ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Γ ‘ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α.

Α1. Απόδειξη σελίδα 30 σχολικού βιβλίου.

Α2. Ορισμός σελίδα 13 σχολικού βιβλίου.

Α3. Ορισμός σελίδα 59 σχολικού βιβλίου.

Α4. α) Σ

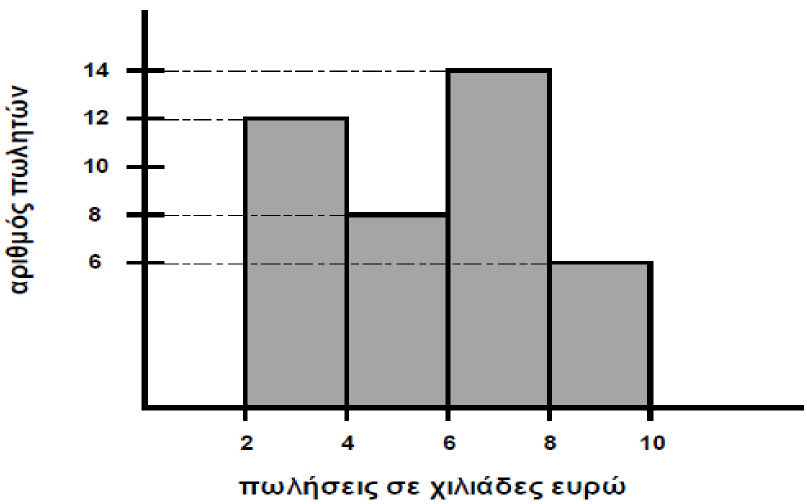
β) Λ

γ) Λ

δ) Λ

ε) Σ

ΘΕΜΑ Β.



Β1. $\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\nu_1} + \boldsymbol{\nu_2} + \boldsymbol{\nu_3} + \boldsymbol{\nu_4} = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$

Β2.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i
$[2-4)$	**3**	**12**	**0,3**
$[4-6)$	**5**	**8**	**0,2**
$[6-8)$	**7**	**14**	**0,35**
$[8-10)$	**9**	**6**	**0,15**
Σύνολο	—	**40**	**1**

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{12}{40} = 0,3$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{8}{40} = 0,2$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{14}{40} = 0,35$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{6}{40} = 0,15$$

Β3.

α) $\overline{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4} x_i v_i = \frac{3*12+5*8+7*14+9*6}{40} = 5,7$

β) $\frac{3}{4}\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 6 + 14 + 6 = 26$ πωλητές

ΘΕΜΑ Γ.

Γ1.

$$f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

Θέτω $f'(x) = 0$

$$12x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 * 12 * 1 = 49 - 48 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2 * 12} = \frac{7 \pm 1}{24} = \begin{cases} \frac{7+1}{24} = \frac{1}{3} \\ \frac{7-1}{24} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$P(K) = x_1 = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = x_2 = \frac{1}{3}$$

Αφού $x_1 < x_2$

$$P(A) + P(K) + P(\Pi) = 1$$

$$P(\Pi) = 1 - P(A) - P(\Pi)$$

$$P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

Γ2.

$$\mathbf{P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{7}{12}}$$

$$\mathbf{P(\Delta) = P(\Pi) = \frac{5}{12}}$$

$$\mathbf{P(E) = P(A \cup \Pi')}$$

$$\mathbf{= P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi')}$$

$$\mathbf{= P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A - \Pi)}$$

$$\mathbf{= P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A)}$$

$$\mathbf{= \frac{7}{12}}$$

Γ3.

$$\mathbf{N(A) = N(\Pi) - 4}$$

$$\mathbf{\frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)}}$$

$$\mathbf{P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)}}$$

$$\mathbf{\frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)}}$$

$$\mathbf{\frac{4}{N(\Omega)} = \frac{5}{12} - \frac{1}{3}}$$

$$\mathbf{\frac{4}{N(\Omega)} = \frac{1}{12}}$$

$\mathbf{N(\Omega) = 48}$ μπάλες

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1.

