρμακο Α έχουν όπως φαίνεται από τον πίνακα $12 + 6 + 5 + 3 = 26$ γυναίκες .

Οπότε το ποσοστό αυτών είναι $\frac{26}{150} = 0,173 = 17,3\%$ περίπου

Επίσης οι γυναίκες που χρησιμοποιούν το φάρμακο Β και έχουν πίεση μεγαλύτερη ή ίση των 130 mm Hg είναι $26 + 12 + 8 + 6 = 52$

Οπότε το ποσοστό αυτών είναι $\frac{52}{200} = 0,26 = 26\%$.

Παρατηρούμε ότι το ποσοστό των γυναικών που χρησιμοποιούν το φάρμακο Α και έχουν συστολική πίεση μεγαλύτερη ή ίση των 130 mm Hg είναι μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό των γυναικών που χρησιμοποιούν το φάρμακο Β

β)

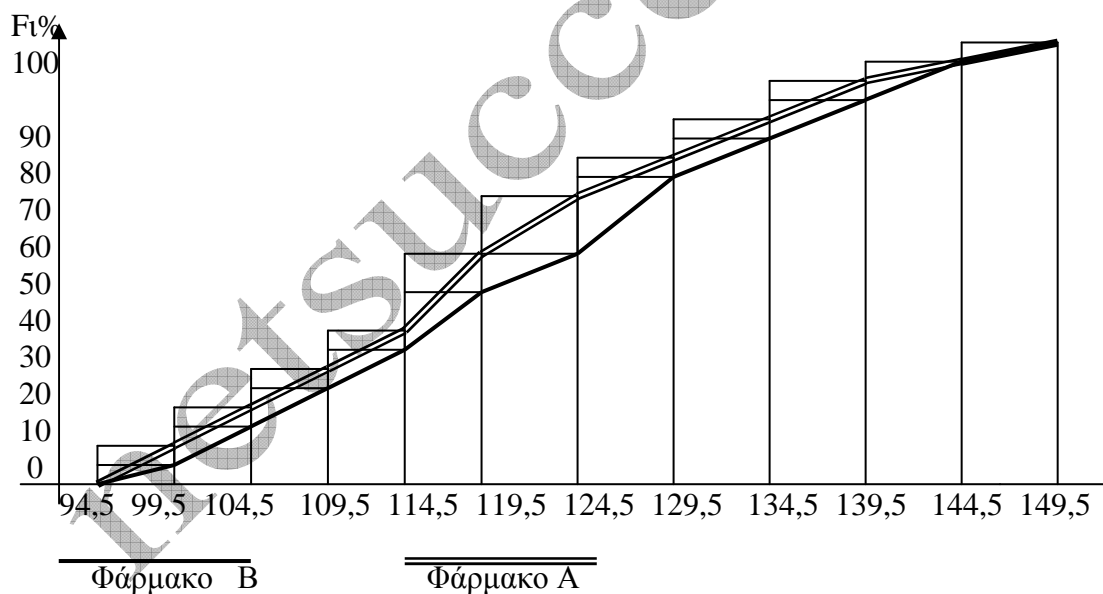
Όπως ξέρουμε, όταν κάνουμε ομαδοποίηση τιμών, οι κλάσεις που φτιάχνουμε είναι της μορφής $[,)$.

Αν λοιπόν πάρουμε τις ομάδες τιμών όπως αυτές δίνονται στον πίνακα, τότε οι δεξιά τιμές δεν θα ανήκουν σε καμία κλάση.

Επειδή ακόμα η μεταβλητή συστολική πίεση είναι συνεχής, κάνουμε ομαδοποίηση των τιμών παίρνοντας σαν ελάχιστη τιμή την 94,5 και πλάτος της κάθε κλάσης ίσο με 5, οπότε έχουμε τον παρακάτω πίνακα

Πίεση [,)	Φάρμακο Α v_{α}	Φάρμακο Β v_{β}	$f_{\alpha}\%$	$f_{\beta}\%$	$F_{\alpha}\%$	$F_{\beta}\%$
94,5-99,5	6	4	4	2	4	2
99,5-104,5	15	14	10	7	14	9
104,5-109,5	16	18	10,7	9	24,7	18
109,5-114,5	22	24	14,7	12	39,4	30
114,5-119,5	30	32	20	16	59,4	46
119,5-124,5	20	28	13,3	14	72,7	60
124,5-129,5	15	28	10	14	82,7	74
129,5-134,5	12	26	8	13	90,7	87
134,5-139,5	6	12	4	6	94,7	93
139,5-144,5	5	8	3,3	4	98	97
144,5-149,5	3	6	2	3	100	100
Σύνολο	150	200	100	100	-----	-----

Το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων είναι το παρακάτω



7.

