

**Θέματα εξετάσεων περιόδου
Μαΐου-Ιουνίου
στα Μαθηματικά
Τάξη Γ'**

6^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΡΟΔΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ,

ΤΑΞΗ Γ',

ΡΟΔΟΣ 11/06/2014

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο**A.** Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;**B.** Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.**Γ.** Σε κάθε γινόμενο της στήλης Α να αντιστοιχίσετε ένα μόνο ανάπτυγμα από την στήλη Β, ώστε να προκύψουν ταυτότητες.

A ΣΤΗΛΗ	B ΣΤΗΛΗ
1) $(\alpha + \beta)^2$	i) $\alpha^2 - \beta^2$
2) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	ii) $\alpha^2 + \beta^2$
3) $(\beta - \alpha)^3$	iii) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
4) $(-\alpha + \beta)^2$	iv) $\beta^3 - 3\beta^2\alpha + 3\beta\alpha^2 - \alpha^3$
	v) $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
	vi) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

ΘΕΜΑ 2^ο**A.** Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.**B.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
2. Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.
4. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο πλευρές τους μία προς μία ίσες.
5. Δύο όμοια τρίγωνα είναι ίσα, αν έχουν λόγο ομοιότητας $\lambda=1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο1. Να λύσετε την εξίσωση : $x^2 - 5x + 6 = 0$.2. Να λύσετε την εξίσωση : $1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{5x-6}{x^2-4}$.

3. Οι παραπάνω εξισώσεις έχουν τις ίδιες λύσεις ; Δικαιολογήστε τον ισχυρισμό σας.

ΘΕΜΑ 2°

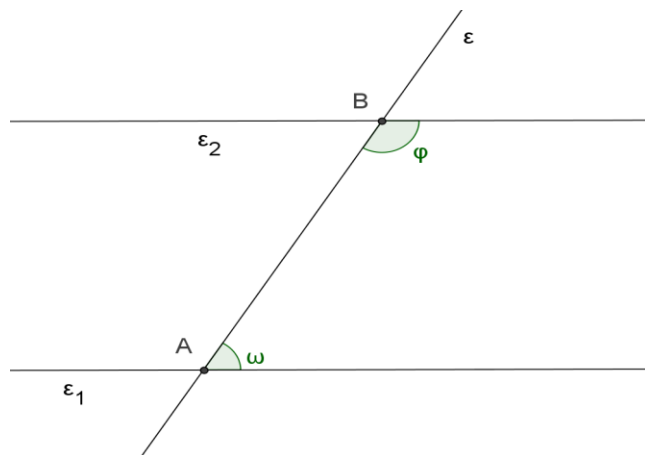
Οι παράλληλες ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) του διπλανού σχήματος τέμνονται από την ευθεία (ϵ) και σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά γωνίες

$$\omega \text{ και } \varphi. \text{ Αν } \text{ συν}\omega = \frac{\sqrt{100} + \sqrt{25}}{17},$$

να υπολογίσετε:

1. το $\eta\mu\omega$ και την $\epsilon\varphi\omega$,
2. το $\eta\mu\varphi$, το $\text{συν}\varphi$ και την $\epsilon\varphi\varphi$,
3. την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{17\eta\mu\varphi + 15\epsilon\varphi\omega + 17\text{συν}\varphi}{\eta\mu^2\varphi + \text{συν}^2\omega}$$



ΘΕΜΑ 3°

Αν η ευθεία (ϵ): $ax + by = 8$ διέρχεται από τα σημεία $A(-2,3)$ και $B(5,-4)$.

A. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών a και b και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας (ϵ).

B. Για $a=b=8$, να βρείτε:

1. Τα σημεία M και N στα οποία η ευθεία (ϵ) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα και να σχεδιάσετε την ευθεία (ϵ).
2. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου OMN όπου O είναι η αρχή των αξόνων. ($\sqrt{2} \approx 1,4$)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Να απαντήσετε σε ένα (1) θέμα από τη ΘΕΩΡΙΑ και δύο (2) θέματα από τις ΑΣΚΗΣΕΙΣ.
Όλες οι απαντήσεις σας να μεταφερθούν στην κόλλα σας. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Η ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α. ΘΕΩΡΙΑ:

1. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν αξιοσημείωτες ταυτότητες

$$(\alpha-\beta)^2 = \dots\dots\dots, (\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \dots\dots\dots, (\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha+\beta)^3 = \dots\dots\dots, \alpha^3 + \beta^3 = \dots\dots\dots$$

Στη συνέχεια να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

2. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων και τα κριτήρια ισότητας δύο ορθογωνίων τριγώνων.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. (α) Να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο: $x^2 + x - 2$

(β) Να λυθεί η εξίσωση:
$$\frac{6}{x^2 + x - 2} - \frac{x + 3}{x^2 - 1} = \frac{4}{3x + 6}$$

2. Δίνεται η συνάρτηση $y = x^2 + \alpha x + \beta$ με α, β πραγματικούς αριθμούς.

(α) Να βρεθούν οι αριθμοί α και β , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης να διέρχεται από τα σημεία $A(-2,4)$ και $B(3,-1)$.

(β) Για τις τιμές αυτές των α και β που βρήκατε στο (α) ερώτημα,

(i) Να βρείτε το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης τέμνει τον άξονα y' καθώς και τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.

(ii) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της της συνάρτησης

(iii) Να υπολογίσετε το ημίτονο της γωνίας $\chi O \Lambda$, όπου $\chi' \chi$ είναι ο οριζόντιος άξονας.

3. Δύο ίσοι κύκλοι με κέντρα K και Λ δεν τέμνονται. Θεωρούμε Σ το μέσον της διακέντρου $K\Lambda$ και έστω P ένα τυχαίο σημείο πάνω στην μεσοκάθετο του $K\Lambda$ (το P είναι διαφορετικό από το Σ) Οι ευθείες PK και $P\Lambda$ τέμνουν τους δύο κύκλους στα σημεία M και N αντιστοίχως.

(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $MK\Sigma$ και $N\Lambda\Sigma$ είναι ίσα.

(β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες MN και $K\Lambda$ είναι παρράλληλες.

(γ) Τι σχήμα είναι το τετράπλευρο $K\Lambda N M$;

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

Ιωάννου Δημήτριος

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$. (3,3 μονάδες)

B) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες: (2 μονάδες)

α) $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$, β) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$, γ) $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$, δ) $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

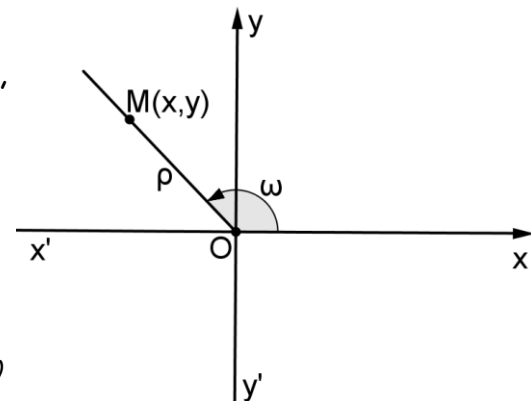
Γ) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω ισότητες με τη λέξη **Σωστό**, αν η ισότητα είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η ισότητα είναι λανθασμένη.

α) $(\beta - \alpha)^2 = (\alpha - \beta)^2$

β) $(-\alpha - \beta)^3 = -(\alpha + \beta)^3$

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy , σημείο $M(x,y)$ με $OM=r$ και γωνία $\widehat{xOM} = \omega$.



A) Να συμπληρώσετε τις ισότητες: (2 μονάδες)

α) $r = \dots\dots\dots$, β) $\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$, γ) $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$, δ) $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$

B) Να αποδείξετε τη σχέση $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$. (3,3 μονάδες)

Γ) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. (1,5 μονάδες)

α) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu 120^\circ = -\frac{1}{2}$

β) Αν για τη γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega > 0$, τότε η ω είναι οξεία.

γ) Αν $\eta\mu\omega = 0$, τότε $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνεται το σύστημα
$$[(\Sigma)_1]: \begin{cases} (2x+3)(x-1) - y = 2x^2 + 1 \\ x - (y-2)^2 = -y^2 + 20 \end{cases}$$

A) Να δείξετε ότι μετά από πράξεις το $[(\Sigma)_1]$ γράφεται στη μορφή $[(\Sigma)_1]: \begin{cases} x - y = 4 \\ x + 4y = 24 \end{cases}$.
(2,2 μονάδες)

B) Να λύσετε το σύστημα στη νέα μορφή. (2,2 μονάδες)

Γ) Αν τα συστήματα $[(\Sigma)_1]$ και $[(\Sigma)_2]: \begin{cases} \alpha x + \beta y = -1 \\ \beta x + \alpha y = 4 \end{cases}$ έχουν την ίδια λύση, να βρείτε τους αριθμούς α και β . (2,2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές.

A) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος. (1,8 μονάδες)

B) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α) οι δύο ενδείξεις να είναι ίδιες, (1,6 μονάδες)

β) η πρώτη ένδειξη να είναι διπλάσια της δεύτερης, (1,6 μονάδες)

γ) το γινόμενο των δύο ενδείξεων να είναι τουλάχιστον 30. (1,6 μονάδες)

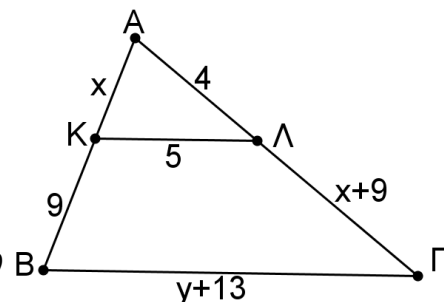
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ABΓ με ΚΛ παράλληλη στη ΒΓ,

AK=x, AL=4cm, ΚΛ=5cm, KB=9cm, ΛΓ=x+9 cm, και ΒΓ=y+13 cm.

A) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και AKΛ είναι όμοια. (3,3 μονάδες)

B) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ABΓ. (3,3 μονάδες)



Να απαντήσετε σε ένα από τα θέματα θεωρίας και σε δύο από τα θέματα ασκήσεων.

β) Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$4x - 2(x+1) \geq -6 \quad \text{και} \quad x - \frac{3x-1}{4} < \frac{x+1}{2}.$$

γ) Να εξετάσετε αν η τιμή της παράστασης ανήκει στις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος β (δικαιολογήστε την απάντησή σας)

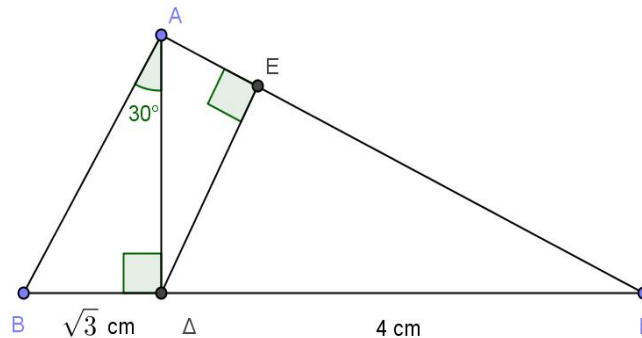
$$A = \frac{\sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{49}}{\sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{36} + \sqrt{(-1)^2}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ το ΑΔ είναι το ύψος του και το τμήμα ΔΕ είναι κάθετο στην πλευρά ΑΓ.

Δίνεται ότι $B\Delta = \sqrt{3}$ cm και $\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta} = 30^\circ$ και $\Delta\Gamma = 4$ cm. Υπολογίστε:

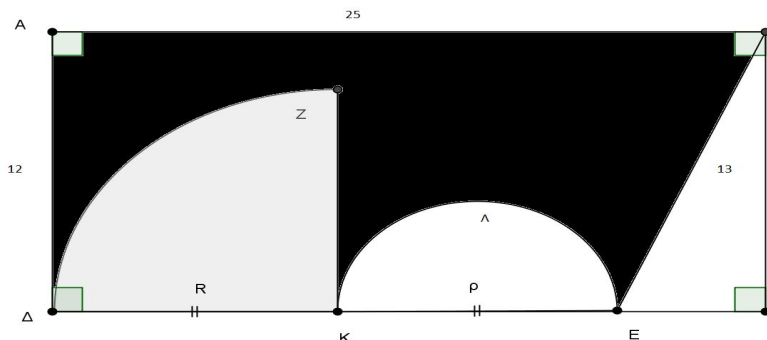
- τις πλευρές ΑΔ και ΑΒ
- την πλευρά ΑΓ και την εφΓ
- το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΓ και το ύψος του ΔΕ.



ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, με ΑΒ = 25 και ΑΔ = 12. ΑΝ Ε σημείο του ΔΓ με ΒΕ = 13, γράφουμε τεταρτοκύκλιο ΔΖΚ και ημικύκλιο διαμέτρου ΚΛΕ. ΔΚ=ΚΕ. Υπολογίστε:

- το τμήμα ΕΓ, την ακτίνα ρ του ημικυκλίου και την ακτίνα R του τεταρτοκυκλίου,
- την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας,
- το



εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

Από τις δύο θεωρίες γράφετε τη μία και από τις τρεις ασκήσεις γράφετε τις δύο. Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα. Όλα τα θέματα να απαντηθούν στην κόλλα αναφοράς.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ είναι βαθμού εξίσωση και λύνεται χρησιμοποιώντας τους τύπους

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$\chi_1 = \dots\dots\dots$$

$$\chi_2 = \dots\dots\dots$$

Η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $-\chi^2 + 4\chi - 3 = 0$ είναι

α. 28 β. 4 γ. 0 δ. -4 ε. 20

ΘΕΜΑ 2^ο

Με την βοήθεια καταλλήλου σχήματος να αποδείξετε την ισότητα:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

a. Να απλοποιηθεί η κλασματική παράσταση $A = \frac{x^3 + 5x^2 + 4x}{x^3 - 16x}$

b. Να λυθεί η εξίσωση $A = 2$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $B = 3\chi(2\chi - 1) - (2 - \chi)^2 - (\chi + 2)(3 - 2\chi)$ για

$$\chi = -2$$

Άσκηση 3^η

Δύο ακέραιοι αριθμοί έχουν γινόμενο 2. Αν στο διπλάσιο του πρώτου προσθέσουμε τον δεύτερο βρίσκουμε 5. Να βρείτε τους δύο αριθμούς.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζεται μονώνυμο και από ποια μέρη αποτελείται;
- Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια και πως βρίσκεται το άθροισμα τους;
- πως ορίζεται το γινόμενο μονωνύμων;

Θέμα 2^ο

- Τριγωνομετρικοί αριθμοί οποιασδήποτε γωνίας ω , (όπου $0^\circ \leq \omega \leq 360^\circ$).
- Ποια είναι τα πρόσημα των: ημ 250° , εφ 130° , συν 310° , ημ 80° .
- Να αποδειχθεί ότι: $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις και οι απλοποιήσεις: $\frac{\chi^2 - 4}{2\chi^2} \cdot \frac{\chi + 1}{\chi - 2} : \frac{\chi^2 + 3\chi + 2}{\chi}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(2\chi - 1) \cdot (\chi - 2) - 3 + 2\chi = (\chi + 1)^2 - 2\chi^2$

Άσκηση 3^η

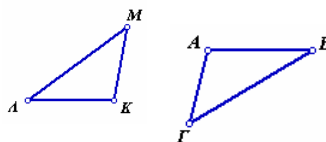
Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), είναι Δ και Ε τα μέσα των ίσων πλευρών και Μ το μέσο της βάσης ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα
- Το τετράπλευρο ΑΔΜΕ είναι ρόμβος
(Δηλαδή, είναι παραλληλόγραμμο με ίσες πλευρές μεταξύ τους)

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή και την πρόταση που προκύπτει από το θεώρημα αυτό για ένα τρίγωνο.
- b. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;
- c. Στα τρίγωνα ABΓ και ΚΛΜ είναι :
- $BΓ = ΜΛ$, $A = Κ$, $B = Λ$
- Τα τρίγωνα είναι ίσα;
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας



Θέμα 2^ο

- a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες
- $(α + β) \cdot (β - α) =$
 - $α^2 + β^2 - 2αβ =$
 - $(β - α)^3 =$
- b. Τι ονομάζεται μονώνυμο και τι πολυώνυμο ;
- c. Αν το άθροισμα τριών μονώνυμων είναι μονώνυμο. Τι συμπεραίνετε για τα τρία μονώνυμα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε το σύστημα:

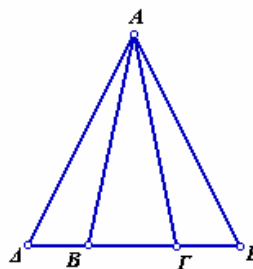
$$\begin{cases} \frac{\chi + 1}{2} - \frac{\psi + 2(\chi + 1)}{4} - \frac{2 - \chi}{5} = 0 \\ \frac{\chi - 1}{3} = \frac{3\chi + 2\psi}{5} - \frac{11 + \chi}{15} \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ($AB = ΑΓ$)

Είναι $BΔ = ΓΕ$. Να δείξετε ότι:

- a. Το τρίγωνο AΔΕ είναι ισοσκελές
- b. Οι αποστάσεις των B και Γ από τις ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα είναι ίσες.



Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi^2 + \chi - 1}{\chi^2 - \chi} + \frac{2}{\chi} + \frac{3\chi - 1}{1 - \chi} = 0$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Συμπληρώστε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

b. Να αποδείξετε τις δύο πρώτες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

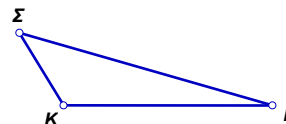
$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

Θέμα 2^ο

Δίνεται το τρίγωνο ΚΡΣ .

a. Να γράψετε τον νόμο των ημιτόνων για το τρίγωνο αυτό.

b. Να γράψετε τον νόμο των συνημιτόνων για το ίδιο τρίγωνο ,
συμπληρώνοντας τις τρεις ισότητες



$$PK^2 = \dots\dots\dots$$

$$K\Sigma^2 = \dots\dots\dots$$

$$P\Sigma^2 = \dots\dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

1. Να λυθεί το σύστημα:

$$\frac{5\alpha}{2} - 3\chi = 4$$

$$4\chi - \frac{\alpha}{3} = -1$$

Άσκηση 2^η

a. Εκτελώντας όλες τις δυνατές πράξεις στην εξίσωση $\frac{6}{\chi} - \frac{3-\chi}{\chi+1} = 2$

να καταλήξετε στην εξίσωση $-\chi^2 + \chi + 6 = 0$

b. Κατόπιν να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $-\chi^2 + \chi + 6 = 0$

Άσκηση 3^η

a. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: $\chi^3 - 25\chi$ και $3\chi^4 + 15\chi^3$

b. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\chi^3 - 25\chi}{3\chi^4 + 15\chi^3}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

1. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες
 - a. $(\alpha + \beta)^2 =$
 - b. $(\alpha + \beta)^3 =$
 - c. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) =$
2. Να αποδειχθεί η ταυτότητα $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

Θέμα 2^ο

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ΧΟΨ, δίδεται σημείο Μ(χ,ψ).

Αν $\widehat{ΧΟΜ} = \hat{\omega}$, να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2\chi - 3\psi = 1 \\ \frac{3\chi + 2}{4} - \frac{\psi + 5}{6} = 1 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Δίδεται το κλάσμα $A = \frac{\alpha\chi + 2\alpha\psi - \chi - 2\psi}{\alpha^2 - 5\alpha + 4}$

- 1) Να παραγοντοποιήσετε τον αριθμητή του κλάσματος
- 2) Να παραγοντοποιήσετε τον παρονομαστή του κλάσματος
- 3) Να απλοποιήσετε το κλάσμα

Άσκηση 3^η

Δίδεται τρίγωνο ΑΒΓ ώστε $\widehat{ΒΑΓ} = 90^0$ και ΒΑ = ΑΓ. Στην προέκταση του ΓΑ προς το μέρος του Α παίρνουμε τμήμα ΑΔ = ΑΓ

- 1) Να αποδείξετε ότι ΒΔ = ΒΓ
- 2) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{ΒΓΑ}$, $\widehat{ΒΔΑ}$
- 3) Να αποδείξετε ότι $\widehat{ΔΒΓ} = 90^0$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε ένα κριτήριο ισότητας τριγώνων
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή(Να γίνει σχήμα)
- Δύο ίσα τρίγωνα είναι όμοια; Δύο όμοια τρίγωνα είναι ίσα;
Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας

Θέμα 2^ο

- Δώστε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών μιας οποιασδήποτε γωνίας ω , ($0^\circ \leq \omega \leq 360^\circ$) σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων
- Αν $\eta\mu\omega = \eta\mu\varphi$, τι συμπεραίνετε για τις γωνίες ω και φ ;
- Να αποδειχθεί ότι: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση: $\alpha \cdot (2\alpha - 1)^2 - (\alpha - 1)^3 - 2\alpha \cdot (\alpha + 2) \cdot (\alpha - 2) - 7\alpha$

Να γίνουν οι πράξεις και να παραγοντοποιηθεί το εξαγόμενο.

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi}{\chi - 2} - \frac{2\chi + 3}{\chi^2 - 4} = \frac{1}{\chi + 2}$

Άσκηση 3^η

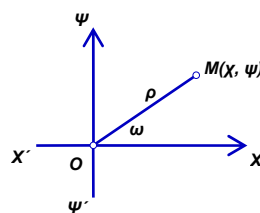
Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi - 2}{4} - 1 = \frac{2 \cdot (\psi + 1)}{3} \\ 4\chi + \psi + 8 = 2 \cdot (\psi - \chi) \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Στο διπλανό σχήμα παίρνουμε ένα σημείο $M(X, \Psi)$

έτσι ώστε να είναι $\widehat{XOM} = \omega$. Αν είναι $OM = \rho$ να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .



b. Να σημειώσετε αν είναι Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις

i. Αν $90^0 < \omega < 180^0$ τότε $\epsilon\phi \omega > 0$

ii. Για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει : $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$

iii. Για 2 συμπληρωματικές γωνίες ω και $90^0 - \omega$ ισχύει : $\sigma\upsilon\nu(90^0 - \omega) = \eta\mu\omega$

iv. Για 2 παραπληρωματικές γωνίες ω και $180^0 - \omega$ ισχύει : $\eta\mu(180^0 - \omega) = -\eta\mu\omega$

Θέμα 2^ο

A. Τι πρέπει να συμβαίνει για να είναι δυο μονώνυμα όμοια μεταξύ τους ;

B. Ποια αλγεβρική παράσταση λέγεται κλασματική ;

a. Να συμπληρωθούν οι ισότητες .

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots$$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα : $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi^2 - 2}{\chi^2 - 2\chi} - \frac{2\chi - 3}{\chi - 2} = \frac{2}{\chi}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi - 1}{2} - \frac{\psi - 2}{3} = 1 \\ 2\chi + 5\psi = -3 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

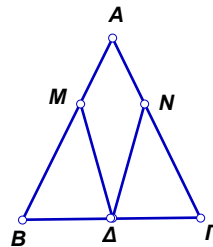
Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$)

παίρνουμε στις ίσες του πλευρές AB και $A\Gamma$ αντί-

στοιχα τα σημεία M και N , ώστε $AM = \frac{1}{3}AB$ και

$AN = \frac{1}{3}A\Gamma$. Αν Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$, να συ-

γκρίνετε τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma\Delta N$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποια μονώνυμα ονομάζονται όμοια; (κανόνας και παράδειγμα)
- Τι ονομάζεται πολυώνυμο; (κανόνας και παράδειγμα)
- Τι ονομάζεται ταυτότητα;

Θέμα 2^ο

- Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

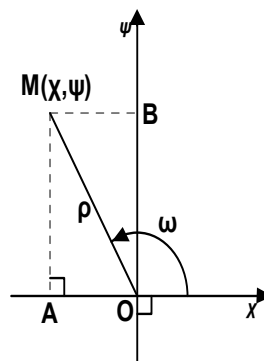
i. $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \dots\dots$

ii. $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots$

iii. $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \dots\dots$

- Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος
ν' αποδείξετε ότι:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi - 2}{\chi} - \frac{24}{\chi^2 - 2\chi} = \frac{12}{2 - \chi}$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3(3\chi - 2) - 4(\psi - 2) = -28 \\ \frac{2(\chi - 1)}{3} + 1 = \frac{\chi - \psi}{5} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

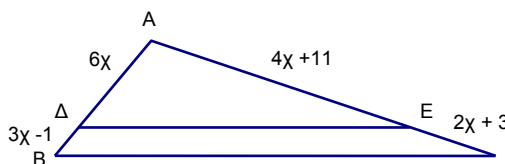
Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E \parallel B\Gamma$.

Αν είναι $AE = 4\chi + 11$, $A\Delta = 6\chi$,

$\Delta B = 3\chi - 1$ και $E\Gamma = 2\chi + 3$, να υπολο-

γίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$

και $E\Gamma$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

a. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

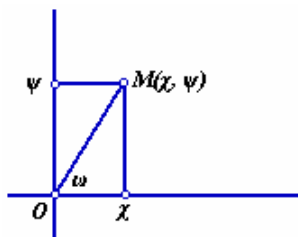
b. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

Να αποδείξετε ότι:

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $9(\chi^2 - 2) - 8\chi = 4\chi(2\chi - 1) + 14$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα: $3(\chi + \psi) - 2 = 2 \cdot (\chi - \psi)$

$$-(\chi + \psi) + 4 \cdot (\chi - \psi) = -14$$

Άσκηση 3^η

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

a. $\chi^2 + 7\chi + 10$

b. $\chi^2 + \chi - 2$

c. $4\chi^2 - 9$

d. $\chi^3 - 3\chi^2 - 9\chi + 27$

e. $2\chi^2 - 8$

f. $\psi^2 - \chi^2 + 2\chi - 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ να διατυπώσετε:

a. Το νόμο των συνημιτόνων

b. Το νόμο των ημιτόνων

B. Να αποδείξετε τον νόμο των ημιτόνων

Θέμα 2^ο

a. Να αποδειχθεί η ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

b. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση $2\chi^2 - 2\chi = \chi - 1$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} 2\chi - \psi = 5 \\ \chi - 2\psi = 4 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = \frac{\chi - 1}{\chi^2 - 3\chi} \cdot \frac{\chi^2 - \chi}{\chi^3 - 9\chi} \cdot \frac{\chi^3 - 3\chi^2}{\chi^2 - 9}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Η γενική μορφή της εξίσωσης β' βαθμού είναι: $a\chi^2 + b\chi + \gamma = 0$ με $a \neq 0$

a. Να συμπληρωθούν οι ισότητες

$$\Delta = \dots\dots\dots \quad (\text{όπου } \Delta \text{ η διακρίνουσα})$$

$$\chi_{1,2} = \dots\dots\dots \quad (\text{όπου } \chi_1, \chi_2 \text{ οι λύσεις της εξίσωσης})$$

b. Πώς η διακρίνουσα καθορίζει την ύπαρξη και τον αριθμό λύσεων της δευτεροβάθμιας εξίσωσης;

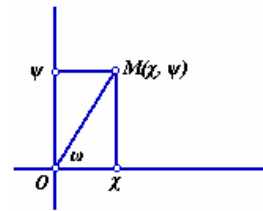
Θέμα 2^ο

a. Να οριστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω του διπλανού σχήματος

b. Με βάση τους παραπάνω ορισμούς να αποδειχθεί η βασική τριγωνομετρική σχέση: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

c. Να συμπληρωθούν οι σχέσεις: i) $\eta\mu(\dots\dots\dots) = \sigma\upsilon\nu\omega$

ii) $\dots\dots \leq \eta\mu\omega \leq \dots\dots$ iii) $\sigma\upsilon\nu(\dots\dots) = -\sigma\upsilon\nu\omega$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίδονται γωνία $A = 56^\circ$ και πλευρές $B\Gamma = 5\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$

Να υπολογισθούν τα υπόλοιπα κύρια στοιχεία του τριγώνου.

(με προσέγγιση μοίρας – εκατοστού)

Δίδονται:

$$\eta\mu 56^\circ = 0,83 \quad \eta\mu 42^\circ = 0,66 \quad \eta\mu 82^\circ = 0,99 \quad \eta\mu 43^\circ = 0,68 \quad \sigma\upsilon\nu 82^\circ = 0,14$$

Άσκηση 2^η

Δίνεται η παράσταση: $A = (\chi - 1)^2 + 2 \cdot (\chi + 1) \cdot (\chi - 1) + 3\chi - \chi^2 - 5$

a. Να αποδείξεις ότι $A = 2\chi^2 + \chi - 6$

b. Να λυθεί η εξίσωση $A = 0$

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \psi^2 - 2\chi\psi + \chi^2$

Αν χ, ψ είναι λύσεις του συστήματος:
$$\begin{cases} 5\chi - 2\psi = 7 \\ 3\chi - \psi = 5 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Να διατυπώσετε τα θεώρημα του Θαλή,

Θέμα 2^ο

- Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
- Συμπληρώστε τις ταυτότητες $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} 2 \cdot (\chi - 1) + 3 \cdot (\chi - \psi) = 5 \\ 3 \cdot (\chi - 2\psi) - 2 \cdot (\chi - 4\psi) = 4 \end{cases}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση $(3\chi - 1)^2 = (6\chi - 2) \cdot (\chi + 3)$

Άσκηση 3^η

- Να γίνουν οι πράξεις $(\alpha + 2\beta)^2 - (\alpha - 2\beta) \cdot (\alpha + 2\beta) - (3\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{\alpha\chi + \alpha\psi - \beta\chi - \beta\psi}{\alpha^2 - \beta^2}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες :

i. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$,

ii. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$,

iii. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

b. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

c. Το $\alpha + \beta$ είναι παράγοντας του:

i. $\alpha^2 + \beta^2$

ii. $\beta - \alpha$

iii. $\beta^2 - \alpha^2$

Θέμα 2^ο

a. Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα;

b. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;

c. Δύο ίσα τρίγωνα είναι πάντα όμοια; Γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

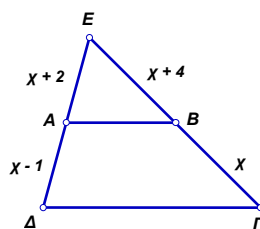
Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση : $\chi \cdot (\chi - 1) = 2 \cdot (5\chi - 12)$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$

Να υπολογίσετε το χ .



Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + 2\psi = -1 \\ 5\chi + 4\psi = 1 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Τι ονομάζεται μονώνυμο και τι πολυώνυμο;
b. Να συμπληρώσετε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων:

- $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots$

- c. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

- a. Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα(3 κριτήρια);
b. Πότε δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα(2 κριτήρια);
c. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3\chi + 1}{5} - \frac{\psi + 2}{3} = 1 \\ \frac{3 - 2\chi}{2} + \frac{\psi + 1}{3} = -\frac{5}{6} \end{array} \right\}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $(3 - 2\chi)^2 - (5 + \chi) \cdot (5 - \chi) = -20$

Άσκηση 3^η

Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ να υπολογιστεί το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και η εφω.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α) Τι είναι μονώνυμο;
 β) Πως πολλαπλασιάζουμε μονώνυμα μεταξύ τους;
 γ) Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες:
 $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots,$

Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή και να αναφέρετε την σχετική πρόταση για τα τρίγωνα.

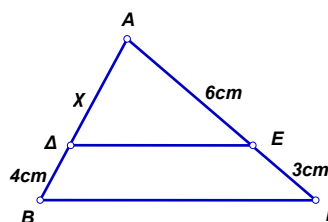
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο: $\chi^2 + 2\chi\psi - 8\psi^2$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε το μήκος χ στο διπλανό σχήμα αν είναι γνωστό ότι $\Delta E \parallel B\Gamma$.



Άσκηση 3^η

Να δείξετε ότι $\eta\mu^2 55^\circ + \eta\mu^2 35^\circ = 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots ,$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots ,$$

$$(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots ,$$

$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

Θέμα 2

Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{1}{\chi + 1} + \frac{1}{\chi^2 + \chi} = \frac{\chi - 1}{\chi}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα : $\begin{cases} 2 \cdot (\chi + \psi) + \psi = -1 \\ 2\chi + 2\psi = 1 - \chi \end{cases}$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = (\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 + (\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi)^2$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Τι ονομάζεται μονώνυμο; Γράψτε δύο μονώνυμα και ονομάστε τα μέρη τους.

β) Πότε δύο ή περισσότερα μονώνυμα λέγονται όμοια;

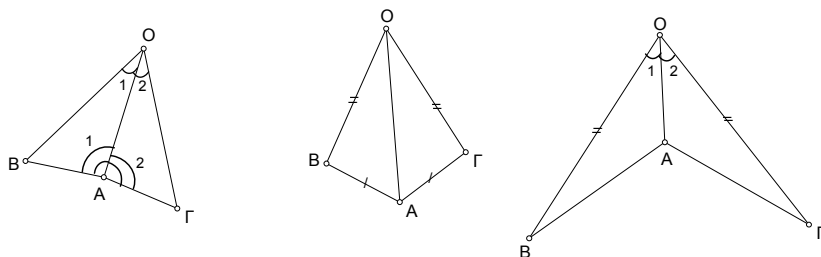
Δίνονται τα μονώνυμα $-2003\chi^{\nu+2}\psi^{3\mu-1}$, $2004\chi\psi^8$

Για ποιες τιμές των ν , μ τα μονώνυμα αυτά είναι όμοια;

Θέμα 2^ο

α) Να αναφέρετε τα 3 κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.

β) Ποιο από τα κριτήρια αυτά αποδεικνύει την ισότητα των τριγώνων OAB, OAG σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις; (Τα ίσα στοιχεία σημειώνονται στα σχήματα)



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi-1}{\chi} + \frac{4}{\chi^2-2\chi} = \frac{\chi}{\chi-2}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα που ακολουθεί:
$$\begin{cases} \frac{\chi+1}{2} + \frac{\psi-1}{3} = 0 \\ 2\chi + 3\psi = 1 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ότι για την γωνία χ ισχύει: $180^\circ < \hat{\chi} < 270^\circ$ και επιπλέον $\text{συν}\chi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

α) Να υπολογισθούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί.

