



Γενικής Παιδείας
Μαθηματικά Γ' Λυκείου
Στατιστική

Επιμέλεια: ΑΝΔΡΕΑΣ ΓΚΟΥΡΤΖΟΥΝΗΣ
ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΗΛΙΑΣΚΟΣ

e-mail: info@iliaskos.gr

www.iliaskos.gr

1) Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες:

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
-2			15
0			25
1			40
3			15
5			
Σύνολο	160		

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
1	12		
2			
3	24		40
5		0,05	
Σύνολο			

2) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	20					
2	10					
4	15					
6	5					
Σύνολο						

3) Σε μια τάξη λυκείου όπου δεν υπάρχουν συμμαθητές που να είναι αδέρφια:

Οι 20 μαθητές έχουν κανένα ή 1 ή 2 ή 3 ή 4 ή 5 αδέρφια

Οι 18 έχουν τουλάχιστον 1 αδερφό

Οι 19 έχουν το πολύ 3 αδέρφια

Πέντε οικογένειες των μαθητών έχουν 3 ή 4 παιδιά

Το 15% των οικογενειών των μαθητών έχουν 4 τουλάχιστον παιδιά

Να κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων v_i , f_i , $f_i\%$, N_i , F_i , $F_i\%$ με μεταβλητή

X: " το πλήθος των αδερφών των μαθητών ".

4) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, ο οποίος αναφέρεται σε κάποια μεταβλητή X.

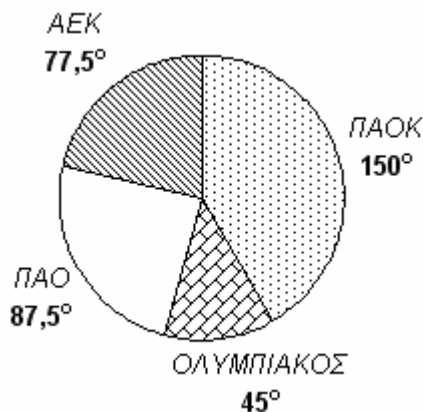
x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
x_1						
x_2	70			100		
x_3						60
x_4		0,15				
x_5				200		
Σύνολο						

- 5) Έστω x_1, x_2, \dots, x_5 οι τιμές μιας μεταβλητής X ως προς το οποίο εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους n .
- Αν οι συχνότητες δίνονται από τον τύπο $v_i = 2i + 1, i = 1, 2, \dots, 5$ να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.
 - Αν το μέγεθος του δείγματος είναι 50 και ισχύει $v_i = \frac{12}{i-1}, i = 2, 3, 4, 5$ να βρείτε την v_1 .
- 6) Αν x_1, x_2, x_3 είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X και $2 - \frac{\kappa}{2}, \frac{1}{\kappa}, \frac{1}{2\kappa}$ είναι οι σχετικές συχνότητες των x_1, x_2, x_3 αντίστοιχα, να υπολογισθεί ο αριθμός κ .
- 7) Έστω x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος. Αν $f_1 = 2f_2 = 3f_3 = 4f_4$, να βρείτε τις f_1, f_2, f_3, f_4 .
- 8) Έστω x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 με $x_1 < x_2 < \dots < x_5$ οι τιμές μιας μεταβλητής X ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους n . Αν ισχύει $f_i = \frac{i}{2\kappa}, i = 1, 2, \dots, 5$:
- Να βρείτε το κ
 - Για $\kappa = \frac{15}{2}$, να βρείτε την $F_3\%$
 - Αν $N_3 = 30$ να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.
- 9) Έστω x_1, x_2, x_3, x_4 με $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ οι τιμές μιας μεταβλητής ενός δείγματος. Αν ισχύει $N_i = 3i^2 + 2, i = 1, 2, 3, 4$ να βρείτε:
- Το μέγεθος του δείγματος
 - Την v_4
 - Το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουν τιμή
 - Το πολύ x_3
 - Τουλάχιστον x_3
 - Την $f_3\%$
- 10) Έστω x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 με $x_1 < x_2 < \dots < x_5$ οι τιμές μιας μεταβλητής X ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους n . Αν είναι $F_i\% = \frac{i}{\kappa}$:
- Να βρείτε το κ
 - Για $\kappa = \frac{1}{20}$ να βρείτε την f_2

11) Οι βαθμοί 50 φοιτητών στο μάθημα της ιστορίας ήταν οι παρακάτω:

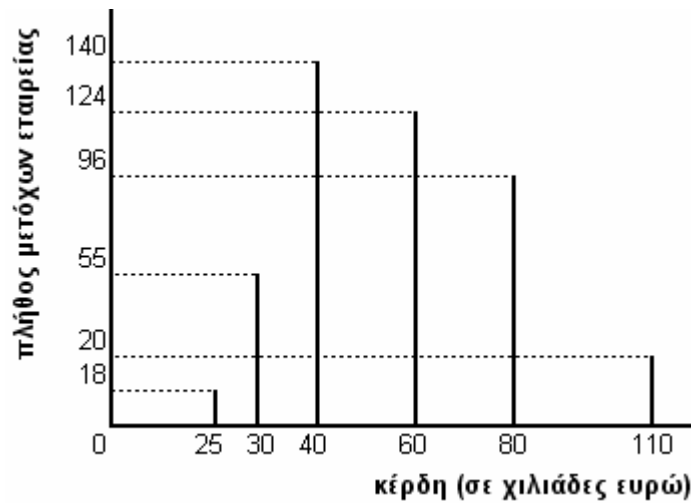
3	4	5	8	5	6	7	8	6	3
5	6	1	3	6	1	5	6	7	9
10	9	8	7	6	5	4	7	6	10
7	8	6	7	9	9	3	8	5	6
7	8	9	2	4	5	8	1	2	3

- i. Να κατασκευάσετε έναν πίνακα κατανομής συχνοτήτων με στήλες n_i , f_i , $f_i\%$, N_i , F_i , $F_i\%$.
 - ii. Να βρείτε τον αριθμό, καθώς και το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν:
 1. 5
 2. Κάτω από 7
 3. Πάνω από 8
 4. Από 6 έως 8
 - iii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων n_i , καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 - iv. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό $F_i\%$, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 - v. Η σχολή αποφάσισε να δώσει υποτροφία στο 14% των φοιτητών με την μεγαλύτερη βαθμολογία. Ποιος είναι ο ελάχιστος βαθμός που πρέπει να γράψει ένας φοιτητής για να πάρει υποτροφία;
- 12) Το επόμενο κυκλικό διάγραμμα παριστάνει τις προτιμήσεις των μαθητών ενός γυμνασίου σε ποδοσφαιρικές ομάδες. Αν γνωρίζουμε ότι 300 από τους μαθητές είναι οπαδοί της ομάδας του ΠΑΟΚ, τότε:



- i. Να βρείτε το σύνολο των μαθητών
- ii. Να βρείτε πόσοι μαθητές είναι οπαδοί της ομάδας του ΠΑΟΚ, και πόσοι της ΑΕΚ και πόσοι του ΠΑΟ.
- iii. Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.
- iv. Να μετατρέψετε το παραπάνω κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

- 13) Το σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζει το διάγραμμα συχνοτήτων για την κατανομή των κερδών (σε χιλιάδες ευρώ) στους μετόχους μιας εταιρίας.