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν 55 μαθητές να λύσουν ένα πρόβλημα δίνονται παρακάτω

3,4 13,2 6,7 1,4 1,3 3,8 3,9 2,9 13,8 3,9 2,7
 4,4 3,6 1,4 2,4 3,6 3,1 7,5 6,9 7,8 12,7 3,9
 3,3 9,7 2,0 4,4 3,3 8,7 3,9 11,6 5,6 9,0 3,4
 1,4 3,5 2,8 10,4 11,9 12,3 2,9 2,8 1,5 4,1 5,9
 3,1 8,7 2,8 3,8 13,0 3,0 6,4 3,2 5,9 7,0 8,2

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κατάλληλο αριθμό κλάσεων
 β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα με τις συχνότητες v_i , $f_i\%$, N_i , $Fi\%$
 γ) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο σχετικών και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων

Λύση

α)

Επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι $n = 55$, θα κάνουμε ομαδοποίηση σε $k = 7$ κλάσεις του ίδιου πλάτους.

Η μέγιστη παρατήρηση, όπως προκύπτει από τα δεδομένα είναι 13,8 και η ελάχιστη 1,3.

Άρα το εύρος του δείγματος είναι $R = 13,8 - 1,3 = 12,5$.

Το πλάτος λοιπόν κάθε κλάσης θα είναι $c = \frac{R}{k} = \frac{12,5}{7} = 1,785$ το οποίο

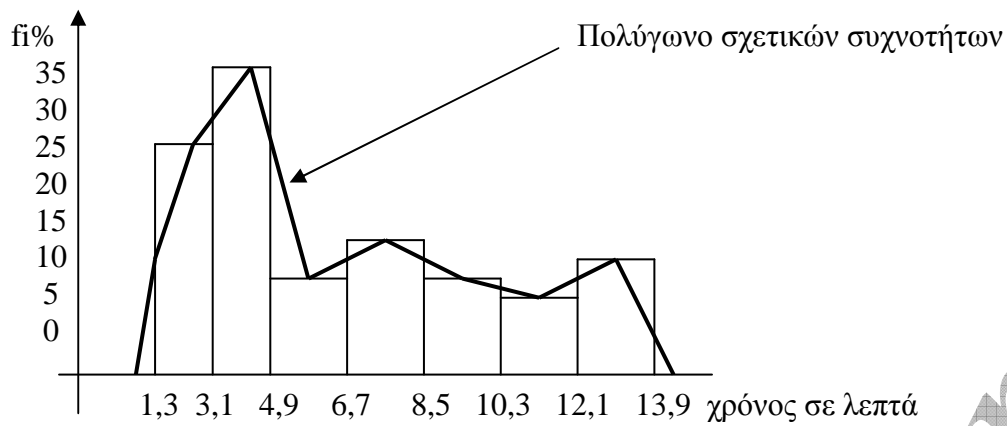
στρογγυλοποιούμε σε 1,8 για λόγους απλούστευσης των πράξεων.

β)

κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα

Κλάσεις [,)	Κεν τιμή x_i	Συχνοτ v_i	Σχετ.συχ $f_i\%$	Αθρ. συχ N_i	Σχετ. αθρ. συχ $Fi\%$
1,3-3,1	2,2	14	25,5	14	25,5
3,1-4,9	4,0	19	34,5	33	60,0
4,9-6,7	5,8	4	7,3	37	67,3
6,7-8,5	7,6	6	10,9	43	78,2
8,5-10,3	9,4	4	7,3	47	85,5
10,3-12,1	11,2	3	5,4	50	90,9
12,1-13,9	13,0	5	9,1	55	100
Σύνολο	-----	55	100	-----	-----

Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων είναι το παρακάτω



Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων είναι το παρακάτω