β) Να υπολογισθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης K:

$$K = \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{3} \eta\mu\chi - \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu\chi \right)}{\epsilon\phi^2\chi}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

- $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots$

Θέμα 2^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δυο τυχαίων τριγώνων
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή

(Να γίνει σχήμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi-1}{2} - \frac{\psi}{3} = -1 \\ \frac{\chi}{3} - \frac{\psi+2}{2} = -3 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση:
$$\frac{\chi-2}{\chi} + \frac{4}{\chi-2} = \frac{8}{\chi^2-2\chi}$$

Άσκηση 3^η

Να απλοποιηθεί η παράσταση:
$$\frac{\alpha-2}{\alpha^2-3\alpha} : \frac{\alpha^2-4\alpha+4}{\alpha^3-9\alpha}$$

ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

a. $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

b. $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

b. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να μετατρέψετε σε γινόμενο τις παρακάτω παραστάσεις :

a. $6\chi^2 - 4\alpha\chi - 9\beta\chi + 6\alpha\beta$

b. $16\chi^2 - 24\chi\psi + 9\psi^2$

Άσκηση 2^η

Να λυθούν οι εξισώσεις :

a. $\chi^2 - 2\chi = 8$

b. $(\chi - 1) \cdot (\chi - 2) = 2\chi^2 + 4$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 7 = \psi \\ 4\chi + \psi = 30 - \psi \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

c. Να συμπληρώσετε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων:

- $(a+\beta)^2 = \dots\dots$
- $(a-\beta)^3 = \dots\dots$
- $(a-\beta)\cdot(a+\beta) = \dots\dots$
- $(a+\beta)\cdot(a^2 - a\beta + \beta^2) = \dots\dots$

Θέμα 2^ο

d. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων

e. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

(Διατύπωση – σχήμα – σχέση)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = -3\cdot(\chi-1)^2 - 6\chi\cdot(\chi-1)$

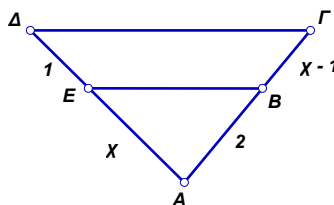
Να λύσετε την εξίσωση: $A = 0$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2\chi}{3} + \psi = \chi - \psi \\ \chi + \frac{\psi}{4} = 2\psi + \frac{17}{2} \end{array} \right\}$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τα τμήματα ΑΕ και ΒΓ του διπλανού σχήματος αν είναι $EB \parallel \Delta\Gamma$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Θέμα 2^ο

Στο τρίγωνο ΑΒΓ να διατυπώσετε

- Το νόμο των ημιτόνων.
- Το νόμο των συνημιτόνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 8 \\ 2\chi + 3\psi = 13 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

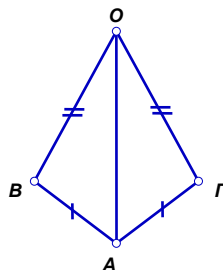
Να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση:

$$A = \frac{5\alpha - 5\beta + \alpha\chi - \beta\chi}{\alpha^2 - \alpha\beta}$$

Άσκηση 3^η

Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΑΓ.

Στη συνέχεια να συγκρίνετε τα υπόλοιπα κύρια στοιχεία των δύο αυτών τριγώνων.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ταυτότητες:

a. $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

b. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

c. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ταυτότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta)$$

Θέμα 2^ο

a. Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων

b. Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα, που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου, είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ισούται με το μισό της.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 3x + 1$

Άσκηση 2^η

Αν $\sin \omega = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να βρείτε το ημω και την εφω.

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 4\chi + \psi = 2 \\ 3\chi + 2\psi = -1 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- i) Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- ii) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:
 $(\alpha + \beta)^2 = \dots$, $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots$, $(\alpha - \beta)^3 = \dots$
- iii) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$.

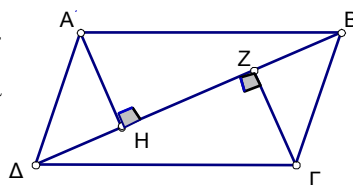
Θέμα 2^ο

- i) Να διατυπώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών οποιασδήποτε γωνίας $\omega = \widehat{OM}$, όπου $M(x, \psi)$ σημείο της πλευράς της OM και O η αρχή των ορθογωνίων αξόνων.
(Να κάνετε και το σχήμα)
- ii) Τι τιμές μπορεί να πάρει το ημω και το συνω της παραπάνω γωνίας;
- iii) Να δώσετε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας ω σε κάθε τεταρτημόριο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Φέρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα AH και ΓZ , έτσι ώστε να είναι $AH \perp \Delta B$ και $\Gamma Z \perp \Delta B$.



Να αποδείξετε ότι $AH = \Gamma Z$.

Άσκηση 2^η

Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $A = (2\chi - 3)^2 - 8 \cdot (2\chi - 3) + 15$

- a. Να αποδείξετε (μετά από πράξεις) ότι $A = 4 \cdot (\chi^2 - 7\chi + 12)$
- b. Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2 \cdot (\chi - 1) + 3\psi = -2 \\ 3\chi - 5 \cdot (\psi - 1) = 24 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Τι λέγεται μονώνυμο;
B. Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις δεν είναι μονώνυμο:

- $\frac{1}{3}\chi^2\psi^3$
- $\chi^2\psi$
- 5
- $(\sqrt{2}-3)\chi\psi$
- 2χ

Δικαιολογήστε την απάντησή σας

- A. Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια; Δώστε ένα παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- A. Με την βοήθεια κατάλληλου σχήματος να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$
- B. Συμπληρώστε ένα από τα σύμβολα $>$, $=$, $<$ στις παρακάτω προτάσεις ώστε να γίνουν αληθείς σχέσεις :
- | | |
|-------------------------------------|--|
| α) $\epsilon\phi 120^\circ \dots 0$ | β) $\sigma\upsilon\nu 200^\circ \dots 0$ |
| γ) $\eta\mu 150^\circ \dots 0$ | δ) $\sigma\upsilon\nu 300^\circ \dots 0$ |
- C. Υπάρχει γωνία ω ώστε $\eta\mu\omega = -\frac{3}{2}$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση $B = \chi \cdot (\chi + 2)^2 - (\chi - 3) \cdot (1 - 2\chi) - \chi^3 + 2 \cdot (\chi + 3)$

- a. Να γίνουν πράξεις σ' αυτήν
b. Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της για $\chi = -1$

Άσκηση 2^η

Δίνεται η παράσταση $\Gamma = \chi^4 - 3\chi^3 - \chi^2 + 3\chi$

- a. Να μετατραπεί σε γινόμενο πρωτοβάθμιων και δευτεροβάθμιων πολυωνύμων
b. Να λυθεί η εξίσωση $\Gamma = 0$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} \frac{\chi}{3} + \frac{\Psi}{2} = 2 \\ 2(\chi - \Psi) + 3 = \chi + \Psi \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε την ταυτότητα
 $(\chi + \psi)(\chi - \psi) = \chi^2 - \psi^2$

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν οι γνωστές ταυτότητες.

$(\chi + \psi)^2 = \dots\dots\dots$

$(\chi - \psi)^2 = \dots\dots\dots$

$\chi^2 - \psi^2 = \dots\dots\dots$

$(\chi + \psi)^3 = \dots\dots\dots$

$(\chi - \psi)^3 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

A. Για κάθε γωνία ω , σε ένα σύστημα αξόνων $\chi O\psi$ μπορούμε να πάρουμε σημείο $M(\chi, \psi)$ τέτοιο ώστε $\widehat{\chi OM} = \omega$. Πώς ορίζονται το $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$;

B. Να σημειώσετε ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (**Σ**) και ποιές λάθος (**Λ**).

α) Για κάθε γωνία ω ισχύει $0 \leq \eta\mu\omega \leq 1$.

β) Για κάθε γωνία ω ισχύει $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$.

γ) Για κάθε γωνία ω τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$, ισχύει $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

δ) Για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$.

ε) Για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να παραγοντοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις

α) $3\alpha + 5\alpha\beta$

β) $2\alpha - 2\gamma + \alpha^2 - \alpha\gamma$

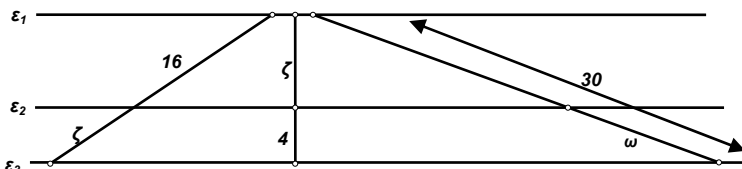
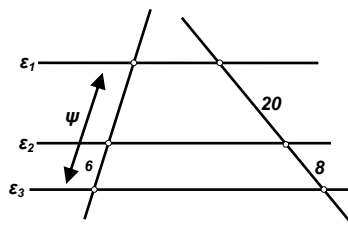
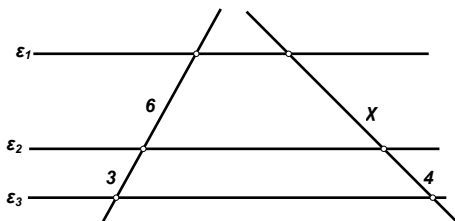
γ) $10(\psi^2 - \chi^2) - 5(\psi - \chi)^2$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 5\psi - \frac{x}{2} = 4 \\ \frac{11-x}{8} + \frac{\psi+1}{6} = 2 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τα μήκη χ, ψ, ζ και ω στα παρακάτω σχήματα αν είναι $(\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3)$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων .
- Ποια είναι τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων ;

Θέμα 2^ο

- Να αποδειχθεί η ταυτότητα : $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.
- Αν ισχύει $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$, τι συμπεραίνουμε για τους α και β ;
- Να συμπληρωθούν οι ισότητες :
 - $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα : $8\chi - 7\psi = 23$
 $6\chi + 2\psi = 10$

Άσκηση 2^η

Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{\chi^3 - 4\chi^2 + 3\chi}{\chi^3 - \chi}$$

Άσκηση 3^η

Αν είναι $90^\circ \leq \chi \leq 180^\circ$ και ισχύει $10\eta\mu\chi - 5 = 0$,
να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\chi$ και την $\epsilon\phi\chi$

ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- Πώς συγκρίνουμε (διατάσσουμε) δυο πραγματικούς αριθμούς;
- Να γράψετε τις ιδιότητες της διάταξης (των ανισοτήτων).

Θέμα 2^ο

- Ποια μονώνυμα ονομάζονται όμοια;
- Πώς ορίζεται το άθροισμα ομοίων μονώνυμων;
- Πώς ορίζεται το γινόμενο μονώνυμων;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 5\text{cm}$, $\beta = 4\text{cm}$, και $\gamma = 6\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες του.

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 + 4 = (\chi - 1) \cdot (\chi - 2)$

Άσκηση 3^η

- Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β.

$$A = \frac{\chi^2 - 25}{\chi^2 - 8\chi + 15} \quad B = \frac{\chi^2 - 6\chi + 9}{\chi^2 - 3\chi}$$

- Να εκτελέσετε την πράξη Α·Β

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Τι ονομάζεται ταυτότητα;

β) Να βρείτε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων:

$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

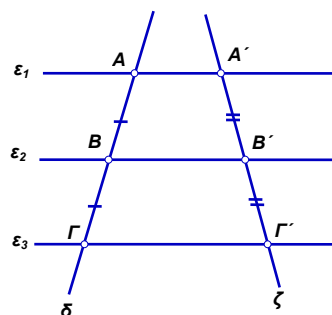
γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

α) Στο διπλανό σχήμα είναι $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3$ και $AB = B\Gamma$, $A'B' = B'\Gamma'$.

Να διατυπώσετε την πρόταση που ισχύει.

β) Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή, να κάνετε σχήμα και να γράψετε τους λόγους που το εκφράζουν .



γ) Να συμπληρώσετε την παρακάτω πρόταση, που προκύπτει από το θεώρημα του Θαλή για ένα τρίγωνο, να κάνετε σχήμα και να γράψετε τους λόγους που την εκφράζουν.

Κάθε παράλληλη προς

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

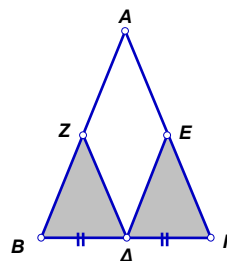
Στην παρακάτω παράσταση να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολωνώμου που θα προκύψει μετά την αναγωγή των ομοίων όρων, για $\alpha = -1$ και $\beta=1$

$\beta \cdot (\alpha - \beta)^2 - (\beta - \alpha) \cdot (\beta + \alpha)\beta + \alpha \cdot (\alpha + 3\beta)^2 =$

Άσκηση 2^η

Από το μέσο Δ της βάσης ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ ($AB = AG$), φέρνουμε τις $\Delta E // BA$ και $\Delta Z // GA$.

Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΖΒΔ και ΕΔΓ



Άσκηση 3^η

Αν $\eta\mu^2\omega = \frac{1}{4}$ και $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

της γωνίας ω και την τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\omega}{\eta\mu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να συμπληρωθεί η ισότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- Να αποδειχθεί ότι: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
- Υπάρχουν αριθμοί α, β τέτοιοι ώστε $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$;

Θέμα 2^ο

- Δώστε τον ορισμό της δύναμης a^v με βάση τον αριθμό a και εκθέτη τον φυσικό αριθμό $v > 1$.
- Γράψτε τις ιδιότητες των δυνάμεων.
- Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές για κάθε θετικούς αριθμούς α και β ;

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta}, \quad \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta},$$

$$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}, \quad \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$(\chi + 2)^2 + (\chi + 3)^2 = (\chi + 4)^2.$$

Άσκηση 2^η

Αν $-1 < \chi < 2$ και $3 < \psi < 4$ να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών περιέχονται οι τιμές της παράστασης $2\chi - 3\psi$.

Άσκηση 3^η Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 3\psi = 5 \\ 3\chi - 5\psi = -21 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζουμε μονώνυμο και από ποια μέρη αποτελείται;
- Ποια μονώνυμα ονομάζονται όμοια;
- Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(a - b)^3 = \dots\dots\dots,$$

$$(a - b) \cdot (a + b) = \dots\dots\dots$$

Θέμα 2^ο

- Να συμπληρωθούν οι ισότητες:
 $\sin(90^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$
 $\cos(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$
 $\tan \omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots},$
 $\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = \dots\dots\dots$
- Σε ποια τεταρτημόρια είναι συγχρόνως το συνημίτονο θετικό και το ημίτονο αρνητικό;
- Υπάρχει γωνία $\hat{\omega}$ για την οποία να ισχύει: $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\nu\omega = 0$;
(δικαιολόγηση)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$(x+3)(x-3) - x^2 + 7 = (x-2)^2 - x$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Εάν είναι $0^\circ \leq \hat{\omega} \leq 90^\circ$ και ισχύει $5\eta\mu\omega - 3 = 0$, να υπολογισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

Θέμα 2^ο

- Πως πολλαπλασιάζουμε μονώνυμο με πολυώνυμο;
- Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

- $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 42 \\ \chi - \frac{\psi}{2} = 13 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση:

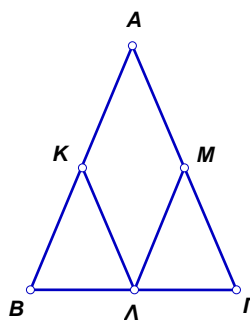
$$(2\chi - 3)^2 = (\chi - 1) \cdot (\chi - 4) + 9\chi$$

Άσκηση 3^η

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) του διπλανού σχήματος τα σημεία Κ, Μ, Ν είναι αντίστοιχα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ.

Να συγκρίνετε:

- Τα τρίγωνα ΒΛΚ και ΓΛΜ.
- Τα τμήματα ΛΚ και ΛΜ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γραφούν οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.
- Να αποδειχθούν οι παραπάνω σχέσεις.