- i. Να βρείτε το πλήθος των μετοχών της εταιρίας.
 - ii. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και να συμπληρώσετε τη στήλη των αθροιστικών συχνοτήτων.
 - iii. Πόσοι μέτοχοι της εταιρίας είχαν κέρδος τουλάχιστον 60 χιλιάδες ευρώ;
- 14) Ρωτήθηκαν οι 16 παίκτες της μεικτής σχολικής ποδοσφαιρικής ομάδας γυμνασίου-λυκείου μιας κομόπολης σε ποια τάξη πηγαίνουν. Από αυτούς οι 5 ήταν μαθητές της Γ λυκείου, οι 4 της Β λυκείου, οι 2 της Α λυκείου, οι 3 της Γ γυμνασίου και οι 2 της Β γυμνασίου. Να παραστήσετε τις παρατηρήσεις αυτές με ένα σημειόγραμμα.
- 15) Ρωτήθηκαν οι 20 μαθητές μιας τάξης την προτίμησή τους σχετικά με τις ποδοσφαιρικές ομάδες. Τα αποτελέσματα ήταν τα παρακάτω:
 ΑΕΚ, ΟΣΦΠ, ΟΣΦΠ, ΠΑΟ, ΠΑΟ, ΠΑΟ, ΠΑΟ, ΑΕΚ, ΠΑΟΚ, ΟΣΦΠ, ΟΣΦΠ, ΠΑΟΚ, ΠΑΟΚ, ΑΕΚ, ΑΕΚ, ΠΑΟ, ΟΣΦΠ, ΟΣΦΠ, ΠΑΟ, ΠΑΟ.
- i. Να καταγράψετε τα παραπάνω αποτελέσματα σε πίνακα συχνοτήτων με στήλες v_i , f_i , $f_i\%$, a_i
 - ii. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων v_i
 - iii. Να κατασκευάσετε κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων f_i

- 16) Δίνεται ο επόμενος πίνακας κατανομής συχνοτήτων μιας ποσοτικής μεταβλητής X με τιμές x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

x_i	v_i	f_i	$F_i\%$
x_1			14
x_2	5		
x_3			
x_4	14	0,28	
x_5		0,18	
Σύνολο			

- Να βρείτε το μέγεθος του δείγματος
 - Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα τοποθετώντας και τις στήλες $f_i\%$, N_i , F_i
 - Να κατασκευάσετε το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- 17) Στον επόμενο πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων για την μεταβλητή X : "απασχόληση στον ελεύθερο χρόνο" των μαθητών της Α λυκείου ενός σχολείου.

i	Απασχόληση x_i	v_i
1	Υπολογιστές	6
2	Αθλητισμός	6
3	Μουσική	11
4	Τηλεόραση	9
5	Σινεμά	3
6	Εκδρομές	2
7	Διάβασμα	3

- Να βρεθεί το πλήθος των μαθητών.
 - Να συμπληρωθεί ο πίνακας με τις στήλες των N_i , f_i , $f_i\%$, $F_i\%$
 - Ποιο ποσοστό των μαθητών:
 - Ασχολείται με την μουσική;
 - Ασχολείται με την τηλεόραση και το σινεμά;
 - Δεν ασχολείται με το διάβασμα;
- 18) Σε ένα κυκλικό διάγραμμα που παρουσιάζονται οι προτιμήσεις 500.000 ψηφοφόρων για τον δήμο Θεσσαλονίκης, η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στον πρώτο υποψήφιο είναι $5x+2y$, για τον δεύτερο $2x+2y$ και για τον τρίτο x . Αν ισχύει $x+4y=108^\circ$, τότε:
- Να υπολογίσετε τα ποσοστά των υποψηφίων.
 - Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων με τις στήλες v_i , $f_i\%$, a_i , $i=1,2,3$
 - Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων v_i .

19) Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή των μέσων ετήσιων θερμοκρασιών (σε °C) από 100 πρωτεύουσες σε ολόκληρο τον κόσμο.

Μέση ετήσια θερμοκρασία	v_i
[0,5)	7
[5,10)	4
[10,15)	9
[15,20)	22
[20,25)	33
[25,30)	17
[30,35)	8
Σύνολο	100

- i. Ποιο είναι το πλάτος κάθε κλάσης;
- ii. Ποιο είναι το κάτω όριο της 3^{ης} κλάσης;
- iii. Ποιο είναι το κέντρο της 6^{ης} κλάσης;
- iv. Πόσο διαφέρουν τα κέντρα δύο διαδοχικών κλάσεων;
- v. Ποια είναι η συχνότητα της 5^{ης} κλάσης και τι εκφράζει;
- vi. Ποια είναι η σχετική συχνότητα επί τοις εκατό της 3^{ης} κλάσης και τι εκφράζει;
- vii. Πόσες πρωτεύουσες έχουν μέση ετήσια θερμοκρασία τουλάχιστον 20 °C ;
- viii. Ποιο είναι το ποσοστό των πρωτευουσών που η μέση ετήσια θερμοκρασία τους ανήκει στο διάστημα [15,20) ;

20) Ο επόμενος πίνακας δίνει τις τιμές της μεταβλητής X: " ο αριθμός των διαγωνισμάτων που έγραψαν οι μαθητές ενός τμήματος της Γ λυκείου ενός σχολείου στη διάρκεια μιας σχολικής χρονιάς ".

Αριθμός διαγωνισμάτων	v_i
[10,15)	5
[15,20)	10
[20,25)	30
[25,30)	25
[30,35)	15
[35,40)	10
[40,45)	5
Σύνολο	

- i. Να βρείτε το σύνολο των μαθητών του τμήματος.

- ii. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα με τις στήλες των συχνοτήτων N_i , $f_i\%$, f_i , $F_i\%$, F_i .
- iii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα:
1. Συχνοτήτων v_i , καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 2. Αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.

21) Τρία δείγματα, τα έχουμε ομαδοποιήσει σε κλάσεις ίσου πλάτους όπως φαίνεται στους παρακάτω πίνακες:

Δείγμα Α:

Κλάσεις $[-)$	x_i
...-...	6
...-...	...
...-...	...
...-...	18

Δείγμα Β:

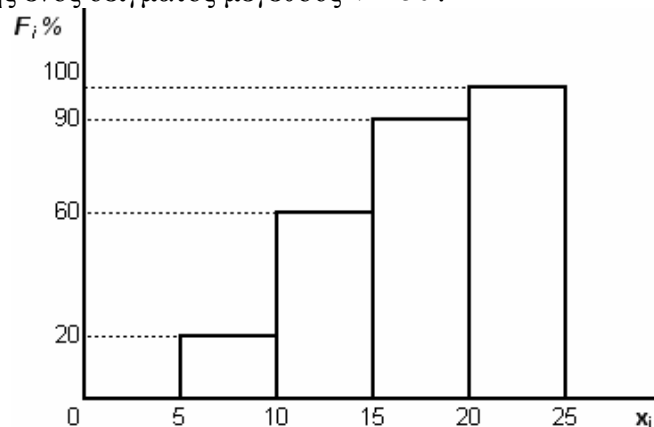
Κλάσεις $[-)$	x_i
5-...	...
...-...	...
...-23	...
...-...	...

