

Γενικές ασκήσεις σχολικού βιβλίου σελίδας 181

1.

Να αποδείξετε ότι, από v διαδοχικούς ακεραίους ένας ακριβώς διαιρείται με το v .

Λύση

Έστω $a, a-1, a-2, \dots, a-(v-1)$ οι v διαδοχικοί ακεραίοι.

Είναι $a = kv + v$ με $v = 0, 1, 2, \dots, (v-1)$

- Όταν $v = 0$, τότε $a = kv \Rightarrow v | a$
- Όταν $v = 1$, τότε $a = kv + 1 \Rightarrow a - 1 = kv \Rightarrow v | a - 1$
-
-
-
- Όταν $v = v - 1$, τότε $a = kv + v - 1 \Rightarrow a - (v - 1) = kv \Rightarrow v | a - (v - 1)$

Έστω ότι ο v διαιρεί δύο από τους παραπάνω ακεραίους, τους $a - \lambda, a - \mu$, $0 \leq \lambda < \mu < v$, τότε θα διαιρεί και τη διαφορά τους $(a - \lambda) - (a - \mu) = \mu - \lambda$, που είναι άτοπο, αφού $0 < \mu - \lambda < v$