Θέμα 2^ο

Να συμπληρωθούν και να αποδειχθούν οι παρακάτω ταυτότητες:

- $(\alpha+\beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha-\beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{\chi^2 - 4}{\chi - 3} \cdot \frac{\chi^2 - 6\chi - 9}{2\chi - 4} \cdot \frac{\chi^2 - \chi - 6}{\chi^2 + \chi}$$

Άσκηση 2^η

Να εξεταστεί αν έχουν κοινές λύσεις οι παρακάτω εξισώσεις:

$$3\chi^2 - 7\chi + 2 = 0$$

$$1 - \frac{1}{\chi + 2} - \frac{1}{2 - \chi} = \frac{2\chi}{\chi^2 - 4}$$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:

$$5\chi - \frac{\psi + 4}{3} = \psi + \frac{13}{18}$$

$$5\psi - \frac{\chi + 3}{4} = \chi + \frac{7}{24}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να αποδείξετε τον τύπο: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$
- B. Με τι ισούται κάθε μία από τις παρακάτω παραστάσεις:
- $6\eta\mu^2\omega + 6\sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots$
- $3\eta\mu^2\varphi + 4\sigma\upsilon\nu^2\varphi - \sigma\upsilon\nu^2\varphi = \dots$
- C. Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές (**Σ**) και ποιες λανθασμένες (**Λ**);
- $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$
- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = -\eta\mu\omega$ $-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$

Θέμα 2^ο

- A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν γνωστές ταυτότητες:
- $(\alpha + \dots) \cdot (\alpha - \beta) = (\alpha^2 - \dots)$
- $(\alpha \dots)^3 = \dots - 3\alpha^2\beta + \dots - \beta^3$
- B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
- C. Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
- $(\chi - \psi)^2 = \chi^2 - 2\chi\psi + \psi^2$
- $(\alpha^2 - \psi^3) \cdot (\alpha^2 + \psi^3) = \alpha^4 - \psi^6$
- $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^3$
- $\gamma^9 - \delta^4\epsilon^2 = (\gamma^3 - \delta^2\epsilon) \cdot (\gamma^3 + \delta^2\epsilon)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(6\chi - 17)^2 - (6\chi - 18)^2 = \chi^2$

Άσκηση 2^η

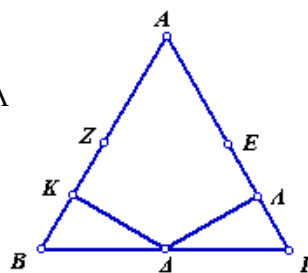
Να λυθεί το σύστημα:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3\chi + \psi}{5} = 9 \\ \frac{\chi + 2}{4} - \frac{\psi - 3}{3} = 2 \end{array} \right.$$

Άσκηση 3^η

Στο ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ τα σημεία Δ, Ε, Ζ είναι τα μέσα των πλευρών του ΒΓ, ΓΑ, ΑΒ αντίστοιχα. και τα Κ, Λ μέσα των τμημάτων ΒΖ και ΓΕ. Να συγκρίνεται:

- Τα τρίγωνα ΚΒΔ και ΛΓΔ
- Τα τμήματα ΔΚ και ΔΛ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots\dots\dots, \quad \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \dots\dots\dots, \quad \eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$$

$$\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots, \quad \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots\dots, \quad \eta\mu(90^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$$

b. Να διατυπώσετε το νόμο των ημιτόνων και το νόμο των συνιμητόνων.

Θέμα 2^ο

Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

a. Αν το μέσο μιας πλευράς τριγώνου φέρουμε παράλληλη προς μία άλλη πλευρά του, αυτή διέρχεται της τρίτης πλευράς.

Όταν παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στη μια είναι της άλλης.

b. Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα;(κριτήρια ισότητας τριγώνων)

c. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

a. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$A = 2\chi^2 - 18, \quad B = \chi^2 + 6\chi + 9$$

b. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{A}{B} + 1$

Άσκηση 2^η

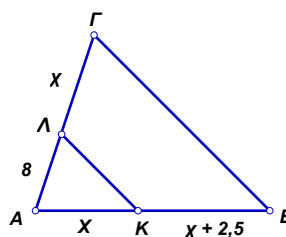
Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + \psi = 4 \\ \frac{3\chi}{2} + \frac{\psi}{5} = 6 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε $ΚΛ \parallel ΒΓ$.

Αν είναι $ΑΛ = 8$, $ΛΓ = \chi$, $ΑΚ = \chi$

και $ΚΒ = \chi + 2,5$, να υπολογίσετε το χ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

i) $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + y^2$

ii) $(x + y)^3 = \dots + \dots + \dots + \dots$

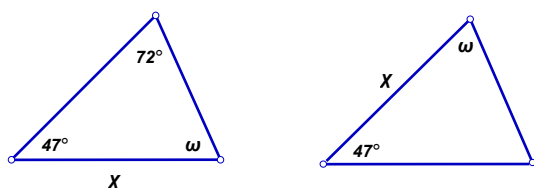
iii) $(\dots - \dots)^3 = y^3 - 3y^2x + 3yx^2 - x^3$

iv) $(x^2 - \dots) = (\dots + y)(\dots - y)$

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσετε τα (τρία) κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.

B. Στο παρακάτω σχήμα τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.



Τότε η γωνία ω ισούται με: i) 72° ii) 43° iii) 47° iv) 61° v) 108°

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω πολυώνυμα:

i) $x^2 - xy$

ii) $ax + by + \beta x + \alpha y$

iii) $25x^2y^2 - 20xy + 4$

iv) $x^2 + 3x - 18$

v) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \gamma^2$

vi) $x^{2004} - 4^{1002}$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και ΔBE είναι ίσα και ισχύει:

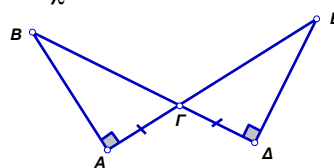
$AB = 2x + 2$, $BD = 7 - y$, $AG = 4x$ και $DE = 5y + 3$,

i) Σύμφωνα με ποιο κριτήριο τα τρίγωνα είναι ίσα;

ii) Να δειχθεί ότι $AG = DE$.

iii) Να βρεθούν τα x και y από την επίλυση κατάλληλου συστήματος.

iv) Να βρεθεί η περίμετρος του τριγώνου ABΓ αφού προηγουμένως εφαρμόσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.



Άσκηση 3^η

Δίνεται το τριγωνικό αγρόκτημα ABΓ.

Αν είναι και $AD = 8\text{m}$ και $DE = 6\text{m}$:

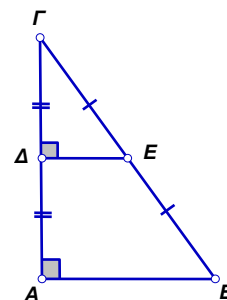
i) Να υπολογιστούν τα μήκη AG και AB.

ii) Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔEΓ είναι όμοια.

iii) Να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας λ των δύο αυτών τριγώνων.

iv) Να υπολογιστεί ο λόγος των εμβαδών του τριγώνου ABΓ προς το τρίγωνο ΔEΓ

v) Αν η αξία του τμήματος ΔEΓ του χωραφιού είναι 1000 €, να υπολογιστεί η αξία των τμημάτων ABΓ και ABEΔ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

b. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

• $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

• $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

• $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

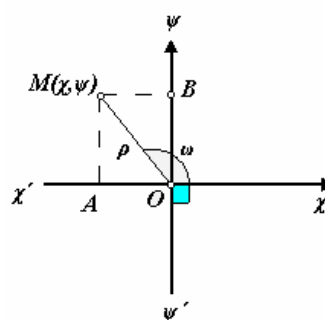
• $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

a. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να αποδείξετε ότι: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

b. Υπάρχει γωνία ω για την οποία $\eta\mu\omega = 1$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας



Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$(\chi - 3)^2 - 10 \cdot (\chi - 2) + 2\chi + 4 = -7$$

Άσκηση 2^η

a. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{\chi - 1}{2} + \frac{\psi - 2}{4} = 1$$

$$\frac{\chi - 3}{3} - \frac{\psi + 2}{2} = -2$$

b. Αν χ, ψ οι λύσεις του παραπάνω συστήματος, να δείξετε ότι:

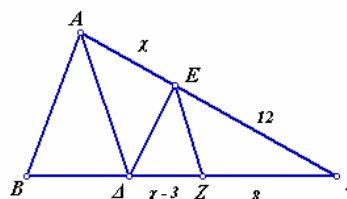
$$(\chi + \psi)^2 - 2\chi\psi - 13 = 0.$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $E\Delta \parallel AB$ και $EZ \parallel AD$.

Να υπολογίσετε τα χ και ψ αν είναι γνωστό ότι,

$AE = \chi$, $B\Delta = \psi$, $\Delta Z = \chi - 3$, $E\Gamma = 12$ και $Z\Gamma = 8$



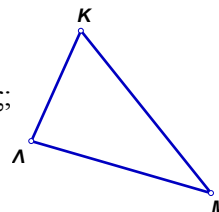
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζεται παραγοντοποίηση;
- Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- Να αποδειχθεί η ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Θέμα 2^ο

- Σε ποια τεταρτημόρια η εφαπτομένη είναι αρνητική;
- Ποια η ελάχιστη και ποια η μέγιστη τιμή του ημιτόνου μιας γωνίας;
- Στο τρίγωνο ΚΛΜ Να εκφράσετε το τετράγωνο της πλευράς ΚΛ σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

$$A = \chi\psi + \chi^2 - \chi - \psi$$

$$B = 3\chi^2 - 3\psi^2$$

$$\Gamma = \chi^2\psi - \chi^3$$

- Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A \cdot \Gamma}{B}$

Άσκηση 2^η

Δίνεται η παράσταση:

$$A = 3\alpha \cdot (\beta^2 - 2\alpha) - (\alpha + 2\beta)^2 + 4\alpha\beta - 4(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) - 3\alpha\beta^2 + 2048$$

- Να γίνουν οι πράξεις
- Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης A όταν $\alpha = -2$

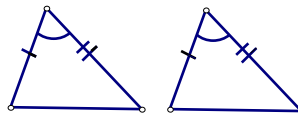
Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3 \cdot (\chi + \psi) - 2 \cdot (\chi - \psi) = 10 \\ \chi = 36 - 7\psi \end{cases}$$

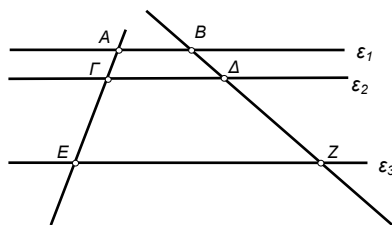
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να γράψετε το κριτήριο ισότητας τριγώνων με βάση το οποίο τα διπλανά τρίγωνα είναι ίσα.

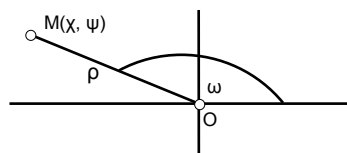


- B. Να αναφέρετε το θεώρημα Θαλή και να γράψετε την μαθηματική σχέση για τα τμήματα του διπλανού σχήματος, όταν οι ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 είναι παράλληλες.



Θέμα 2^ο

Έστω ω τυχαία γωνία του συστήματος συντεταγμένων και $M(x, \psi)$ σημείο στην τελική πλευρά της γωνίας ω . Αν η απόσταση του σημείου M από το σημείο O είναι ρ ,



- a. Πως ορίζεται το $\eta\mu\omega$ και το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και
b. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση : $2\chi^2 + 3 = 7\chi$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα :
$$\begin{cases} 3\chi + 2\psi = -4 \\ 2\chi - \psi = 9 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να αποδειχθεί η ταυτότητα : $(\chi + 2\psi)^2 - (3\chi - 2\psi)^2 - 8\chi(2\psi - 3\chi) = 16\chi^2$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

ι) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες :

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

ii) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

iii) Να εξετάσετε αν αληθεύει η ισότητα : $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$

Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις : $(\chi - 5)^2 - (3\chi - 1) \cdot (\chi + 1) - 4\chi \cdot (\chi - 2)$

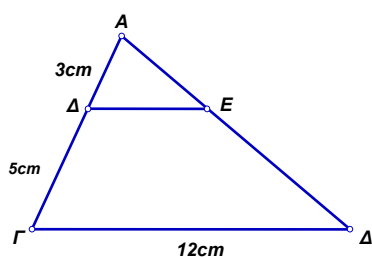
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{\chi + 7}{\chi - 1} = \frac{3}{\chi}$

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα είναι:

$\Delta E \parallel B\Gamma$, $AB = 8\text{cm}$, $A\Delta = 3\text{cm}$ και $B\Gamma = 12\text{cm}$.



i) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta E\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.

ii) Να συμπληρώσετε τις αναλογίες : $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{\Delta E}{\dots} = \frac{A\Delta}{\dots}$

iii) Να υπολογίσετε το τμήμα ΔE .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να γράψετε τα αναπτύγματα:

• $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

• $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

• $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$

b. Να υπολογισθούν:

• $(5\chi - 4\psi)^2 = \dots\dots\dots$

• $(2\chi + 3\psi)^3 = \dots\dots\dots$

• $64\chi^2 - 25\psi^2 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

b. Πως γίνεται εφαρμογή του σε τρίγωνο;

c. Ποια τρίγωνα λέγονται όμοια(2 ορισμοί)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί και επαληθευτεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + 7\psi = -41 \\ \chi - 2\psi = 8 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\chi^2 - 9\chi - 5 = 0$$

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί ή μέγιστη και ελάχιστη τιμή της παράστασης:

$$A = 5\sigma\upsilon\chi - 6\eta\mu\chi$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Τι ονομάζεται ταυτότητα

β) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες.

$$(\alpha - \beta)^2 =$$

$$(\alpha + \beta)^2 =$$

$$\alpha^2 - \beta^2 =$$

γ) Να αποδείξετε ότι : $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

b. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν Δ, Ε τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους των αντιστοίχων πλευρών.

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο

με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ.

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi^2 - 2}{\chi^2 - 2\chi} + \frac{2\chi - 3}{2 - \chi} = \frac{2}{\chi}$

Άσκηση 3^η

Αν για την γωνία ω ισχύει $0^\circ \leq \omega < 360^\circ$, να αποδείξετε την ισότητα :

$$(\alpha\eta\mu\omega + \beta\sigma\upsilon\omega)^2 + (\beta\eta\mu\omega - \alpha\sigma\upsilon\omega)^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να γράψετε το δεύτερο μέλος κάθε ισότητας:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots, \quad (\beta - \alpha) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots, \quad (\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

b. Να συμπληρώσετε και να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

c. Η ισότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ ισχύει όταν:

1. $\alpha = \beta$ 2. $\alpha = -\beta$ 3. $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$

Να γράψετε τη σωστή απάντηση.

Θέμα 2^ο

a. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.

b. Να γράψετε το θεώρημα του Θαλή (Διατύπωση- σχήμα - αναλογία).

c. Να συμπληρώσετε τον επόμενο κανόνα:

Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\psi - 2\chi = -1 \\ \frac{3\chi + 2}{4} - \frac{\psi + 5}{6} = 1 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{\chi^2 - 2}{\chi^2 - 2\chi} - \frac{4\chi - 6}{2\chi - 4} = \frac{2}{\chi}$$

Άσκηση 3^η

Αν $\sin \chi = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < \chi < 360^\circ$ να υπολογίσετε το $\eta\mu\chi$ και την $\epsilon\phi\chi$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζεται μονώνυμο και τι συντελεστής μονωνύμου;
- Να δείξετε ότι $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
- Για ποιες τιμές των α και β ισχύει: $(\alpha + \beta)^2 = (\alpha - \beta)^2$. Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Θέμα 2^ο

- Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων
- Σε τρίγωνο ΑΒΓ τα Κ και Λ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Ποια σχέση συνδέει τα τμήματα ΚΛ και ΒΓ
- Στο τρίγωνο ΚΛΜ τα Ζ, Η και Θ είναι τα μέσα των ΚΛ, ΚΜ και ΛΜ αντίστοιχα. Αν η περίμετρος του ΚΛΜ είναι 24cm, πόση θα είναι η περίμετρος του τριγώνου ΖΗΘ.
Αιτιολογήστε την απάντησή σας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\chi^2 - 5\chi + 6}{2\chi^2 - 6\chi}$ και $B = \frac{2\chi}{2\chi - \chi^2}$

- Να απλοποιήσετε τις Α και Β
- Να λύσετε την εξίσωση $A - B = \frac{4}{\chi^2 - 2\chi}$

Άσκηση 2^η

Αν $2\eta\mu\omega + 1 = 0$ και $90^\circ < \omega < 270^\circ$ να υπολογίσετε:

- Το συνω και την εφω
- Την τιμή της παράστασης $A = (1 - 3\epsilon\phi\omega)(1 - 2\sigma\upsilon\omega) - 4\eta\mu\omega$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($AB = AG$) και Μ το μέσον της ΒΓ. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ (προς το μέρος των Β και Γ) παίρνουμε τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Να δείξετε ότι:

- $\Delta M = EM$
- Τα Δ και Ε ισαπέχουν από την ΒΓ

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή. (διατύπωση - σχήμα - τύπος)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να αποδειχθεί: $\frac{(1 - \alpha^2)}{4\alpha^2 - 4\alpha + 1} : \frac{(2\alpha + 2) \cdot (1 - \alpha)}{(2\alpha - 1) \cdot (4\alpha - 2)} = 1$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{6x - 12}{2} + 2 \cdot (3y - 1) = 13 \\ 2x + y - 3 \cdot (x + 2y) = -16 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Αν $\eta\omega = \frac{1}{2}$ και $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$, να υπολογιστούν:

a. $\sigma\omega\omega$

b. $\epsilon\phi\omega$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

c. Να συμπληρώσετε τα κενά:

$$(\chi - \dots)^2 = \dots\dots - 6\chi\psi + \dots\dots$$

Θέμα 2^ο

a. Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

b. Να διατυπωθεί το θεώρημα του Θαλή.

c. Δύο ίσα τρίγωνα είναι όμοια; Γιατί; Αν ναι ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις και οι απλοποιήσεις:

$$\left[\frac{\chi(\chi - \psi) - 2(\chi - \psi)}{\chi^2 - \psi^2} - \frac{\chi^2 + \chi\psi}{\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2} \right] : \frac{2\chi}{\chi + \psi}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi^2 + \chi\psi = 5 \\ \psi - \chi = 3 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ να υπολογιστούν το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και η εφω όταν:

a. $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και

b. $90^\circ < \omega < 180^\circ$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

$$(α + β)^2 = \dots\dots\dots, (α - β)^2 =$$

$$(α + β)^3 = \dots\dots\dots, (α - β)^3 =$$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα:

$$(α + β) \cdot (α - β) = α^2 - β^2$$

Θέμα 2^ο

Να διατυπωθούν τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $x - \frac{14}{x} = -5$

Άσκηση 2^η

Αν $\eta\omega = -\frac{4}{5}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$ να υπολογιστούν:

a. Το $\sigma\eta\omega$

b. Η $\epsilon\phi\omega$.