Δείγμα Γ:

Κλάσεις $[-)$	x_i
...-...	...
...-...	11
...-...	...
17-...	...

Να συμπληρώσετε τους παραπάνω πίνακες.

22) Δίνεται το ιστόγραμμα των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$ μιας κατανομής ενός δείγματος μεγέθους $n = 50$.



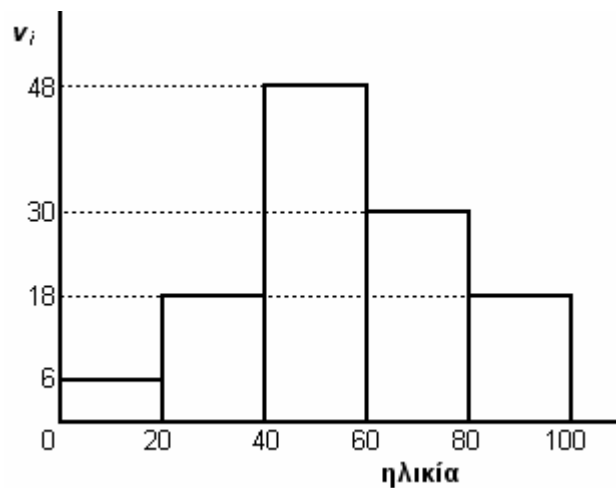
- i. Ποιο είναι το πλάτος κάθε κλάσης;
- ii. Με τι ισούται το εμβαδόν κάθε ορθογωνίου;
- iii. Να βρείτε τις σχετικές συχνότητες $f_i\%$ κάθε κλάσης.
- iv. Να βρείτε τις συχνότητες και τις αθροιστικές συχνότητες κάθε κλάσης.
- v. Ποια είναι η κεντρική τιμή x_i , $i = 1, 2, 3, 4$ κάθε κλάσης;
- vi. Να κατασκευάσετε πίνακα με όλες τις παραπάνω πληροφορίες.
- vii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

23) Τα ημερήσια έσοδα μιας εταιρίας (σε χιλιάδες ευρώ) για το μήνα Νοέμβριο ήταν τα επόμενα:

15	5	4	4	11	5	8	8	9	7
8	9	12	12	10	6	10	7	4	5
5	12	5	5	6	7	4	4	8	6

- i. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων με τις στήλες v_i , N_i , f_i , $f_i\%$, $F_i\%$.
 - ii. Να βρείτε με την βοήθεια του παραπάνω πίνακα:
 1. Πόσες ημέρες τα έσοδα ήταν λιγότερα από 10 χιλιάδες ευρώ.
 2. Πόσες ημέρες τα έσοδα ήταν τουλάχιστον 8 χιλιάδες ευρώ.
 3. Το ποσοστό των ημερών που τα έσοδα δεν ξεπέρασαν τις 9 χιλιάδες ευρώ.
 - iii. Το συμβούλιο της εταιρίας θεωρεί πετυχημένη την πορεία της εταιρίας αν τα έσοδά της είναι περισσότερα από 200 χιλιάδες ευρώ τον μήνα. Ήταν πετυχημένη η πορεία της εταιρίας κατά τον μήνα Νοέμβριο;
- 24) Έστω ότι σε ένα ομαδοποιημένο δείγμα μεγέθους $n = 120$ στην κλάση $[4, 12)$ με κεντρική τιμή την x_2 υπάρχουν 48 παρατηρήσεις. Να βρείτε:
- i. Το πλήθος των παρατηρήσεων της κλάσης $[4, 12)$ που είναι μικρότερες του 7.
 - ii. Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που έχουν τιμή τουλάχιστον 4 και μικρότερη του 6.
 - iii. Το x ώστε στο διάστημα $[4, x)$, $x \leq 8$:
 1. Να ανήκουν 6 παρατηρήσεις.
 2. Να ανήκει το 20% των παρατηρήσεων του δείγματος.

25) Στο σχήμα φαίνονται οι ηλικίες των ατόμων σε ένα χωριό.



- i. Πόσοι είναι οι κάτοικοι στο χωριό;
- ii. Πόσοι είναι οι κάτοικοι στο χωριό που έχουν ηλικία πάνω από:
 1. 60
 2. 30
 3. 45
- iii. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων και να βρείτε:
 1. Το ποσοστό των κατοίκων που έχουν ηλικία κάτω των 55 ετών.
 2. Την ηλικία κάτω από την οποία ανήκει το 50%.

26) Η βαθμολογία 40 μαθητών σε ένα διαγώνισμα δίνεται από τον πίνακα:

Κλάσεις $[-)$	v_i
0-4	4
4-8	8
8-12	16
12-16	10
16-20	2

- i. Να κατασκευάσετε:
 1. Τον πίνακα με τις συχνότητες $f_i\%$, $F_i\%$
 2. Το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- ii. Να βρείτε τον βαθμό κάτω από τον οποίο έχει το:
 1. 30% των μαθητών
 2. 20% των μαθητών
 3. 40% των μαθητών
- iii. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έχει γράψει:
 1. Κάτω από 16
 2. Κάτω από 11
 3. Τουλάχιστον 14

27) Η βαθμολογία 50 φοιτητών του Μαθηματικού τμήματος του πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης στο μάθημα της στατιστικής είναι:

7	3	4	5	9	2	1	6	0	5
4	3	7	8	2	9	2	2	1	7
6	5	8	9	10	1	7	6	8	5
8	7	6	2	3	4	2	1	5	4
3	7	8	6	3	9	2	1	10	0

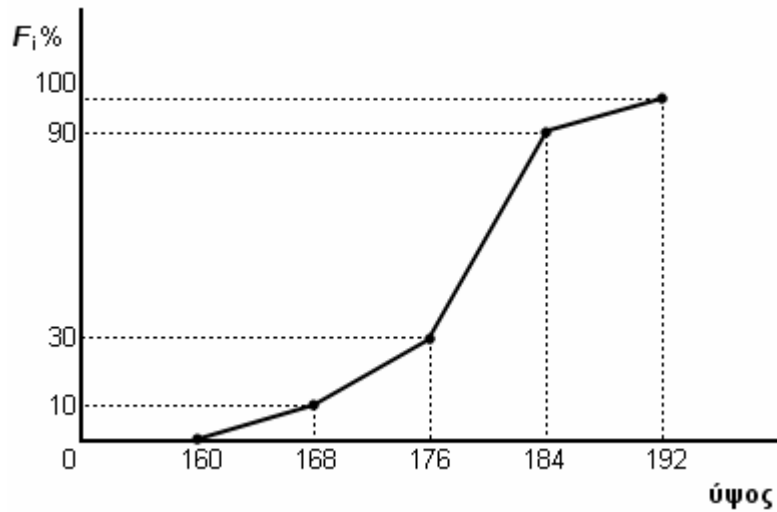
- i. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων με τις στήλες v_i , N_i , f_i , $f_i\%$, F_i , $F_i\%$.
- ii. Από τον πίνακα αυτόν, να εκτιμήσετε το ποσοστό των φοιτητών που πήραν βαθμό:
 1. Κάτω από την βάση
 2. Τουλάχιστον 6 αλλά το πολύ 8
 3. Αριστα, δηλαδή 9 ή 10
- iii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$.

