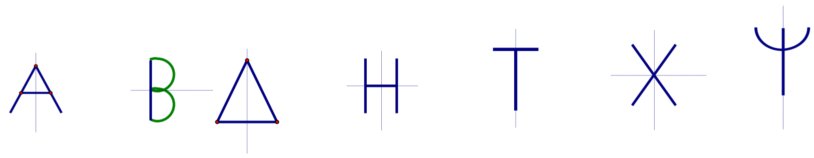
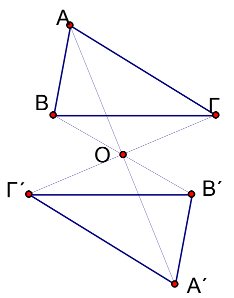
3.8 – 3.9
Ασκήσεις σχολικού βιβλίου σελίδας 53

Ασκήσεις Εμπέδωσης
1.
Να σχεδιάσετε τους άξονες συμμετρίας των γραμμάτων: Α, Β, Δ, Η, Τ, Χ, Ψ
Λύση



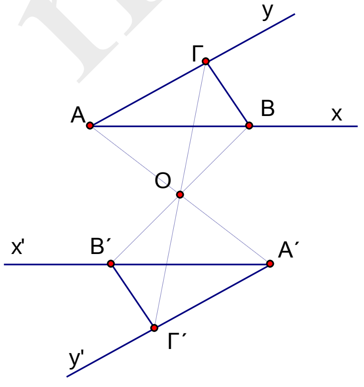
2.
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Ο. Αν Α΄, Β΄, Γ΄ είναι τα συμμετρικά των Α, Β, Γ ως προς το κέντρο Ο αντίστοιχα, να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ Α΄Β΄Γ΄ είναι συμμετρικά ως προς το Ο και ίσα.
Λύση



Κάθε πλευρά του τριγώνου ΑΒΓ είναι συμμετρική αντίστοιχης πλευράς του τριγώνου Α΄Β΄Γ΄ ως προς κέντρο συμμετρίας το Ο.
Άρα τα δύο τρίγωνα είναι συμμετρικά .

Είναι ΑΒ = Α΄Β΄ σαν συμμετρικά ευθ. τμήματα .
Ομοίως ΒΓ = Β΄Γ΄ και ΓΑ = Γ΄Α΄
Άρα τρ. ΑΒΓ = τρ. Α΄Β΄Γ΄

3.
Αν $x'\hat{A}'y'$ είναι η συμμετρική της γωνίας $x\hat{A}y$, ως προς κέντρο συμμετρίας ένα σημείο Ο, εξωτερικό της $x\hat{A}y$, τότε να αποδειχθεί ότι $x'\hat{A}'y' = x\hat{A}y$.
Λύση

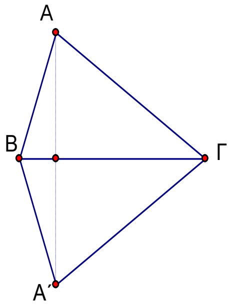


Θεωρούμε σημείο Β της πλευράς Αx και σημείο Γ της πλευράς Αy.
Τα συμμετρικά τους Β΄, Γ΄, ως προς κέντρο συμμετρίας Ο, θα ανήκουν στις Α΄x΄, Αy΄ αντίστοιχα.

Είναι ΑΒ = Α΄Β΄ σαν συμμετρικά ευθ. τμήματα
Ομοίως ΒΓ = Β΄Γ΄ και ΓΑ = Γ΄Α΄
Άρα τρ. ΑΒΓ = τρ. Α΄Β΄Γ΄
Οπότε $B\hat{A}\Gamma = B'\hat{A}'\Gamma'$

4.
Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό ενός τριγώνου ΑΒΓ , ως προς την ευθεία ΒΓ , είναι τρίγωνο ίσο με το ΑΒΓ.

Λύση

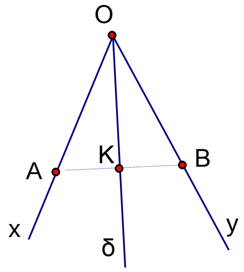


ΑΒ = Α΄Β σαν συμμετρικά
ΑΓ = Α΄Γ ομοίως
ΒΓ κοινή

Άρα τρ. ΑΒΓ = τρ. Α΄ΒΓ

5.
Να αποδείξετε ότι η διχοτόμος μιας γωνίας είναι άξονας συμμετρίας της.

Λύση



Έστω $x\hat{O}y$ η γωνία και Οδ η διχοτόμος.

Θεωρούμε τυχαίο σημείο Α της πλευράς Οx.

Φέρνουμε $AK \perp O\delta$ και την προεκτείνουμε μέχρι να τμήσει την Οy σε σημείο Β.

Έτσι, το ΟΚ είναι διχοτόμος και ύψος του τριγώνου ΟΑΒ άρα και διάμεσος.

Άρα το Β είναι το συμμετρικό του Α ως προς άξονα συμμετρίας τη διχοτόμο.

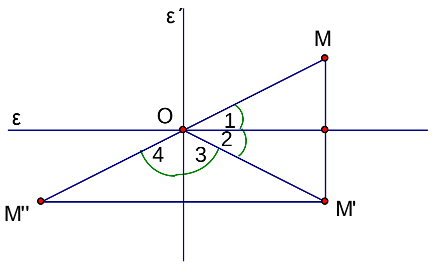
6.

Έστω ε, ε΄ δύο κάθετοι που τέμνονται στο Ο και ένα τυχαίο σημείο Μ. Αν Μ΄ είναι το συμμετρικό του Μ ως προς ε και Μ΄΄ το συμμετρικό του Μ΄ ως προς ε΄, τότε να αποδείξετε ότι:

i) ΟΜ = ΟΜ΄΄

ii) τα σημεία Μ, Ο, Μ΄΄ είναι συνευθειακά.

Λύση



i) ΟΜ = ΟΜ΄ σαν συμμετρικά

ΟΜ΄= ΟΜ΄΄ σαν συμμετρικά

Άρα ΟΜ = ΟΜ΄΄

ii) $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ και $\hat{O}_3 = \hat{O}_4$ από τις συμμετρίες, οπότε

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 = \hat{O}_2 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_3$$
$$= 2\,\hat{O}_2 + 2\,\hat{O}_3$$
$$= 2\,(\hat{O}_2 + \hat{O}_3)$$
$$= 2 .\, 90^o = 180^o .$$

Άρα ΜΟΜ΄΄ ευθεία