Άσκηση 3^η

Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση:

$$3\chi^4\psi - 48\psi^5$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι είναι μονώνυμο, ποια τα μέρη του και πώς ορίζονται. (Παράδειγμα)
- Πώς ορίζεται το άθροισμα όμοιων μονωνύμων.
- Να συμπληρώσετε τις ισότητες :
 - $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- Για μια οποιαδήποτε γωνία ω να αποδειχθεί ο τύπος $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$
- Γράψτε τις σχέσεις των τριγωνομετρικών αριθμών δύο παραπληρωματικών γωνιών.
- Αν ισχύει $\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega < 0$, σε ποια τεταρτημόρια μπορεί να βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

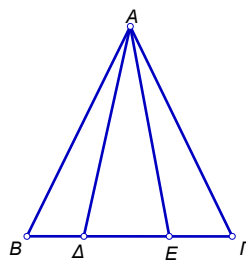
Να λυθεί η εξίσωση : $(\chi - 1)^3 - \chi \cdot (\chi - 2)^2 = 1 - 2\chi^2$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα : $\left\{ \begin{array}{l} \chi - \frac{\psi}{2} = 4 \\ \chi - 2(\psi + 1) = 5 \end{array} \right\}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με AB = ΑΓ και ΒΔ = ΕΓ. Να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Θέμα 2^ο

- Πότε μια ισότητα λέγεται ταυτότητα;
- Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
 - $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- Να δείξετε ότι $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2}{(x-1) \cdot (x+1)}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{3\chi - 5\psi}{2} - \frac{\chi - \psi}{2} = 16 \\ \frac{\chi}{3} + \frac{\chi + \psi}{3} = 14 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

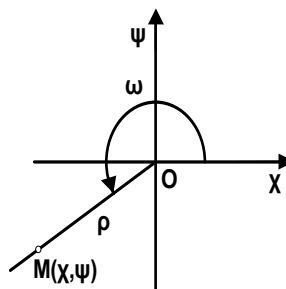
Αν $\sin \omega = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε:

- Το $\eta\mu\omega$
- Την $\epsilon\phi\omega$
- Την τιμή της παράστασης $A = 26\eta\mu\omega - 13\sin\omega - 20\epsilon\phi\omega$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα σημείο $M(x, \psi)$ τέτοιο, ώστε να είναι $\widehat{\chi OM} = \omega$ και $OM = \rho$. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω . (λόγια-σχέσεις)



- b. Να συμπληρώσετε τα κενά με τα πρόσημα των τριγωνομετρικών αριθμών στον παρακάτω πίνακα :

Τεταρτημόριο	1 ^ο	2 ^ο	3 ^ο	4 ^ο
Τριγ. αριθμοί				
ημχ				
συνχ				
εφχ				

Θέμα 1^ο

Θεώρημα του Θαλή. (σχήμα- κανόνας-σχέση)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση : $(\chi + 3)^2 - 2(\chi - 1)(\chi + 1) = (\chi - 4)^2 + 7$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα :

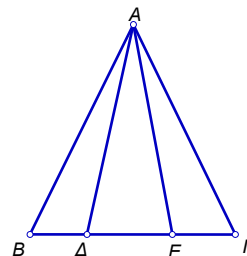
$$\begin{cases} \frac{\chi - 2}{4} + \frac{\psi - 3}{8} = \frac{\chi}{2} - 1 \\ 2(4\chi + 1) - (5\psi - 9) = 3(\chi + 2) \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = ΑΓ) παίρνουμε δυο σημεία Δ και Ε στην πλευρά ΒΓ έτσι, ώστε ΒΔ = ΓΕ.

Να αποδείξετε ότι :

- Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα.
- Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΔΕ ως προς τις πλευρές του.
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- Να γράψετε τις αξιοσημείωτες ταυτότητες
- Να αποδείξετε τις τρεις πρώτες που έχουν σχέσεις με τετράγωνα

Θέμα 2^ο

- Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Να κάνετε σε κάθε περίπτωση σχήματα και να γράψετε τις ισότητες που εκφράζουν το κάθε κριτήριο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$B = (-4,5)^2 - (2^5 - 0,6 \cdot 0,7) - (-0,6 - 0,1) \cdot 3$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi^2}{12} + \frac{3\chi^2 - 4\chi + 1}{15} = \frac{3\chi^2 - 4}{20}$

Άσκηση 3^η

Δείξτε ότι, αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ το ύψος ΑΔ είναι και διχοτόμος της γωνίας Α, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές..

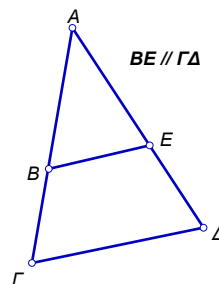
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Συμπληρώστε την ισότητα : $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots\dots\dots$
- Να αποδείξετε ότι : $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$
- Η πρόταση $\eta\mu\omega = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,8$ είναι σωστή;

Θέμα 2^ο

- Να διατυπωθεί το θεώρημα του Θαλή.
- Σύμφωνα με το θεώρημα του Θαλή γράψτε όλους τους δυνατούς λόγους στο διπλανό σχήμα ($BE \parallel \Gamma\Delta$)
- Αν $AB = 5$, $B\Gamma = 4$ και $AE = 4$ πόσο είναι το $E\Delta$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 4 \\ 2\chi + \psi = 5 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση :
$$\frac{3\chi^2}{\chi^2 + \chi} - \frac{2\chi^2 - 1}{\chi^2 - 1} = \frac{\chi^2 - 2}{\chi^2 - \chi}$$

Άσκηση 3^η

Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha \geq 0,$$

Πότε είναι ίση με 0;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων

B. Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **ΣΩΣΤΕΣ** και ποιες **ΛΑΘΟΣ**

a. Αν δύο γωνίες ενός τριγώνου είναι ίσες μία προς μία με δύο γωνίες ενός άλλου τριγώνου

τότε τα τρίγωνα είναι ίσα Σ - Λ

b. Δύο αμβλυγώνια τρίγωνα μπορεί να είναι ίσα Σ - Λ

c. Ένα αμβλυγώνιο και ένα οξυγώνιο τρίγωνο μπορούν να είναι ίσα Σ - Λ

Θέμα 2^ο

A. Να αποδείξετε την ταυτότητα. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

B. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της 1^{ης} στήλης με τα στοιχεία της 2^{ης}

1^η ΣΤΗΛΗ

1) $(\alpha + \beta)^2$

2) $(\alpha - \beta)^2$

3) $(\alpha + \beta)^3$

4) $\alpha^2 - \beta^2$

5) $(\alpha - \beta)^3$

2^η ΣΤΗΛΗ

α) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

β) $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$

γ) $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

δ) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ε) $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Αντιστοίχιση

1. [] 2. [] 3. [] 4. [] 5. []

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση

$$(x - 1)^2 - 3(x - 1) = 0$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$A = (2 - \alpha)^2 + (\alpha - 1)(\alpha + 1)$$

$$B = (\kappa - 1)^3 + (\kappa - 2)(\kappa^2 + 2\kappa + 4)$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A) Να συμπληρώσετε τα κενά 1.

a. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

b. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδειχτεί η ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Γ. Τι παριστάνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha\chi + \beta$; Πότε περνάει απ' την αρχή των αξόνων;

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπωθεί το θεώρημα του Θαλή και να δοθεί κατάλληλο

B. Να διατυπωθούν δύο 2 κριτήρια ισότητας τριγώνων και να δοθούν κατάλληλα σχήματα

Γ. Δύο τρίγωνα που έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να αποδειχτεί με κατάλληλες πράξεις ότι η εξίσωση $2(\chi - 1) - (\chi - 2)(\chi + 2) = (\chi - 3)^2 + \chi - 2$

μπορεί να έρθει στη μορφή $-2\chi^2 + 7\chi - 5 = 0$. Στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση

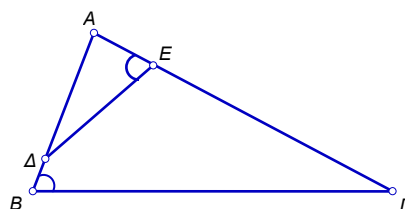
Άσκηση 2^η

Στο παρακάτω σχήμα ισχύει γωνία $\widehat{AED} = \widehat{ABG}$.

a. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και AΔE είναι όμοια.

b. Να γραφεί ο λόγος ομοιότητας λ

c. Αν $A\Delta = 4$, $B\Delta = 1$, $A\Gamma = 10$, να βρεθεί το τμήμα AE



Άσκηση 3^η

Να αποδειχθεί ότι το σύστημα $\begin{cases} \frac{2\chi - \psi}{3} - \frac{4\psi - 3}{9} = \frac{\chi}{6} - 1 \\ 3(\chi + \psi) - 4(\chi - 1) = 2\chi + 7 \end{cases}$ κάνοντας τους απαραίτητους

μετασχηματισμούς, μπορεί να πάρει τη μορφή $\begin{cases} 9\chi - 14\psi = -24 \\ -3\chi + 3\psi = 3 \end{cases}$.

Στη συνέχεια να λυθεί το σύστημα.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζουμε μονώνυμο και από ποια μέρη αποτελείται;
- Ποια μονώνυμα ονομάζονται όμοια;
- Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
 - $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $1 + \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{3}{x^2 - x}$

Άσκηση 2^η

Αν είναι $2\eta\mu\omega - \sqrt{3} = 0$, $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + 4\psi = 22 \\ 2\chi - 2\psi = -4 \end{cases}$$

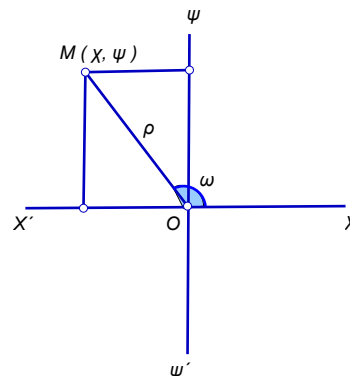
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο πολυώνυμα;
- Τι ονομάζουμε ταυτότητα;
- Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα
 $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να κάνετε τις πράξεις στην κλασματική παράσταση :

$$A = \frac{\chi}{\chi\psi - \psi^2} - \frac{\psi}{\chi^2 - \chi\psi} - \frac{1}{\chi}$$

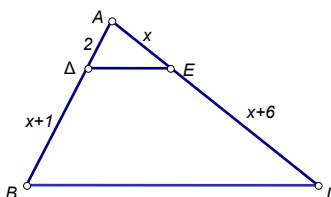
Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} 4(\chi - 5) = \psi \\ \frac{2\chi}{5} - \frac{\psi}{12} = 3 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα, να βρείτε το χ αν ξέρετε ότι οι ευθείες ΔΕ και ΒΓ είναι παράλληλες.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζετε μονώνυμο και ποια μονώνυμα λέγονται όμοια .
- Τι λέγεται ταυτότητα .
- Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες :
 - $(\beta + \alpha) \cdot (\beta - \alpha) = \dots\dots\dots$
 - $(\beta - \alpha)^3 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- Ποια είναι τα κύρια στοιχεία και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου.
- Να διατυπώσετε την τριγωνική ιδιότητα .
- Γράψτε ένα κριτήριο ισότητας δύο τριγώνων .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(3x - 1)^2 = (6x - 2) \cdot (x + 3)$

Άσκηση 3^η

Να παραγοντοποιήσετε τα παρακάτω πολυώνυμα :

- $2\alpha - 2\gamma + \alpha^2 - \alpha\gamma$
- $25x^2y^2 - 20xy + 4$
- $x^2 + 3x - 18$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε ένα κριτήριο ισότητας των τριγώνων.
- Μια κάθετη πλευρά ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με μια κάθετη πλευρά ενός άλλου ορθογωνίου τριγώνου. Τι άλλο πρέπει να έχουν τα δυο αυτά τρίγωνα για να είναι ίσα;
- Πότε δυο τρίγωνα λέγονται όμοια; Τα ίσα τρίγωνα είναι όμοια; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Να συμπληρωθούν οι ισότητες:
 - $a^2 - b^2 = \dots\dots\dots$,
 - $a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = \dots\dots\dots$,
 - $a^2 + 2ab + b^2 = \dots\dots\dots$,
- Να αποδείξετε ότι: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Η ισότητα $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ισχύει:

A. πάντοτε B. αν $a = -b$ Γ. αν $a = b$ Δ. αν $a = 0$ ή $b = 0$

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- Να γίνουν οι πράξεις και να γράψετε την παράσταση:

$$\Pi = (x+2y)^3 - (2x+y) \cdot (2x-y) \cdot (x-y) + (x-y)^2 \cdot (-2x)$$
 στην απλούστερή της μορφή.
- Να βρείτε, κατόπιν, την αριθμητική τιμή της παράστασης Π για $x = 1$ και $y = -1$.

Άσκηση 2^η

Έστω το κλάσμα: $A = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$.

- Για ποιες τιμές του x δεν ορίζεται το κλάσμα αυτό;
- Να απλοποιήσετε το A .
- Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $A : B$ όπου $B = \frac{6 + 2x}{x^3 + 4x + 4x^2}$.

Άσκηση 3^η

- Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ -3y + 2x = -4 \end{cases}$$
- Για μια αμβλεία γωνία ω είναι $\eta\omega = \frac{x}{y}$, όπου (x, y) είναι η λύση του παραπάνω συστήματος. Υπολογίστε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

β. $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

γ. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

δ. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

ε. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα ε του ερωτήματος A.

Θέμα 2^ο

a. Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

b. Πως γίνονται τα παραπάνω εάν τα τρίγωνα είναι ορθογώνια;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 3 \\ 3(x-1) - 2 = 2(y+3) + 1 \end{cases}$$

a. Να δείξετε, με κατάλληλες πράξεις, ότι μετασχηματίζεται στο
$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

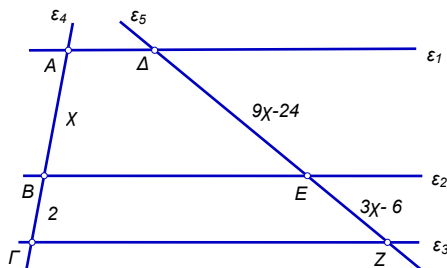
b. Να λύσετε το σύστημα του ερωτήματος A.

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι οι ευθείες

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ είναι παράλληλες.

Να υπολογίσετε το x .



Άσκηση 3^η

Δίνεται η παράσταση:

$$A = (2x - 1)^2 - x(x - 3) + (x - 2) \cdot (x + 2) - x^2 + 2x + 1.$$

a. Να διώξετε τις παρενθέσεις.

b. Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$.

c. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης, για $x = 2$.

ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- iv) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
v) Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή.