28) Η βαθμολογία 50 μαθητών στο μάθημα της γεωμετρίας σε ένα μαθηματικό διαγωνισμό ήταν η παρακάτω:

11	15	17	19	15	19	15	15	15	15
15	11	17	19	11	17	19	17	19	13
13	15	13	15	15	11	13	11	13	13
13	15	15	15	17	15	17	15	17	15
13	17	17	15	13	13	17	15	15	15

- i. Να ομαδοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε 5 κλάσεις πλάτους 2.
- ii. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων με τις στήλες των x_i , v_i , N_i , $f_i\%$, $F_i\%$, $x_i v_i$, a_i , όπου a_i είναι οι γωνίες των αντίστοιχων τομέων του κυκλικού διαγράμματος.
- iii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- iv. Αν για την επόμενη φάση του διαγωνισμού προκρίνεται το 30% των μαθητών, ποια είναι η ελάχιστη βαθμολογία που πρέπει να γράψει κάποιος ώστε να προκριθεί;
- v. Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών που έγραψαν μέχρι 15.
- vi. Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

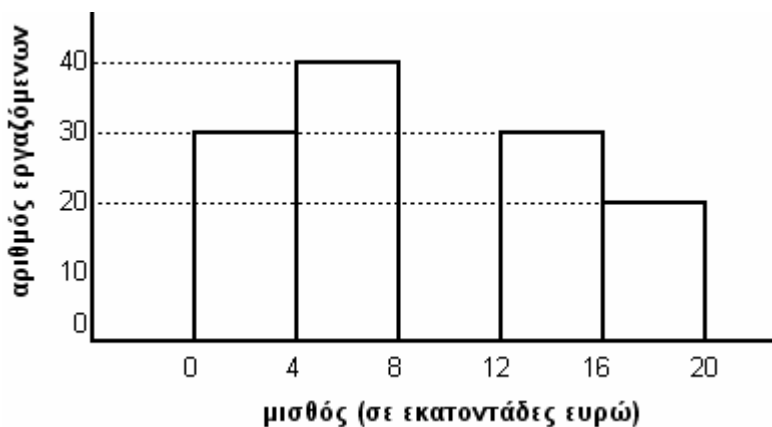
29) Στο σχήμα είναι το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων των υψών των μαθητών ενός τμήματος του σχολείου.



Να βρείτε:

- i. Το ύψος x^* , κάτω από το οποίο ανήκει:
 1. Το 30% των μαθητών
 2. Το 60% των μαθητών
 3. Το 45% των μαθητών
- ii. Το ποσοστό p των μαθητών που έχουν ύψος μέχρι:
 1. 184 cm
 2. 172 cm
 3. 182 cm

30) Στο σχήμα φαίνονται οι μισθοί 200 εργαζομένων σε μια βιομηχανία, αλλά σβήστηκε κατά λάθος το ορθογώνιο της κλάσης $[8,12)$.



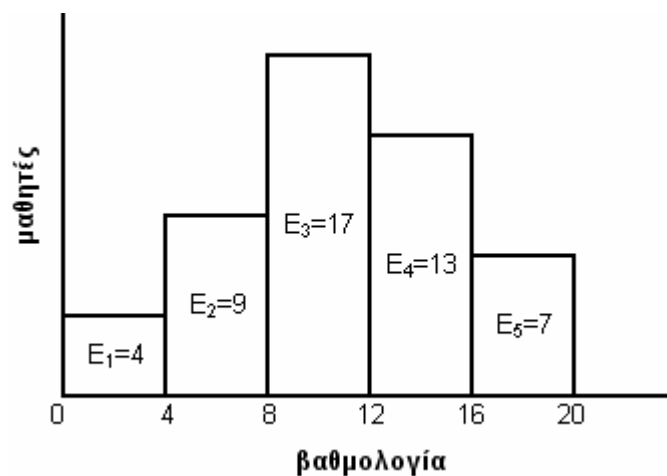
Αν είναι γνωστό ότι δεν υπάρχει μισθός άνω των 2000 ευρώ:

- i. Να κατασκευάσετε το ορθογώνιο αυτό.
- ii. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν μισθό πάνω από 1000 ευρώ;

31) Σε μια βιομηχανία εργάζονται 300 άτομα. Ο συνολικός χρόνος εργασίας τους σε έτη δίνεται από το κυκλικό διάγραμμα:

- i. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- ii. Πόσοι συνολικά υπάλληλοι αναμένονται να συνταξιοδοτηθούν (συμπληρώνοντας 30-ετία) μέσα στα επόμενα:
 1. 5 χρόνια
 2. 7 χρόνια
 3. 13 χρόνια

32) Στο σχήμα είναι το ιστόγραμμα συχνοτήτων της βαθμολογίας των μαθητών της Α λυκείου σε ένα διαγώνισμα. Μέσα σε κάθε ορθογώνιο που έχει βάση ίση με τη μονάδα, φαίνεται το εμβαδόν του.



- i. Πόσοι είναι οι μαθητές;
- ii. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

33) Οι μισθοί 8 συνταξιούχων του ΤΕΒΕ σε δεκάδες ευρώ είναι 45, 55, 90, 70, 30, 65, 85, 80. Να βρείτε:

- i. Τη μέση σύνταξη
- ii. Τη διάμεση σύνταξη

34) Κατά τη διάρκεια ενός αγώνα μπάσκετ μεταξύ των ομάδων Α και Β, ο προπονητής της ομάδας Α παρατηρεί ότι οι 5 παίκτες της ομάδας του που παίζουν έχουν ύψη 192 cm , 198 cm , 200 cm , 202 cm , 205 cm .

- i. Ποιο είναι το μέσο ύψος των παιχτών της ομάδας Α που παίζουν εκείνη τη χρονική στιγμή;
- ii. Βλέποντας ότι το μέσο ύψος των παιχτών της πεντάδας είναι μικρότερο από εκείνο της αντίπαλης ομάδας, ο προπονητής αποφασίζει να ψηλώσει την ομάδα του. Αν το μέσο ύψος των παιχτών της αντίπαλης ομάδας είναι 202 cm και ο προπονητής βγάλει τον κοντότερο παίκτη, να βρεθεί το ύψος του παίκτη που μπήκε, αν τώρα το μέσο ύψος των παιχτών της πεντάδας είναι κατά 2 cm μεγαλύτερο από αυτό της αντίπαλης ομάδας.