(Εμβαδό της βάσης του κουτιού)

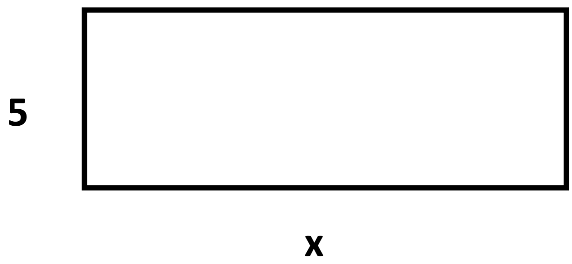
Περίμετρος $= \mathbf{20}$

$\boldsymbol{2x + 2y = 20}$

$\boldsymbol{y = 10 - x}$

$\boldsymbol{E_1 = xy = 10x - x^2}$ (Το κουτί είναι ανοιχτό από πάνω)

(Εμβαδό μπροστινής επιφάνειας)



$\boldsymbol{E_2 = 2 * 5x = 10x}$ ($*\,2$ γιατί έχουμε και την απέναντι επιφάνεια)

(Εμβαδό πλαϊνής επιφάνειας)

5

y

$$\boldsymbol{E_3 = 2 * 5y = 10y = 10(10 - x) = 100 - 10x}$$

Οπότε

$$\boldsymbol{E(x) = E_1 + E_2 + E_3}$$

$$\boldsymbol{= 10x - x^2 + 10x + 100 - 10x}$$

$$\boldsymbol{= -x^2 + 10x + 100 \quad x \in (0, 10)}$$

$$\boldsymbol{E'(x) = -2x + 10}$$

Θέτω $\boldsymbol{E'(x) = 0}$

$$\boldsymbol{-2x + 10 = 0}$$

$$\boldsymbol{-2x = -10}$$

$$\boldsymbol{x = 5}$$

x	0		5		10
$E'(x)$		$+$	0	$-$	
$E(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Για $x = 5$ το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια

Δ2.

α)

$$2s^2 - 5s + 2 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 * 2 * 2 = 25 - 16 = 9$$

$$s_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 * 2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} \dfrac{5+3}{4} = \dfrac{8}{4} = 2 \\ \dfrac{5-3}{4} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Αν $s = \frac{1}{2}$ τότε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{0,5}{8} = 6,25\% < 10\%$ απορρίπτεται

Οπότε $s = 2$

β)

$$s^2 = \frac{1}{v}\left[\sum_{i=1}^{v} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{v} x_i\right)^2}{v}\right]$$

$$4 = \frac{1}{15}\left[\sum_{i=1}^{v} x_i^2 - \frac{(v\bar{x})^2}{15}\right]$$

$$60 = \sum_{i=1}^{v} x_i^2 - \frac{(15 * 8)^2}{15}$$

$$\sum_{i=1}^{v} x_i^2 = 60 + \frac{(15 * 8)^2}{15}$$

$$\sum_{i=1}^{v} x_i^2 = 1020$$

Άρα $\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^{v} x_i^2}{v} = \frac{1020}{15} = 68$

Δ3.

$$5 = x_1 < \cdots < x_{15} = 9$$

Η συνάρτηση $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα $x \in [5, 10)$

Επομένως $E(x_1) > \cdots > E(x_{15})$

Άρα $R = E(x_1) - E(x_{15})$

$= E(5) - E(9)$

$= 125 - 109$

$= 16$

Ακόμη

$y_i > -4x_i + 9R + 1$

$E(x_i) > -4x_i + 9 * 16 + 1$

$-x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145$

$-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$

$\Delta = 14^2 - 4(-1)(-45) = 196 - 180 = 16$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{16}}{2(-1)} = \frac{-14 \pm 4}{-2} = \begin{cases} \dfrac{-14+4}{-2} = \dfrac{-10}{-2} = 5 \\ \dfrac{-14-4}{-2} = \dfrac{-18}{-2} = 9 \end{cases}$$

$\boldsymbol{x}$	$\mathbf{0}$		$\mathbf{5}$		$\mathbf{9}$		$\mathbf{10}$
$-\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}+\mathbf{14}\boldsymbol{x}-\mathbf{45}$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Οπότε $\boldsymbol{x}_i \in (5,9)$

$\boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{A}_{\mathbf{2}}, \dots, \boldsymbol{A}_{\mathbf{14}}\}$

$\boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{A}_{\mathbf{1}}, \dots, \boldsymbol{A}_{\mathbf{15}}\}$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}) = \frac{\boldsymbol{N}(\boldsymbol{B})}{\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\Omega})} = \frac{\mathbf{13}}{\mathbf{15}}$$