Θέμα 2^ο

- a) Πως ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οποιασδήποτε γωνίας;
b) Να αποδείξετε ότι για μια οποιαδήποτε γωνία ω ισχύουν οι σχέσεις:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \text{ και } \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να γίνουν οι πράξεις: $(3\chi - 2)^2 - 2\chi \cdot (4\chi - 1) - (\chi - 1) \cdot (\chi + 1)$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - 5\chi = 2\chi - 6$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 5 \\ 2\chi + 5\psi = 16 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να αποδείξετε την ταυτότητα κύβος αθροίσματος

b. Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$$(2\chi + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$$

$$(4 - \chi) \cdot (\chi + \dots) = 16 - \dots$$

Θέμα 2^ο

a. Ποια αλγεβρική παράσταση λέγεται κλασματική ; Δώστε ένα παράδειγμα .

b. Η αλγεβρική παράσταση $3\chi^2\psi^{-3}$ είναι κλασματική ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας .

c. Η αλγεβρική παράσταση $\frac{3\chi}{\chi^2 - \chi}$ ορίζεται για $\chi = 1$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\eta\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = 2\eta\omega + 4\sigma\omega + \epsilon\omega$$

Άσκηση 2^η

a. Να δείξετε ότι η παράσταση $B = 2\chi \cdot (3 - \chi) - (\chi - 1)^2 + (\chi + 1) \cdot (4\chi + 1) - 14\chi$ είναι ίση με $\chi^2 - \chi$

b. Να λυθεί η εξίσωση $B = 2$

Άσκηση 3^η

Μια οικογένεια έχει 2 παιδιά . Αν από το διπλάσιο της ηλικίας του μεγαλύτερου παιδιού αφαιρέσουμε το τριπλάσιο της ηλικίας του μικρότερου βρίσκουμε 2 χρόνια . Αν στο μισό της ηλικίας του μεγαλύτερου παιδιού προσθέσουμε το ένα τρίτο της ηλικίας του μικρότερου βρίσκουμε 7 χρόνια . Να βρείτε τις ηλικίες των δύο παιδιών .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Θέμα 2^ο

a. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις και να γράψετε τις αντίστοιχες ισότητες :

Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν :

i. ημίτονα. $\eta\mu(180 - \omega) = \dots\dots\dots$

ii. συνημίτονα $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. εφαπτομένες $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b. Ποιες σχέσεις ισχύουν για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των συμπληρωματικών γωνιών;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\frac{1}{2}[(\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2] = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma - \beta\gamma$$

Άσκηση 2^η

a. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση $A = 10\alpha - \alpha^2 + 10\beta - \alpha\beta$.

b. Ομοίως την παράσταση $B = \alpha^2 - 2\alpha - \beta^2 - 2\beta$.

c. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{A}{B}$.

Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση : $(x + 3)^2 = 4$

ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- Πως προσθέτουμε όμοια μονώνυμα;
- Πότε μια αλγεβρική παράσταση λέγεται ταυτότητα;
- Πότε μια αλγεβρική παράσταση λέγεται κλασματική ;

Θέμα 2^ο

- Διατυπώστε ένα κριτήριο ισότητας τριγώνων.
- Διατυπώστε το θεώρημα του Θαλή.
- Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να γίνουν οι πράξεις:

$$(2 - \chi) \cdot (\chi + 1) \cdot (3\chi - 2).$$

Άσκηση 2^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των εξισώσεων:

$$\chi^2 - 3\chi = 0 \quad \text{και} \quad \chi^2 + \chi - 12 = 0.$$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 4\psi = 6 \\ 2\chi - 5\psi = -5 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- a. Τι ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων;
- b. Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- c. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:
 - $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Θέμα 2^ο

- a. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- b. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $(x + 3)^2 - 4 \cdot (x + 3) = 0$

Άσκηση 3^η

Εάν είναι $\eta_{\mu\chi} = \frac{3}{4}$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, τότε να υπολογίσετε το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας x .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή. (και με σχήμα)

Θέμα 2^ο

- Να γράψετε τον τύπο που δίνει την λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ με a, b, c πραγματικούς αριθμούς και $a \neq 0$.
- Πότε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού, έχει δύο άνισες ρίζες, μια διπλή ρίζα, δεν έχει ρίζες;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στις παραστάσεις Π και Ρ να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε το πολυώνυμο Π-Ρ

$$\Pi = (a + b) \cdot (a - \chi) - (a - \beta) \cdot (\beta - \chi) \quad P = (a + \beta)^2 - 2\beta\chi$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2\chi - 3\psi = 2 \\ 6\chi - 13\psi = -2 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις πλευρές β και γ του τριγώνου ΑΒΓ όταν η πλευρά α = 20cm, η γωνία Β = 55°, και η γωνία Γ = 74°.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

Θέμα 2^ο

Πως πολλαπλασιάζουμε μονώνυμο με πολυώνυμο;

Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες

- $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(2\chi - 3)^2 = (\chi - 1) \cdot (\chi - 4) = 9\chi$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 42 \\ \chi - \frac{\psi}{2} = 13 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ και στην προέκταση της παίρνουμε τμήμα ΜΣ = ΑΜ.

- Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΣΓΜ
- Να συγκρίνετε τα τμήματα ΑΒ και ΣΓ

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να γραφούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
b. Να γραφεί η τριγωνική ιδιότητα.

Θέμα 2^ο

- a. Να χαρακτηρίσετε Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω ισότητες:

- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$
- $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta$
- $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$
- $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2$

- b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi + 1}{2\chi + 4} + \frac{1}{\chi + 1} = \frac{1}{\chi^2 + 2\chi + 3}$

Άσκηση 2^η

Να γίνουν οι πράξεις: $(x + 2)^2 - (x + 3) \cdot (x - 3) - 2(2x - 3)$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi - 1}{2} + \frac{\psi - 2}{4} = 1 \\ \frac{\chi - 3}{3} - \frac{\psi + 2}{2} = -2 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Συμπληρώστε τις ταυτότητες
- $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- b. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και τι πολυώνυμο
- c. συμπληρώστε την πρόταση.
- d. Δύο η περισσότερα μονώνυμα που έχουν το $\dots\dots\dots$ λέγονται όμοια.

Θέμα 2^ο

- a. Συμπληρώστε την πρόταση.
Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι $\dots\dots\dots$ προς την τρίτη πλευρά και $\dots\dots\dots$ με το μισό της
- b. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;
- c. Τα όμοια τρίγωνα είναι ίσα; (αιτιολόγηση)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την κλασματική εξίσωση $\frac{2x}{x-2} - \frac{2x+3}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi - 2\psi = 4 \\ 2\chi - \psi = 5 \end{cases}$$

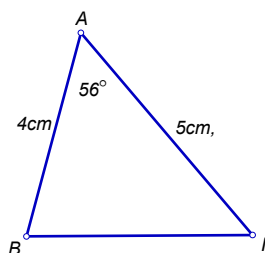
Άσκηση 3^η

Στο τρίγωνο του σχήματος έχουμε:

$$ΑΓ = 5\text{cm}, \quad ΑΒ = 4\text{cm}, \quad \hat{Α} = 56^\circ$$

Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ του τριγώνου.

Δίνεται το $\text{syn}56^\circ = 0,56$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να αποδειχθεί η ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

b. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις

i) $(\beta + \dots)^2 = \dots + \dots + \alpha^2$ ii) $(\beta + \alpha)^3 = \dots + \dots + \dots + \dots$

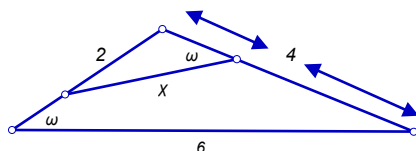
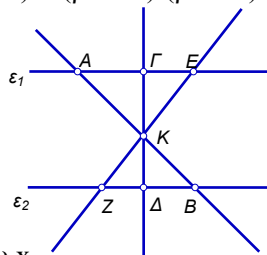
iii) $(\dots - \alpha)^3 = \beta^3 - 3\beta^2\alpha + 3\beta\alpha^2 - \alpha^3$ iv) $(\dots - \alpha^2) = (\beta + \dots) \cdot (\beta - \dots)$

A. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και AB,

ΓΔ ΕΖ τέμνουσες να συμπληρώσετε τα κενά

$$\frac{KA}{\dots} = \frac{\dots}{\Delta K} = \frac{KE}{\dots}$$

B. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε την τιμή του x.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις

i) $\alpha^2 - \beta^2$ ii) $x^2 + \alpha x + \beta x + \alpha\beta$ iii) $x^2 - 2005x - 2006$

iv) $x^2 - 16$ v) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \kappa^2 + 2\kappa\lambda - \lambda^2$

Άσκηση 2^η

Δίνεται η παράσταση

$$A = (x-1)^3 + (3x+2)^2 - (x+1)^3 - 5x$$

i) Να δειχθεί ότι $A = 3x^2 + 7x + 2$ ii) Να λυθεί η εξίσωση $3x^2 + 7x + 2 = 0$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ($AB = AG$) και στις

προεκτάσεις της πλευράς του ΒΓ τα σημεία E, Z ώστε

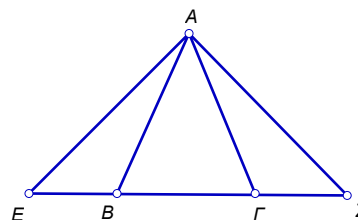
$$BE = \Gamma Z. \text{ Αν είναι } AE = 7x + 12y + 2, AZ = 3x + 9y + 40,$$

$$EB = 5x + 10y + 6, B\Gamma = 6x + 5y, \Gamma Z = 3x + 11y + 20.$$

i) Να δειχθεί ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές

ii) Να υπολογιστεί η περίμετρος του τριγώνου AEZ αφού

πρώτα επιλύσετε κατάλληλο σύστημα δύο εξισώσεων



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$
- b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες
- $\eta\mu(180 - \omega) = \dots\dots\dots$
 - $\sigma\upsilon\nu(90 - \omega) = \dots\dots\dots$
 - $\sigma\upsilon\nu(180 - \omega) = \dots\dots\dots$
 - $\eta\mu(90 - \omega) = \dots\dots\dots$
- c. Να γράψετε τους τύπους του νόμου των ημίτονων και του νόμου των συνημίτονων.

Θέμα 2^ο

- a. Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες
- $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$
 - $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- c. Ποια λέγονται όμοια μονώνυμα, τι γνωρίζετε για το άθροισμα τους, τι λέγεται πολυώνυμο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{5}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega + 2\eta\mu\omega}{3\epsilon\phi\omega}$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} \frac{\chi + 3}{2} - \frac{\psi - \upsilon}{3} = 3 \\ -\frac{2\chi - 1}{2} - \frac{\psi + 2}{4} = -4 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση
$$\frac{3\chi - 1}{\chi - 1} - \frac{2}{\chi} - \frac{2\chi^2 + \chi - 1}{\chi^2 - \chi} = 0$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες :

a. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

b. $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

c. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

d. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

e. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε τη d.

Θέμα 2^ο

a. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας δύο οποιωνδήποτε τριγώνων .

b. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{1}{x+2} - \frac{5x+6}{x^2-4} = 1 - \frac{1}{2-x}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} = 4 - \frac{y+2}{4} \\ \frac{x+3}{2} - 3 = \frac{x-y}{3} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

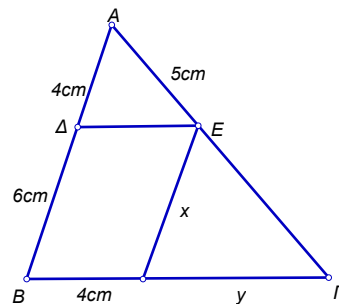
Στο διπλανό σχήμα είναι $DE \parallel B\Gamma$ και $EZ \parallel AB$.

Αν είναι:

$A\Delta = 4\text{cm}$, $B\Delta = 6\text{cm}$, $AE = 5\text{cm}$ και $BZ = 4\text{cm}$:

a. Να βρεθούν τα $E\Gamma = x$ και $Z\Gamma = y$

b. Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$;



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τα αναπτύγματα των παρακάτω ταυτοτήτων:

a. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

b. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

c. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Θέμα 2^ο

A. Τι ονομάζεται μονώνυμο και από ποια του μέρη αποτελείται;

B. Πότε δύο μονώνυμα λέγονται όμοια; Γράψτε δύο όμοια μονώνυμα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθούν οι εξισώσεις

a. $\chi^2 - 4\chi = 0$

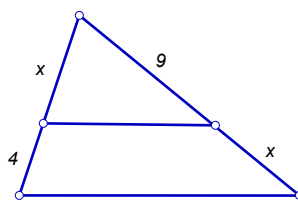
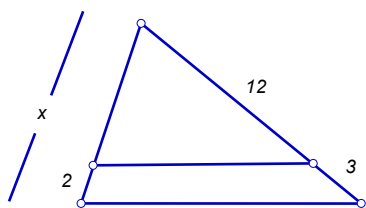
b. $(\chi + 2)^2 - 5(\chi - 1) = 6\chi - 1$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} 4(\chi - 1) - \psi = 2\chi + 12 \\ 6\chi + 7\psi = 2(\chi - \psi) - 12 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε το χ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε δύο σχήματα λέγονται όμοια;
- Πότε δύο τρίγωνα λέγονται όμοια;
- Αν δύο όμοια σχήματα έχουν λόγο ομοιότητας $\frac{2}{3}$ ποιος είναι:
 - Ο λόγος των εμβαδών τους.
 - Ο λόγος των όγκων τους.

Θέμα 2^ο

Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A(1, -6) και B(-3, 2)

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi + 11}{2\chi + 8} - \frac{4}{\chi^2 - 16} = \frac{\chi - 5}{2\chi - 8}$

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη τιμή των παραστάσεως:

- $A = 8 + 2\sigma\upsilon\nu\chi$
- $B = 4\eta\mu\chi - 5\sigma\upsilon\nu\chi$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

i. $(\alpha - \beta)^2 = \dots$

ii. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots - \beta^2$

iii. $(\alpha - \beta)^3 = \dots$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων

b. Θεώρημα του Θαλή (διατύπωση)

c. Τι πρέπει να συμβαίνει για να είναι δυο τρίγωνα όμοια;
(να γραφούν τα δύο κριτήρια)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις και οι απλοποιήσεις:

$$\left(\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\alpha^4 + \alpha^2\beta^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2} \right) : \frac{\alpha^2 + \alpha\beta}{2}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθούν οι εξισώσεις:

a. $5 - \chi \cdot (2\chi - 1) = 2\chi \cdot (3\chi - 1)$

b. $\frac{9}{8}\chi^2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\chi$

Άσκηση 3^η

Αν $\eta\omega = \frac{4}{5}$ να υπολογιστεί το συνω και η εφω:

a. όταν $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$

b. όταν $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^2 = \dots,$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^3 = \dots$$

b. Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$$

Θέμα 2^ο

- a. Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου και με τι ισούται το άθροισμα των γωνιών του;
- b. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$4\chi \cdot (2\chi - 1) + 8\chi = 9(\chi^2 - 2) - 14$$

Άσκηση 2^η

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 8\text{cm}$ $\beta = 11\text{cm}$ και $\hat{B} = 90^\circ$.

Να υπολογίσετε τις άλλες γωνίες του τριγώνου.

Δίνεται:

$$\eta_{\mu 25^\circ} = 0,41 \quad \text{και} \quad \eta_{\mu 35^\circ} = 0,57$$

Άσκηση 3^η

Να γίνουν οι πράξεις:

$$(3\alpha - \beta)^2 - 2(\alpha + 3\beta)^2 - (\alpha + 3\beta) \cdot (\alpha - 3\beta) =$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Πότε μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται κλασματική, και πότε μια κλασματική αλγεβρική παράσταση ορίζεται;
- Τι ονομάζεται παραγοντοποίηση αλγεβρικής παράστασης.
- Πως πολλαπλασιάζουμε δύο μονώνυμα;

Θέμα 2^ο

- Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $\psi = \alpha\chi + \beta$; Πότε αυτή περνά από την αρχή των αξόνων;
- Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \alpha\chi^2$.
Τι είναι και πως ονομάζεται η γραφική παράσταση της;
Πότε έχει μέγιστο;
Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας της;
Ποιο σημείο είναι η κορυφή της;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$(\chi - 1)^3 - \chi(\chi - 2)^2 + 2\chi(\chi^2 - 1) = 2\chi^3 + 3$$

Άσκηση 2^η

Αν $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$, να υπολογίσετε:

- τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\omega$, $\epsilon\phi\omega$
- την τιμή της παράστασης $A = \frac{5\eta\mu\omega - 8\epsilon\phi\omega}{10\sigma\upsilon\omega}$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} 2\chi - \frac{\psi}{3} = -3 \\ \frac{\chi - 1}{2} + \frac{\psi + 1}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Πότε μια ισότητα λέγεται ταυτότητα;

b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

c. Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

Θέμα 2°

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\chi^4 - 2\chi^2 + 1}{\chi^3 - \chi + 5\chi^2 - 5}$

a. Να απλοποιήσετε την παράσταση.

b. Να λύσετε την εξίσωση $A = 1$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{3\chi - \psi}{3} - \frac{\chi}{2} = 1 \\ \frac{\chi + \psi}{5} + 2\psi = \frac{\chi}{2} - \frac{1}{5} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Αν είναι $90^\circ \leq \chi \leq 180^\circ$ και $6\eta\mu\chi - 3 = 0$, να υπολογίσετε

τη γωνία χ .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^2 = \dots,$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^3 = \dots$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = \dots$$

b. Να υπολογίσετε το ανάπτυγμα: $(\alpha - \beta)^3$

Θέμα 2°

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = \hat{\omega}$

να δείξετε ότι: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ και $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις

$$(\chi + \psi)^3 - \chi \cdot (\chi + \psi) \cdot (\chi - \psi) + \chi \cdot (\chi - \psi)^2$$

και αφού κάνετε αναγωγή ομοίων όρων να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης για $\chi = -$ και $\psi = 1$.

Άσκηση 2^η

Αν είναι $270^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2}$, να υπολογίσετε:

a. τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$ και $\epsilon\phi\theta$,

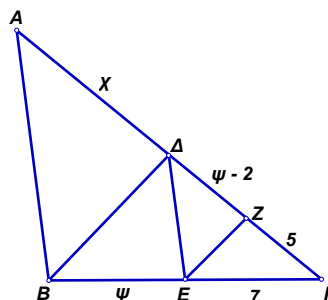
b. την τιμή της παράστασης $A = \frac{\epsilon\phi^2\theta + \frac{3}{\epsilon\phi^2\theta}}{2\sigma\upsilon\nu\theta + 4\eta\mu^2\theta}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι

$\Delta E \parallel AB$ και $EZ \parallel B\Delta$.