- 35) Μια βιοτεχνία έχει 10 εργαζομένους με μέσο μηνιαίο μισθό 1200 ευρώ.
- Να βρείτε το νέο μισθό όταν:
 - Ένας εργαζόμενος με μισθό 1200 πάρει σύνταξη.
 - Προσληφθούν δύο εργαζόμενοι ακόμη με μισθό 850 ευρώ.
 - Πάρει σύνταξη ένας με μισθό 1190 ευρώ και προσληφθούν τρεις με μισθό 850 ευρώ.
 - Αν προσληφθεί ένας εργαζόμενος ποιος πρέπει να είναι ο μηνιαίος μισθός του ώστε ο μέσος μηνιαίος μισθός όλων να είναι 1210 ευρώ;
- 36) Η επίδοση ενός μαθητή σε δύο από τα τρία μαθήματα είναι 18 και 16 με αντίστοιχους συντελεστές 1 και 1,3. ποια πρέπει να είναι η επίδοση του μαθητή στο τρίτο μάθημα με συντελεστή 0,7 ώστε ο σταθμικός μέσος να είναι 16,2.
- 37) Στο σύστημα για την εισαγωγή ενός μαθητή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση μιας χώρας συνυπολογίζονται ο βαθμός x_1 του απολυτηρίου με συντελεστή $w_1 = 7,5$, ο βαθμός x_2 του τεστ δεξιοτήτων με συντελεστή $w_2 = 1$, ο βαθμός x_3 στο πρώτο βασικό μάθημα με συντελεστή $w_3 = 1$ και ο βαθμός x_4 στο δεύτερο βασικό μάθημα με συντελεστή $w_4 = 0,5$. Αν ένας μαθητής θέλει να βγάλει τελικό βαθμό 17 και έχει βαθμό στο τεστ δεξιοτήτων $x_2 = 18$, βαθμό στο πρώτο βασικό μάθημα $x_3 = 17$ και βαθμό στο δεύτερο βασικό μάθημα $x_4 = 18$, τι βαθμό απολυτηρίου x_1 πρέπει να έχει;
- 38) Η μέση τιμή του ημερομισθίου 50 εργατών είναι 31 ευρώ. Από αυτούς οι 10, λόγω ανθυγιεινής εργασίας έχουν μέσο ημερομίσθιο 35 ευρώ. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του ημερομισθίου των υπολοίπων εργατών.
- 39)
- Η μέση τιμή 4 διαδοχικών ακέραιων αριθμών είναι 11,5. να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.
 - Αν σε καθέναν από τους αριθμούς του προηγούμενου ερωτήματος προσθέσουμε το 3, ποια είναι η νέα μέση τιμή τους; Τι σχέση έχουν οι παραπάνω μέσες τιμές;
- 40) Έξι διαδοχικοί άρτιοι αριθμοί έχουν διάμεσο 15.
- Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί και η μέση τιμή τους.
 - Αν πολλαπλασιάσουμε κάθε τιμή με το 2, να βρεθεί η μέση τιμή των νέων αριθμών. Ποια σχέση συνδέει τις δύο μέσες τιμές;
- 41) Οι βαθμοί που πήραν 24 μαθητές ενός τμήματος της Β λυκείου στο διαγώνισμα της φυσικής ήταν: 19, 10, 8, 13, 13, 8, 16, 10, 17, 8, 16, 16, 19, 10, 16, 13, 8, 13, 16, 13, 16, 8, 17, 17
- Να κατασκευαστεί ο πίνακας συχνοτήτων και να συμπληρωθεί με τις στήλες των συχνοτήτων v_i και των γινομένων $x_i v_i$, όπου x_i οι τιμές της μεταβλητής X: βαθμός στο διαγώνισμα της φυσικής.
 - Να υπολογισθεί ο αριθμητικός μέσος των βαθμών.

- iii. Αν οι μαθητές που πήραν 8 απουσίαζαν από το διαγώνισμα, ποιος θα ήταν ο νέος αριθμητικός μέσος των βαθμών;
- 42) Σε μια επιχείρηση είναι 50 εργαζόμενοι στα τμήματα Α και Β. Οι εργαζόμενοι στο τμήμα Α πήραν αύξηση στο μηνιαίο μισθό 100 ευρώ, ενώ οι εργαζόμενοι στο τμήμα Β 50 ευρώ. Αν η μέση τιμή όλων των μηνιαίων μισθών αυξήθηκε κατά 70 ευρώ να βρείτε πόσοι είναι οι εργαζόμενοι στο τμήμα Α και πόσοι στο Β.
- 43) Η βαθμολογία 50 μαθητών σε έναν διαγωνισμό μαθηματικών κυμαίνεται από 10 μέχρι 20. γνωρίζουμε επίσης ότι πέντε μαθητές έχουν βαθμό κάτω από 12, δεκαπέντε κάτω από 14, πέντε μεγαλύτερο ή ίσο του 18 και δεκαπέντε μεγαλύτερο ή ίσο του 16.
- Να ομαδοποιηθούν τα δεδομένα σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευαστεί πίνακας με τις τιμές των v_i , N_i , f_i , $f_i\%$, F_i , $F_i\%$, την κεντρική τιμή x_i κάθε κλάσης και τα γινόμενα $x_i v_i$.
 - Να υπολογισθεί η μέση τιμή των βαθμών.
 - Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
 - Να υπολογισθεί γραφικά η διάμεσος των βαθμών.
- 44) Οι τιμές του βάρους (σε kg) των 20 αθλητών μιας ομάδας είναι οι παρακάτω:

74	51	67	68	71	73	68	64	75	71
72	79	64	70	74	76	57	74	80	57

- Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων των βαρών χρησιμοποιώντας κλάσεις εύρους 6 kg. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις στήλες x_i , v_i , N_i , $f_i\%$, $F_i\%$, $x_i v_i$.
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- Με τι ισούται το εμβαδόν που περικλείεται από τον οριζόντιο άξονα και το πολύγωνο συχνοτήτων;
- Να βρείτε το ποσοστό των αθλητών που ζυγίζουν τουλάχιστον 69 kg.
- Να βρείτε τον αριθμό των αθλητών που ζυγίζουν το πολύ 72 kg.
- Να υπολογίσετε το μέσο βάρος των αθλητών.
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- Να υπολογίσετε γραφικά τη διάμεση τιμή του βάρους.
- Να υπολογίσετε με ακρίβεια τη διάμεση τιμή του βάρους.
- Αν κάθε αθλητής κατά την περίοδο των αγώνων χάνει 2 kg, να υπολογίσετε το νέο βάρος της ομάδας.