Να υπολογίσετε τα χ και ψ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

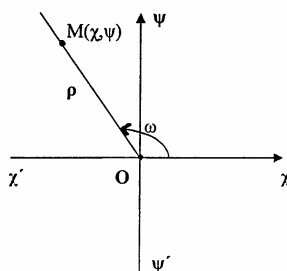
Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

- $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2°

Στο διπλανό σχήμα:

- Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
- Να δείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$(2\chi - 1)^2 + 7 = (\chi + 2)^2 - (\chi - 4) \cdot (\chi + 4)$$

Άσκηση 2^η

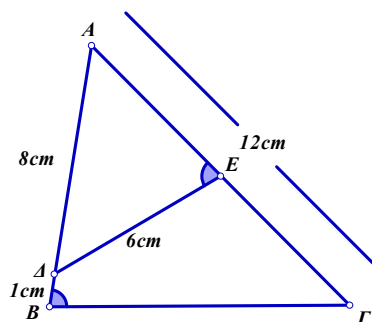
Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} 6 \cdot (\chi + \psi) + 3 \cdot (\chi + 5) = 2 \cdot (\chi - 2\psi) \\ \frac{\chi - \psi}{3} - \frac{2\chi - \psi}{4} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι, οι γωνίες $\hat{B} = \hat{E}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$, $AB = 9\text{cm}$, $\Delta E = 6\text{cm}$, και $A\Delta = 8\text{cm}$.

- Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια.
- Να υπολογίσετε τα μήκη των $B\Gamma$ και AE .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Να δώσετε τους ορισμούς:
- μονώνυμο,
 - κύριο μέρος μονωνύμου,
 - συντελεστής μονωνύμου,
 - όμοια μονώνυμα,
 - πολυώνυμα
- b. Να δώσετε ένα παράδειγμα για κάθε ορισμό.
- c. Πως βρίσκουμε το άθροισμα και πως το γινόμενο μονωνύμων.

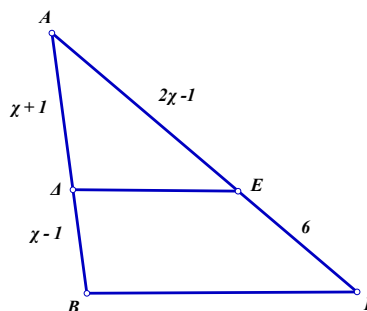
Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E \parallel B\Gamma$. Αν είναι $AE = 2\chi - 1$, $AD = \chi + 1$, $\Delta B = \chi - 1$ και $E\Gamma = 6$, να υπολογίσετε το χ .



Άσκηση 2^η

Να γίνουν οι πράξεις:

$$(2\chi + 3) \cdot (2\chi - 3) + (\chi + 3)^2 - (3\chi - 2) \cdot (2\chi + 5)$$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 3\psi = 5 \\ 3\chi - 5\psi = -21 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να δείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

b. Υπάρχει γωνία ω για την οποία να ισχύει:

$$\eta\mu\omega = 1 \text{ και } \sigma\upsilon\nu\omega = 1$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Θέμα 2°

a. Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^2 = \dots,$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots, \quad (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 5 \\ 2\chi + 4\psi = 6 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

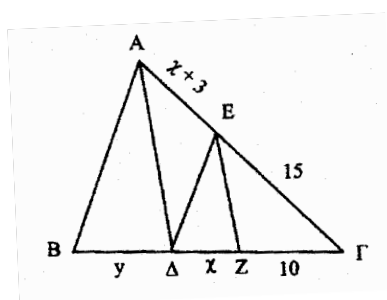
Να λυθεί η εξίσωση:

$$(3 - 2\chi)^2 - (5 + \chi) \cdot (5 - \chi) = -20$$

Άσκηση 3^η

Στο τρίγωνο ABΓ του διπλανού σχήματος είναι $\Delta E \parallel B\Gamma$ και $E Z \parallel A\Delta$.

Να υπολογίσετε τα χ και ψ .



ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1**

- Τι ονομάζεται συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- Σε ποια τεταρτημόρια το συνημίτονο είναι αρνητικό;
- Ποια σχέση συνδέει το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη μιας γωνίας;

Θέμα 2^ο

- Σε ποιες περιπτώσεις δύο τρίγωνα είναι ίσα;
- Τι λέει το θεώρημα του Θαλή;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Να γίνουν οι πράξεις: $\frac{\alpha - 1}{\alpha^2 - 3\alpha} : \frac{\alpha^2 - \alpha}{\alpha^3 - 9\alpha}$

Άσκηση 2^η

Δίδεται σκαληνό τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσος του ΑΔ. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των κορυφών Β και Γ από την διάμεσο είναι ίσες.

Άσκηση 3^η

Να γίνουν λυθεί η εξίσωση:

$$(2\chi + 3)^2 = (\chi - 1) \cdot (\chi - 4) + 9\chi$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να συμπληρώσετε τα αναπύγματα των ταυτοτήτων:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots, (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots, (\alpha - \beta)^3 = \dots,$$

b. Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

Θέμα 2^ο

a. Να δείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$(5\chi - 2)^2 - (\chi + 5)^2 + (\chi + 4) \cdot (\chi - 4) \cdot 3\chi$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} 2(\psi - \chi) - (\psi - 4) = 4 \\ \frac{3\chi - 5}{2} - \psi = -5 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

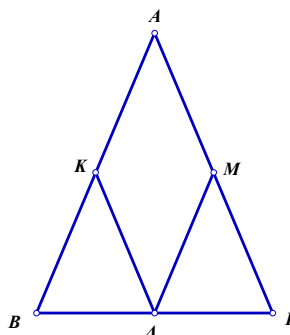
Στο ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ = ΑΓ$)

του διπλανού σχήματος τα $Κ, Λ, Μ$ είναι

αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών $ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ$

Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $ΒΑΚ$ και $ΓΛΜ$

και τα τμήματα $ΛΚ$ και $ΛΜ$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο πολώνυμα;
 b. Να αποδείξετε την ταυτότητα
 $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
 c. Αν είναι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$,
 να δείξετε ότι $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$

Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε τα κριτήρια ομοιότητας δύο τριγώνων.

Να εξετάσετε αν δύο οποιαδήποτε ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (\chi - 4)^2 + 6(\chi - 3) + 2\chi - 7$$

$$B = (\chi + 4) \cdot (\chi - 1) - \chi \cdot (\chi - 1) - 8$$

- a. Να γίνουν οι πράξεις στις A και B.
 b. Να απλοποιηθεί η παράσταση $\Pi = \frac{A}{B}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\chi^2 + 10\chi + 9 = 0$

Άσκηση 3^η

Στο τρίγωνο ABΓ φέρνουμε την διάμεσο AM και στην προέκταση της παίρνουμε τμήμα ΜΣ = AM.

- a. Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ABM και ΣΓM
 b. Τα τμήματα AB και ΣΓ.

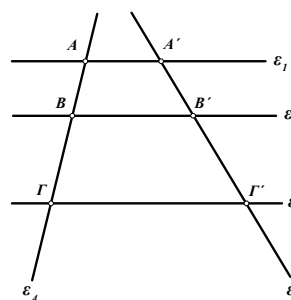
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

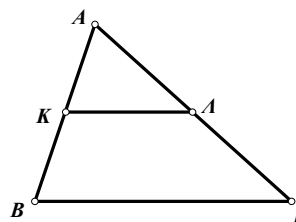
- a. Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- b. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες
- $(\alpha - \beta)^2 = \dots$
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots$
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots$

Θέμα 2^ο

- a. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.
Να διατυπώσετε το θεώρημα που ισχύει.



- b. Στο τρίγωνο ΑΒΓ τα σημεία Κ και Λ είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.
Να διατυπώσετε την πρόταση που ισχύει για το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να κάνετε τις πράξεις τις πράξεις:

$$2\alpha \cdot (\alpha - \beta) + (\alpha + \beta)^2 - 5\beta \cdot (\alpha\beta + \beta)$$

Άσκηση 2^η

Αν η ω είναι μια οξεία γωνία με $\eta\omega = \frac{5}{13}$, να υπολογίσετε

τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\omega$ και $\epsilon\omega$.

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \chi = \frac{3\psi - 5}{2} \\ \psi - \chi = 1 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να αποδείξετε τις ταυτότητες

a. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

b. $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

Να αποδείξετε ότι:

Αν από το μέσο πλευράς τριγώνου φέρουμε παράλληλη προς μια πλευρά του, αυτά διέρχεται και από το μέσο της τρίτης πλευράς του τριγώνου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$A = \frac{4\chi^2 - 1}{4\chi^2 + 4\chi + 1}, \quad B = \frac{2\chi - 4}{\chi^2 - 4}$$

Άσκηση 2^η

Στο τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε την διάμεσο ΑΜ και στην προέκταση της παίρνουμε τμήμα ΜΣ = ΑΜ.

a. Να συγκρίνετε τα τμήματα ΑΒ και ΣΓ.

b. Να δείξετε ότι $AM < \frac{AB+AG}{2}$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 5\psi = 1 \\ -3\chi + \psi = -10 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Σε κάθε γινόμενο να αντιστοιχίσετε ένα άθροισμα έτσι ώστε να προκύψουν ταυτότητες (ισότητες)

Γινόμενα	Άθροισματα
a. $(\alpha + \beta)^2$	1. $\alpha^2 + \beta^2$
b. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta)$	2. $\alpha^3 + \beta^3$
c. $(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$	3. $\alpha^2 - \beta^2$
d. $\alpha(\beta - \gamma)$	4. $\alpha\beta - \alpha\gamma$
	5. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
	6. $\alpha\beta - \alpha\gamma$
	7. $\alpha^3 - \beta^3$

a	
b	
c	
d	

- b. Να αποδείξετε ότι:
 $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

- a. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.
b. Να δείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = -7 \\ -2\chi + \psi = 4 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Αν είναι $\eta\mu\chi = \frac{1}{2}$, $90^\circ < \chi < 180^\circ$ τότε:

a. Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\chi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\chi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

- c. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = (1 - 2\sigma\upsilon\nu\chi) \cdot (1 + 3\epsilon\phi\chi) - 6\sqrt{3}\epsilon\phi\chi - 8\eta\mu\chi.$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται η παράσταση $A = (1 - 2\chi)^2 - 3 \cdot (\chi - 1) - 4\chi + 5$

a. Να αποδείξετε ότι, $A = \chi^2 - 5\chi + 6$

- b. Να λύσετε την εξίσωση

c. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{A}{\chi^2 - 4}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^2 - \beta^2 = \dots, (\alpha + \beta)^2 = \dots, (\alpha - \beta)^2 = \dots$$

- b. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

Θέμα 2^ο

- a. Να ορίσετε με την βοήθεια ενός συστήματος συντεταγμένων τους τριγωνομετρικούς αριθμούς τυχαίας γωνίας ω

- b. Να αποδείξετε τις σχέσεις

$$\varepsilon\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \text{ και } \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1.$$

- c. Να εκφράσετε το τετράγωνο πλευράς τριγώνου ABΓ με το νόμο των συνημιτόνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{(\chi^2 - \chi - 12) \cdot (\chi^2 - 25) \cdot (\chi - 5)}{(\chi^2 + 8\chi + 15) \cdot (\chi^2 - 10\chi + 25) \cdot (\chi - 4)} = \frac{\chi^3 + 8}{\chi^2 - 2\chi + 4}$$

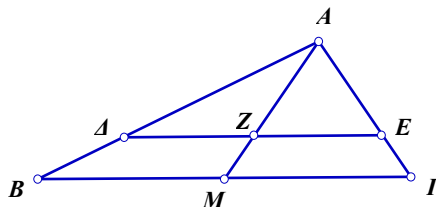
Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi + 1}{2} = 8 - \frac{\psi - 1}{3} \\ \frac{\psi + 1}{2} = 9 - \frac{\chi - 1}{3} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E // B\Gamma$

- a. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AΔΕ και ABΓ είναι όμοια και να γράψετε τις ανάλογες πλευρές τους,
- b. Αν ακόμη είναι $\Delta E = 7\text{cm}$ $B\Gamma = 10\text{cm}$ $E\Gamma = \chi$ και $A E = \chi + 2\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος A E
- c. Αν η AM είναι διάμεσος του τριγώνου ABΓ να δείξετε ότι το τμήμα AZ είναι διάμεσος στο τρίγωνο AΔE.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να δείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.
- b. Υπάρχει γωνία ω για την οποία να ισχύει, $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\nu\omega = 1$;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- a. Να αποδείξετε την ταυτότητα
 $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
- b. Αν είναι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$, τι συμπεραίνουμε για τους α, β ;
- c. Να συμπληρώσετε την ισότητα $(\dots + 3)^2 = 4 + \dots + \dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν είναι $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$, να υπολογίσετε:

τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$.

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 3\psi = 8 \\ 3\chi + 2\psi = 7 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση

$$(\chi + 4)^2 = (\chi + 2)^2 + (\chi + 3)^2$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots, (\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots,$$

b. Πότε το άθροισμα δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο;

c. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο μονώνυμα;

Θέμα 2^ο

a. Να δοθούν οι ορισμοί των τριγωνομετρικών αριθμών οποιασδήποτε γωνίας ω τοποθετημένης σε σύστημα αξόνων με αρχική πλευρά που συμπίπτει με τον θετικό ημιάξονα των x .

b. Με βάση τους παραπάνω ορισμούς να αποδειχθεί η βασική τριγωνομετρική σχέση : $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

c. Αν είναι $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\nu\varphi$ ποια σχέση συνδέει τις γωνίες ω και φ ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι κλασματικές αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \frac{2\alpha^2 - 2\alpha}{\alpha^2 - 2\alpha - 1}, \quad B = \frac{\alpha^2 - 9}{\alpha^2 - 4\alpha + 3}, \quad \Gamma = \frac{\alpha^2 - 6\alpha + 9}{\alpha - 1}$$

a. Να γίνουν όλες οι δυνατές απλοποιήσεις.

b. Να υπολογίσετε την παράσταση, $\frac{A - B}{\Gamma}$

Άσκηση 2^η

Την αρνητική λύση της εξίσωσης $2\chi^2 + \chi - 6 = 0$

να αντικαταστήσετε στην αλγεβρική παράσταση,

$$A = \chi^3 + 12\chi^2 + 48\chi + 64$$

και να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της.

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi - 1}{4} + \psi = 8 \\ \chi + \frac{\psi - 1}{6} = 6 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθεί η ισότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots,$$

b. Να αποδείξετε ότι

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

c. Υπάρχουν αριθμοί α, β τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε ένα από τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

b. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.

c. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση

$$(\chi + 2) \cdot (\chi^2 - 3\chi + 2) = 0$$

Άσκηση 2^η

$$\text{Αν } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2},$$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2\eta\mu 150^\circ + 4\eta\mu^2 30^\circ$$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 4\psi = 7 \\ 5\chi - 2\psi = 6 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων (σχήμα για κάθε κριτήριο)
- b. Να συμπληρώσετε τα κενά
- Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι..... προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το της.

Θέμα 2^ο

- a. Σε τρίγωνο ΑΒΓ να γράψετε το νόμο των ημιτόνων καθώς κα νόμο των συνημιτόνων (3 ισότητες).
- b. Να συμπληρώσετε τα κενά

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots\dots \quad \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} =$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- a. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\chi^3 - 4\chi \quad 3\chi^3 + 6\chi^2$$

- b. Να απλοποιηθεί η παράσταση: Α $\frac{\chi^3 - 4\chi}{3\chi^3 + 6\chi^2}$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$(\chi - 2)^2 + \chi^2 - 7 = (\chi - 3)(\chi + 3) + \chi.$$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{\chi}{3} - \frac{\Psi}{2} = 1 \\ 2\chi = -2 + 5\Psi \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να απαντήσετε αν είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) οι παρακάτω ταυτότητες.

i. $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

ii. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

iii. $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta) \cdot (\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

b. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

Θέμα 2^ο

a. Να απαντήσετε αν είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) οι παρακάτω ισότητες.

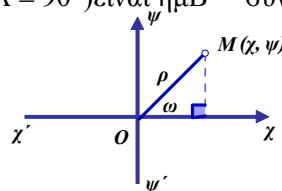
i. $\eta\mu(180^\circ - \alpha) = \eta\mu\alpha$

ii. $\epsilon\phi\alpha = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha}$

iii. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\eta\mu B - \sigma\upsilon\nu\Gamma = 0$

b. Με την βοήθεια του διπλανού σχήματος

να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

a. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$4\chi^2 - 49, \quad \omega^3 - 3\omega^2\kappa - \kappa^3 + 3\omega\kappa^2$$

b. Να λύσετε την εξίσωση: $(3\chi^2 - 15\chi) \cdot (-\chi^2 + 5\chi - 4) = 0$

Άσκηση 2^η

a. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{2\chi}{5} - \frac{3\psi}{4} = -1 \\ \frac{2\chi}{3} + \frac{\psi}{6} = 4 \end{cases}$$

b. Αν χ, ψ είναι οι λύσεις του παραπάνω συστήματος,

να δείξετε ότι $3\chi^2 - 4\psi^2 - 11 = 0$

Άσκηση 3^η

a. Αν είναι $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$, $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και την $\epsilon\phi\omega$

b. Αν η $\hat{\omega}$ είναι γωνία του προηγούμενου ερωτήματος.:

να δείξετε ότι
$$\frac{5\eta\mu\omega - 15\sigma\upsilon\nu\omega}{-8\epsilon\phi\omega} = \frac{5}{2}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

a. $(\alpha + \beta)^2 = \dots,$

b. $(\alpha - \beta)^2 = \dots,$

c. $\alpha^2 - \beta^2 = \dots,$

d. $(\alpha + \beta)^3 = \dots,$

e. $(\alpha - \beta)^3 = \dots$

b. Να αποδείξετε την πρώτη.

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

b. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή

c. Τι γνωρίζετε για το ευθύγραμμο τμήμα που
συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις:

$$(2\chi + 3)^2 - (2\chi + 3) \cdot (2\chi - 3) - (\chi - 2)^2$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 5\psi = 60 \\ \frac{\chi - 3}{4} + \frac{\psi - 2}{6} = -\frac{13}{12} \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{2}{\chi - 2} - \frac{4}{\chi^2 - 4} = \frac{1}{\chi + 2}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Τι ονομάζουμε μονώνυμο και από τι αποτελείτε;
- Πως πολλαπλασιάζουμε μονώνυμο με πολυώνυμο;
- Τι ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων;
- Να συμπληρώσετε τις ισότητες
 - $(\alpha + \beta)^2 = \dots$,
 - $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots$,
 - $(\alpha + \beta)^3 = \dots$

Θέμα 2^ο

- Ποια τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;
- Να διατυπώσετε την τριγωνική ιδιότητα που ισχύει σε κάθε τρίγωνο.
- Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων.
- Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

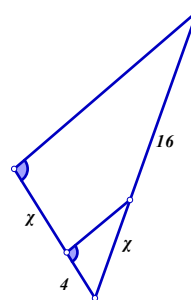
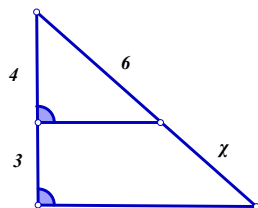
Να λύσετε τις εξισώσεις:

a. $5(\chi - 3) + 4(\chi - 1) = 17$

b. $\frac{\chi - 5}{2} + \frac{\chi - 2}{8} = 1$

Άσκηση 2^η

Με την βοήθεια των σχημάτων.
να υπολογίσετε το χ σε κάθε μία
από τις επόμενες περιπτώσεις.



Άσκηση 3^η

Να δείξετε ότι:

a. $15\eta\mu^2\varphi + 15\sigma\upsilon\nu^2\varphi = 15$

b. $\eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 130^\circ = 1$

c. $\sigma\upsilon\nu\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu\eta\sigma\upsilon\nu^2\omega = \sigma\upsilon\nu\eta$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Να γράψετε τον τύπο της ταυτότητας, διαφορά τετραγώνων και να τον αποδείξετε.
- b. Η διακρίνουσα της εξίσωσης $\chi^2 - 3\chi + 2 = 0$ είναι: Α. 17, Β. 0, Γ. 1, Δ. -1, Ε. 2
- c. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 3\chi - 2$ είναι γραμμή που διέρχεται από το σημείο (.....,) του άξονα των ψ .
- d. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις προτάσεις:
- i. Υπάρχει γωνία ω , έτσι ώστε $\eta\mu\omega = \frac{3}{2}$.
- ii. Τα μονώνυμα $2\chi^2\psi$ και $\frac{1}{2}\psi\chi^2$ είναι όμοια.

Θέμα 2°

- a. Να κατασκευάσετε κατάλληλο σχήμα και να αποδείξετε ότι, $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- b. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = a\chi^2$ είναι γραμμή που λέγεται και η της συμπίπτει με την αρχή των αξόνων.
- c. Να συμπληρώσετε την ισότητα $(\chi + \dots)^2 = \dots + \dots + 4$
- d. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις προτάσεις:
- i. Αν $180^\circ < \omega < 270^\circ$, $\eta\mu\omega < 0$.
- ii. Η παράσταση $3\chi^{-2} + 5\chi$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- a. Να εκτελέσετε τις πράξεις: $(\chi + 3)^2 - (\chi + 1) \cdot (\chi - 2) - 2\chi \cdot (\chi - 5)$
- b. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{\chi^3 - 2\chi^2 - 3\chi}{\chi^3 - 9\chi}$

Άσκηση 2^η

- a. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + \psi = 3 \\ \chi^2 + \psi = 5 \end{cases}$$
- b. Αν $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και την $\epsilon\phi\omega$

Άσκηση 3^η

- a. Να λύσετε την εξίσωση: $2(\chi + 5) - (\chi + 1)^2 = 0$
- b. Να γίνουν οι πράξεις $\left(\frac{1}{\chi} - 1\right) : \frac{1 - \chi^2}{\chi^2} - 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

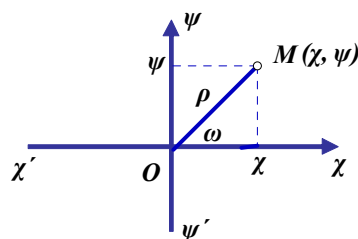
- a. Να αποδείξετε $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
- b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες
 $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- c. Στο μονώνυμο $-3\chi^2\psi^3$, πως ονομάζεται το -3 και πως το $\chi^2\psi^3$.

Θέμα 2^ο

- a. Να συμπληρώσετε τις σχέσεις:
 $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$ και $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots \leq \eta\mu\omega \leq \dots\dots\dots$ και $\dots\dots\dots \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq \dots\dots\dots$

- b. Με την βοήθεια του διπλανού σχήματος να συμπληρώσετε τις ισότητες:

- i. $\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$
 ii. $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$
 iii. $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{2}} + (\sqrt{8} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{5})$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 5\chi + 2 = -2\chi$

Άσκηση 3^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + \psi = 15 \\ 5\chi - 4\psi = 8 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να αποδείξετε τις ταυτότητες

a. $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

b. $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2°

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες

i. $\frac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu} = \dots, \alpha^\nu \cdot \beta^\nu = \dots, \alpha^{-\nu} = \dots$

ii. $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \dots, \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $2\chi^2 - 3\chi + 1 = 0$

ii. $(\chi^2 - 9) \cdot (4\chi + 1) = 0$

Άσκηση 2^η

Αν είναι $\text{syn}\chi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$ να υπολογίσετε,

τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\chi$ και $\epsilon\phi\chi$

Άσκηση 3^η

a. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + \psi = 3 \\ \chi + 2\psi = -4 \end{cases}$$

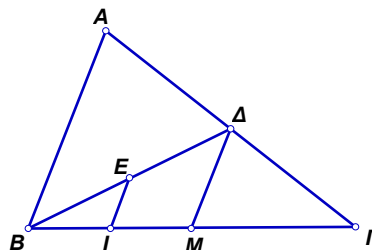
b. Δίνετε τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο I της πλευράς $B\Gamma$,

τέτοιο ώστε $BI = \frac{1}{4}B\Gamma$. Αν E είναι το μέσο της

διαμέσου $B\Delta$ και M το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι:

i. $\Delta M = \frac{AB}{2}$ και

ii. $IE = \frac{AB}{4}$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να συμπληρώσετε και να αποδείξετε την ταυτότητα.

a. $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

b. Για την εξίσωση δευτέρου βαθμού $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ ($\alpha \neq 0$) που

έχει δύο πραγματικές ρίζες να συμπληρώσετε τον τύπο $\chi = \frac{\dots\dots\dots}{\dots}$

Θέμα 2^ο

a. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

b. Να συμπληρώσετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

και κατόπιν να την αποδείξετε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi - 5\psi = -4 \\ 3\chi + 2\psi = 13 \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

a. Σε σύστημα αξόνων Οχψ, να σχεδιάσετε την ευθεία $\epsilon: \psi = 2\chi - 8$

b. Αν η ευθεία ϵ τέμνει τους άξονες στα σημεία Α και Β, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ.

Άσκηση 3^η

Δίνετε η παράσταση

$$A = (3\chi - 2)^2 + (3 - \chi) \cdot (2\chi - 5) - 6(\chi^2 - 2) - 7$$

a. Να εκτελέσετε τις πράξεις. **(αναγωγή ομοίων όρων)**

b. Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να διατυπώσετε τις ταυτότητες.

Θέμα 2^ο

- Με τι ισούται ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων σχημάτων;
- Με ποιους τρόπους κάνουμε παραγοντοποίηση;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $-\chi^2 + 8\chi - 7 = 0$

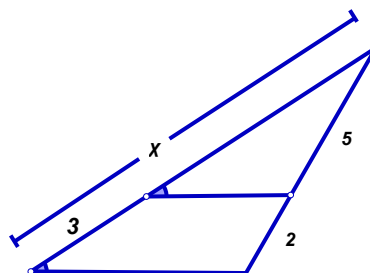
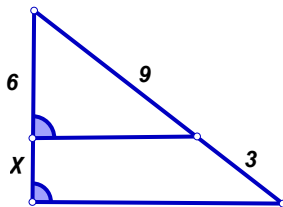
Άσκηση 2^η

Να κάνετε τις πράξεις.

- $(\chi + 1) \cdot (\chi + 2) \cdot (\chi + 3)$
- $(\chi^2 + \chi + 1)(\chi - 1)$

Άσκηση 3^η

Με την βοήθεια των παρακάτω σχημάτων, να υπολογίσετε το χ σε κάθε μία από τις επόμενες περιπτώσεις



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots \quad (\alpha + \beta)^3 = \dots \quad (\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) =$$

b. Τι λέγεται κλασματική αλγεβρική παράσταση, για ποιες τιμές των μεταβλητών δεν ορίζεται η αριθμητική τιμή μιας κλασματικής αλγεβρικής παράστασης ;

Θέμα 2^ο

- a. Να γράψετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών οποιασδήποτε γωνίας.
- b. Να γράψετε τις σχέσεις των τριγωνομετρικών αριθμών δύο παραπληρωματικών γωνιών.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $(3\chi - 2) \cdot (\chi + 1) = 8\chi - 6$

Άσκηση 2^η

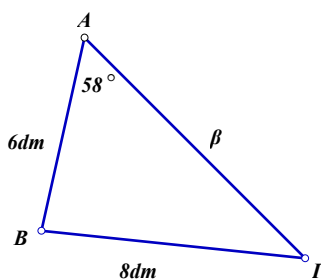
Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + 2\psi = 2$$

$$2\chi - 5\psi = 13$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες Β και Γ και την πλευρά β.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πότε μια ισότητα που περιέχει μεταβλητές λέγεται ταυτότητα;
 b. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω αξιοσημείωτες ταυτότητες:
 $(a - b)^2 = \dots$, $(a + b) \cdot (a - b) = \dots$, $(a - b)^3 = \dots$
 c. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Θέμα 2^ο

Αναφέρατε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $(\chi^2 + 1) \cdot (\chi^2 - 5\chi + 6) = 0$

Άσκηση 2^η

- a. Να γίνουν οι πράξεις στην παράσταση $A = (\chi - 1)^2 - 2\chi(\chi - 4)$
 b. Να γίνουν οι πράξεις στην παράσταση $B = -(9\chi^2 + 1) + (3\chi - 1) \cdot (3\chi + 1)$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:

$$3\chi + 2\psi = 8$$

$$\chi + 3\psi = 5$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Συμπληρώστε τις ταυτότητες: $\alpha^2 - \beta^2 = \dots$, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \dots$, $(\alpha - \beta)^3 = \dots$

b. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες είναι λάθος;

A. $\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ B. $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$ Γ. $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ Δ. $\sqrt{\alpha} = |\alpha|$

c. Πότε δυο τρίγωνα λέγονται όμοια;

Θέμα 2^ο

a. Αντιστοιχίστε σωστά τα παρακάτω:

$$\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma \quad \bullet$$

• Ευθεία

$$\psi = \frac{\alpha}{\chi} \quad \bullet$$

• Παραβολή

$$\alpha\chi + \beta\psi = \gamma \quad \bullet$$

• Υπερβολή

$$\psi = \alpha\chi + \beta \quad \bullet$$

b. Γράψτε τον νόμο των ημιτόνων που ισχύει σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ.

c. Συμπληρώστε την πρόταση:

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι

προς την τρίτη πλευρά και

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

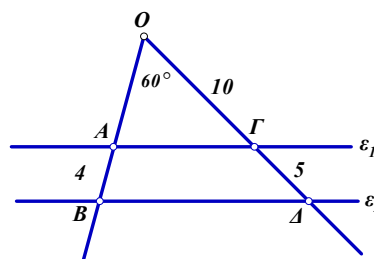
Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi}{\chi+2} + \frac{2\chi}{\chi-2} = \frac{5}{\chi^2-4}$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα: $\left. \begin{array}{l} \chi + 2\psi = 6 \\ 2\chi + 3\psi = 8 \end{array} \right\}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Η γωνία $\widehat{B\hat{O}\Delta} = 60^\circ$ και $AB = 4$, $OG = 10$, $\Gamma\Delta = 5$. Να υπολογίσετε τα OA και AG .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν τα κενά:

i. $(\alpha + \beta)^2 = \dots$

ii. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots - \beta^2$

iii. $(\alpha + \beta)^3 = \dots$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

Θέμα 2^ο

a. Να συμπληρωθούν τα κενά:

i. $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots$

ii. $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots$

iii. $\dots \leq \eta\mu\omega \leq \dots$

iv. $\dots \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq \dots$

v. $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \dots \omega$

vi. $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \dots \omega$

b. Να εξετάσετε αν υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $\eta\mu\omega = 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$. Δικαιολογήστε την απάντησή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2\chi - \psi &= 5 \\ \chi - 2\psi &= 4 \end{aligned}$$

Άσκηση 2^η

Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

a. $\chi^3 + \chi^2 + \chi + 1$

b. $5\omega(\chi - \psi) - \chi + \psi$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί η εξίσωση:
$$\frac{\chi - 2}{2\chi} = \frac{2}{2 - \chi} + \frac{4}{\chi^2 - 2\chi}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι ισότητες

$$(\alpha - \beta)^3 =$$

$$(\alpha - \beta)^2 =$$

$$\alpha^3 - \beta^3 =$$

$$\alpha^m : \alpha^n =$$

b. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

Θέμα 2^ο

a. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) να εκφραστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της οξείας γωνίας του Β.

b. Να συμπληρωθούν τα κενά:

$$\eta\mu^2\chi = 1 - \dots\dots\dots$$

$$\frac{\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots \leq \eta\mu\chi \leq \dots\dots$$

$$\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$$

c. Να γράψετε τα πρόσημα του συνημιτόνου στα τέσσερα τεταρτημόρια

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{12}{13}$ και $0^\circ < \omega < 90^\circ$ να υπολογιστούν τα $\eta\mu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$.

Άσκηση 2^η

Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

a. $5\gamma(\chi - \psi) - \chi + \psi = \dots,$

b. $\kappa\lambda + \kappa^2 - \kappa - \lambda = \dots$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi}{5-\chi} + \frac{5}{\chi+5} = \frac{\chi^2 + 25}{25-\chi^2}$

« Τα παιδιά μαθαίνουν από τις καταστάσεις που ζουν »

Αν το παιδί ζει:

- με επίκριση μαθαίνει να καταδικάζει
- με έχθρα μαθαίνει να μαλώνει
- με φόβο μαθαίνει να είναι φοβισμένο
- με οίκτο μαθαίνει να λυπάται τον εαυτό του
- με γελοιοποίηση μαθαίνει να είναι ντροπαλό
- ζήλια μαθαίνει τι είναι φθόνος
- με ντροπή μαθαίνει να αισθάνεται ένοχο
- με ανεκτικότητα μαθαίνει να είναι υπομονετικό
- με έπαινο μαθαίνει να εκτιμά
- με αποδοχή μαθαίνει να αγαπά
- με επιδοκιμασία μαθαίνει να εκτιμά τον εαυτό του
- με αναγνώριση των προσπαθειών του μαθαίνει να έχει στόχους
- μέσα σε συνθήκες που τα αγαθά μοιράζονται μαθαίνει να είναι γενναϊόδωρο
- με τιμιότητα μαθαίνει τι είναι αλήθεια και τι δικαιοσύνη
- με ασφάλεια μαθαίνει να έχει πίστη στον εαυτό του
- με φιλικότητα μαθαίνει ότι η ζωή έχει νόημα
- με ενθάρρυνση μαθαίνει να έχει αυτοπεποίθηση