45) Δίνεται επόμενος πίνακας κατανομής συχνοτήτων:

$[-)$	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i v_i$
			5			
2-4		8				
4-6		7				
		10		20		
						54
		5				
Σύνολο						

- i. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- ii. Να υπολογίσετε την μέση τιμή.
- iii. Να υπολογίσετε την διάμεσο.

46) Σε κάθε έναν από τους παρακάτω πίνακες να βρείτε τη διάμεσο.

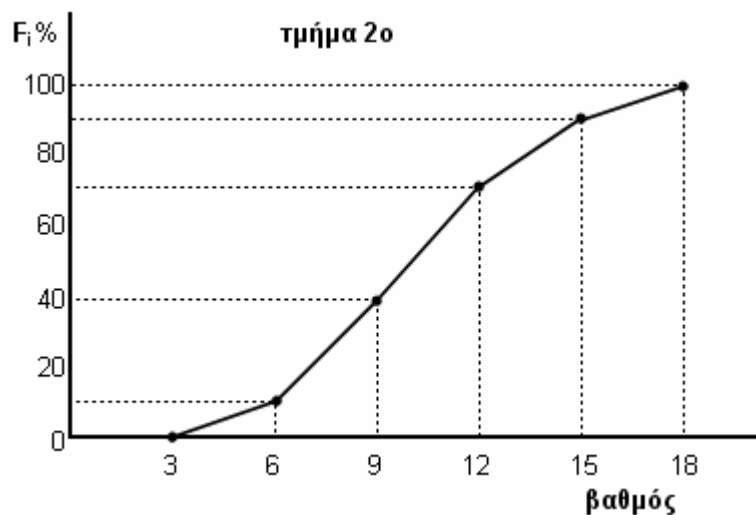
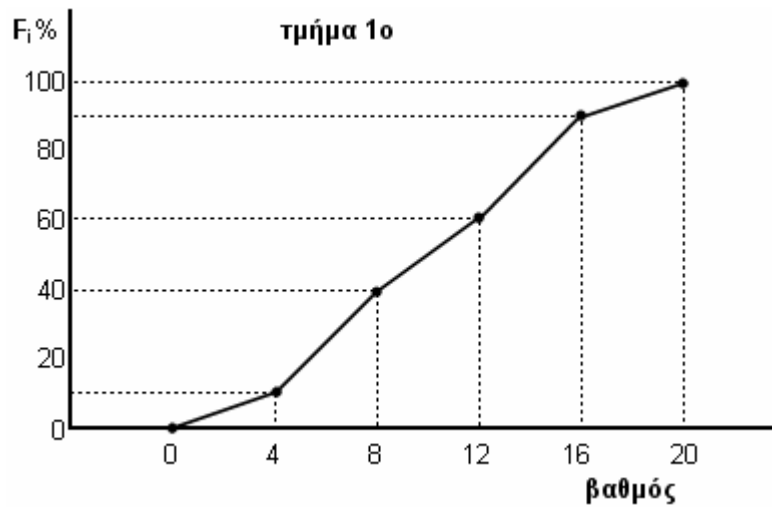
x_i	v_i
10	5
12	7
14	8
16	7

x_i	v_i
10	7
12	6
14	10
16	3

Κλάσεις	$f_i\%$
$[3,8)$	18
$[8,13)$	32
$[13,18)$	40
$[18,23)$	10

Κλάσεις	$f_i\%$
$[5,9)$	15
$[9,13)$	25
$[13,17)$	40
$[17,21)$	20

- 47) Να βρείτε τη διάμεσο των βαθμών των μαθητών της Α λυκείου του κάθε τμήματος που πήραν σε ένα διαγώνισμα αν τα πολύγωνα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων είναι τα παρακάτω.



- 48) Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \{0,1,2\}$, ώστε οι αριθμοί $\alpha - 2$, $\alpha + 1$, $\alpha^2 - 1$, $\alpha^3 + 1$ να έχουν διάμεσο $\delta > 1$.
- 49) Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \{0,1,2\}$, ώστε η διάμεσος των αριθμών κ , $2\kappa - 1$, $\kappa^2 - 1$, 3κ να είναι μικρότερη από τη μέση τιμή αυτών.

50) Στον πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες. Αν η διάμεσος είναι 6,5, να βρείτε τις τιμές των α, β .

x_i	$f_i\%$
2	10
3	α
6	25
7	30
10	β

51) Οι χρόνοι αναμονής σε λεπτά 20 μαθητών στη στάση λεωφορείων για να πάνε σχολείο φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

Χρόνος	Μαθητές
$[1,3)$	6
$[3,5)$	8
$[5,7)$	4
$[7,9)$	2

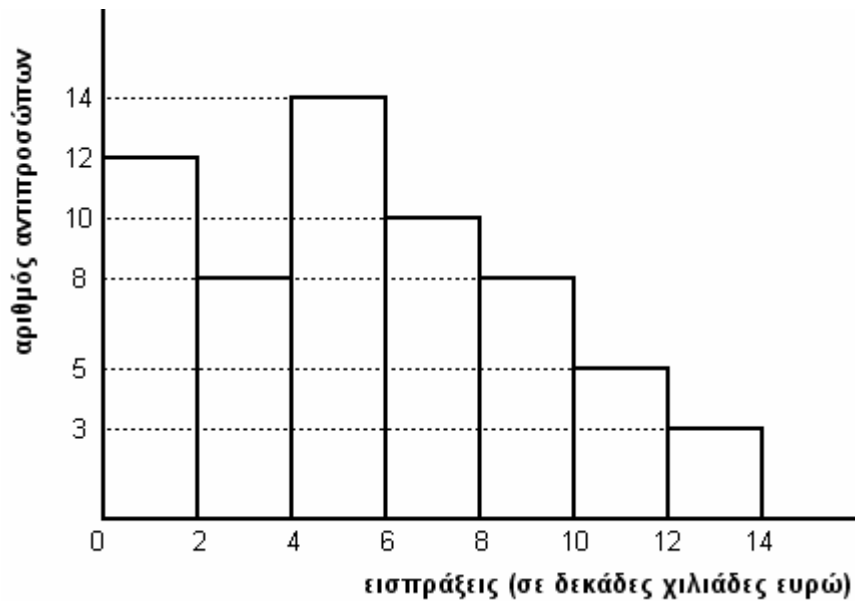
52) Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι θερμοκρασίες σε 10 πόλεις στις 8 το πρωί. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

Κλάσεις	v_i
$[0,2)$	1
$[2,4)$	5
$[4,6)$	4

53) Οι βαθμοί μιας ομάδας φοιτητών σε ένα εργαστήριο είναι η εξής: 5, 8, 6, 9, 7, 8, 6, 7, 9, 5

- i. Ποια είναι η μέση τιμή των βαθμών αυτών;
- ii. Ποια είναι η διακύμανση των τιμών αυτών;
- iii. Αν πολλαπλασιάσουμε όλες τις τιμές με 12 και στη συνέχεια προσθέσουμε σε αυτές τον αριθμό 16, ποια θα είναι η μέση τιμή και η διακύμανση των τιμών που θα προκύψουν;

54) Στο επόμενο σχήμα φαίνονται οι εισπράξεις σε δεκάδες χιλιάδες ευρώ που έγιναν από τους αντιπρόσωπους μιας εταιρίας κατά την διάρκεια ενός έτους.



i. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Εισπράξεις	x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
[0,2)					
[2,4)					
[4,6)					
[6,8)					
[8,10)					
[10,12)					
[12,14)					
Σύνολο					

- ii. Πόσοι είναι οι αντιπρόσωποι της εταιρίας;
- iii. Πόσοι αντιπρόσωποι έχουν εισπράξεις πάνω από 6 δεκάδες χιλιάδες ευρώ;
- iv. Να υπολογισθεί η μέση τιμή και η διακύμανση.

55) Δίνονται οι τιμές της μεταβλητής X: 2, 3, 3, 1, 4, 5, 5, 6, 7. Να υπολογίσετε:

- i. Τη μέση τιμή και τη διάμεσο
- ii. Τη διασπορά και την τυπική απόκλιση
- iii. Τον συντελεστή μεταβολής CV

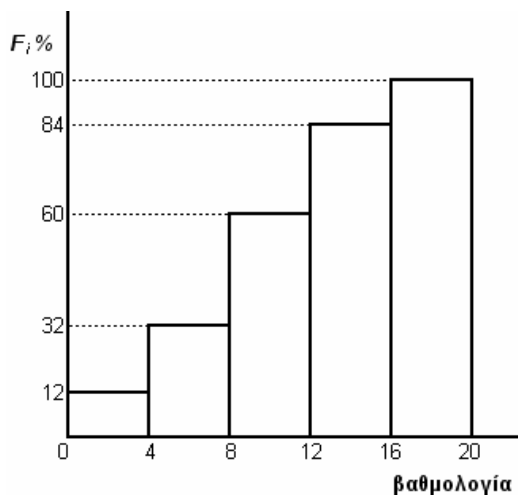
56) Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει τον αριθμό των καλαθιών που σημείωσαν δύο παίκτες του μπάσκετ, Α και Β, σε 12 αγώνες κατά την διάρκεια ενός πρωταθλήματος.

Αγώνες	Παίκτης Α	Παίκτης Β
1 ^{ος}	6	2
2 ^{ος}	18	22
3 ^{ος}	9	7
4 ^{ος}	11	11
5 ^{ος}	19	24
5 ^{ος}	16	18
7 ^{ος}	15	7
8 ^{ος}	9	12
9 ^{ος}	6	4
10 ^{ος}	14	15
11 ^{ος}	5	4
12ος	16	18

- i. Να βρείτε:
 1. Την μέση τιμή των καλαθιών για κάθε παίκτη.
 2. Την τυπική απόκλιση των καλαθιών για κάθε παίκτη.
- ii. Με βάση τα παραπάνω, αποτέλεσμα για το ποιος παίκτης είναι καλύτερος.

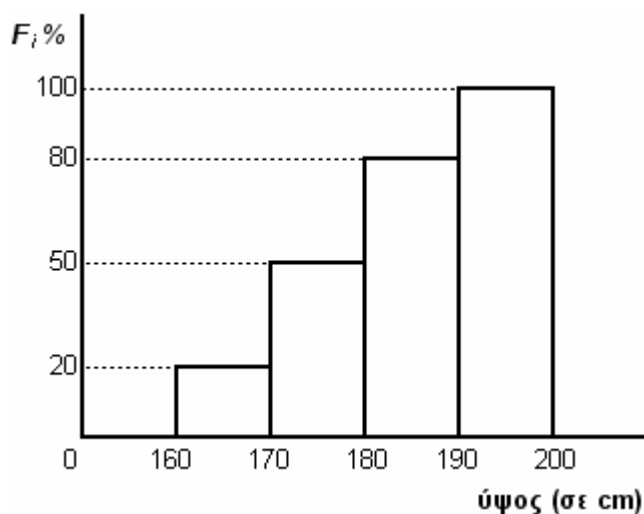
57) Σε ένα δείγμα 30 μαθητών της Α γυμνασίου βρήκαμε μέσο βάρος $\bar{x}_A = 50kg$ και τυπική απόκλιση $s_A = 7kg$. Σε ένα άλλο δείγμα 20 μαθητών της Α λυκείου βρήκαμε μέσο βάρος $\bar{x}_B = 70kg$ και τυπική απόκλιση $s_B = 7kg$. Να βρεθεί ποιο δείγμα έχει την μεγαλύτερη ομοιογένεια.

58) Το επόμενο ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$ μας δίνει τη βαθμολογία ν μαθητών της Γ λυκείου ενός σχολείου στο μάθημα της ιστορίας. Δίνεται ότι το πλήθος των μαθητών που η βαθμολογία τους ανήκει στην κλάση $[8,12)$ είναι 7 και ότι κανένας μαθητής δεν βαθμολογήθηκε με 20.



- i. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων με τις στήλες των $x_i, v_i, N_i, f_i\%, F_i\%, x_i v_i$.
- ii. Να υπολογίσετε την μέση βαθμολογία.
- iii. Να υπολογίσετε την μέση τιμή και την διακύμανση των κεντρικών τιμών x_i , όπου $i = 1, 2, 3, 4, 5$
- iv. Να εξετάσετε το δείγμα των κεντρικών τιμών x_i ως προς την ομοιογένειά του.

59) Το παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % αναφέρεται στο ύψος 50 αθλητών του στίβου.



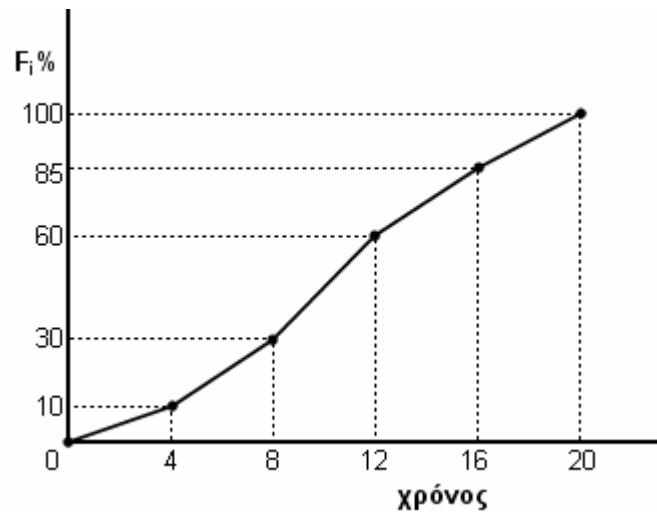
- i. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων με τις στήλες των $x_i, v_i, N_i, f_i\%, F_i\%$.
- ii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων, καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- iii. Να υπολογίσετε την διάμεση τιμή των υψών των αθλητών.
- iv. Να βρείτε το ποσοστό των αθλητών που έχουν ύψος μεγαλύτερο ή ίσο των 165 cm και μικρότερο ή ίσο των 195 cm .

60) Σε ένα δείγμα ισχύει ότι $\bar{x} + 2s = 0$. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας του δείγματος.

61) Ένα σύρμα μήκους $l = 40\text{ cm}$ κόβεται σε 10 κομμάτια με μήκη l_1, l_2, \dots, l_{10} . Αν

$$\sum_{i=1}^{10} (l_i - 4)^2 = 90, \text{ να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας των } l_1, l_2, \dots, l_{10}.$$

62) Σε ένα δείγμα ανέργων για τον χρόνο σε βδομάδες που είναι άνεργοι προέκυψε το παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.



Να βρείτε:

- i. Τη διάμεσο
- ii. Την μέση τιμή
- iii. Την τυπική απόκλιση
- iv. Τον συντελεστή μεταβλητότητας

63) Έστω x_1, x_2, \dots, x_n οι παρατηρήσεις ενός δείγματος που έχουν μέση τιμή 3 και διασπορά 4. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας των παρατηρήσεων y_1, y_2, \dots, y_n που προκύπτουν από τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_n αφού:

- i. Προσθέσουμε σε κάθε μία το 1
- ii. Πολλαπλασιάσουμε κάθε μία με το -2
- iii. Αυξήσουμε κάθε μία κατά 10%
- iv. Ελαττώσουμε κάθε μία κατά 20% και μετά προσθέσουμε σε κάθε μία το 1,6

64) Ένας δάσκαλος σε ένα βιβλιοπωλείο επέλεξε 10 βιβλία με αναγραφόμενες τιμές σε ευρώ όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

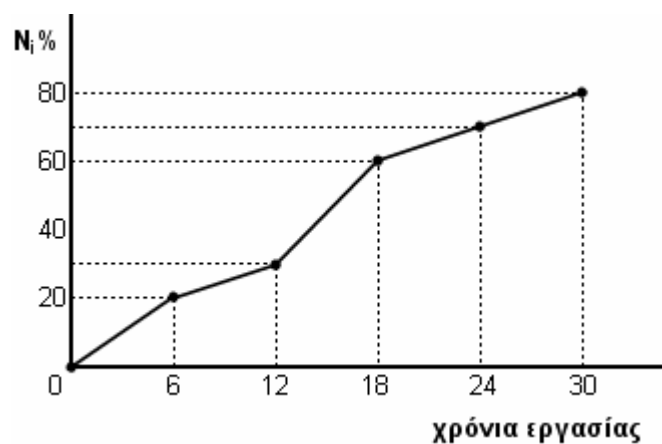
Τιμή	Βιβλία
10	2
15	3
17	5

- i. Ποια είναι η μέση τιμή, η διάμεσος, η τυπική απόκλιση και το εύρος των τιμών των βιβλίων;
- ii. Αν το βιβλιοπωλείο του κάνει έκπτωση 10% στην αναγραφόμενη τιμή και αυτά τα βιβλία τα δωρίσει σε φίλους όπου τα έξοδα αποστολής είναι 2 ευρώ το κάθε βιβλίο, να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας.

65) Δίνονται οι αριθμοί x_1, x_2, \dots, x_n που έχουν μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s .

- i. Αν $\bar{x} = 6$ και $s = 2$, να βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των αριθμών $-2x_1 + 5, -2x_2 + 5, \dots, -2x_n + 5$.
- ii. Αν $n = 100$, $\bar{x} = 27$ και η μέση τιμή των 60 πρώτων αριθμών είναι 5, να βρείτε την μέση τιμή των υπόλοιπων 40.
- iii. Αν $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 55$, $s = \sqrt{2}$ και $\bar{x} = 3$, να βρείτε τον αριθμό n .

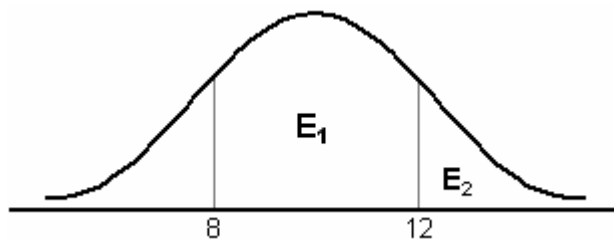
66) Τα χρόνια εργασίας ενός δείγματος εργαζομένων σε ένα εργοστάσιο σχηματίζουν τα παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.



Να βρείτε:

- i. Τη διάμεσο
 - ii. Την μέση τιμή
 - iii. Την τυπική απόκλιση
 - iv. Τον συντελεστή μεταβλητότητας μετά από 5 χρόνια.
- 67) Οι βαθμοί που έγραψαν οι μαθητές μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα είναι πάνω από 4, έχουν μέσο όρο 12 και τυπική απόκλιση 2. υποθέτοντας ότι έχουμε περίπου κανονική κατανομή, να βρείτε κατά προσέγγιση το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό:
- i. Κάτω από 10
 - ii. Πάνω από 16
 - iii. Από 8 έως 14
 - iv. Το πολύ 8
 - v. Τουλάχιστον 10
- 68) Η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής είναι 20 και η τυπική απόκλιση 4. ποιο ποσοστό των παρατηρήσεων είναι:
- i. Πάνω από 28
 - ii. Κάτω από 16
 - iii. Από 16 έως 28
 - iv. Τουλάχιστον 12
 - v. Το πού 12 ή τουλάχιστον 24

- 69) Τα νούμερα των παπουτσιών 400 μαθητών ενός λυκείου ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Δέκα μαθητές φοράνε παπούτσια με νούμερο τουλάχιστον 43 και 64 μαθητές το πολύ 37. να βρείτε πόσοι μαθητές φοράνε παπούτσια με νούμερο από 37 έως 43.
- 70) Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αν το 16% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες του 10 και το 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες του 12 να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας του δείγματος των παρατηρήσεων.
- 71) Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους 800 ακολουθούν κανονική κατανομή. Είκοσι παρατηρήσεις είναι μικρότερες του 18 και 128 μεγαλύτερες του 36.
- Να βρείτε κατά προσέγγιση το εύρος του δείγματος.
 - Να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.
- 72) Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται μια κανονική κατανομή συχνοτήτων με $\bar{x} = 10$ και $s = 2$.



- Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{E_1}{E_2}$ και $\frac{E_1}{E_{ολ}}$, όπου $E_{ολ}$ το ολικό εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα.
 - Αν το δείγμα έχει 5000 παρατηρήσεις, να βρείτε πόσες παρατηρήσεις είναι μεγαλύτερες από 14.
- 73) Μια βιομηχανία κατασκευάζει λαμπτήρες με μέσο χρόνο ζωής 1800 ώρες και τυπική απόκλιση $s = 150$ ώρες. Η κατανομή των λαμπτήρων ως προς τον χρόνο ζωής είναι κανονική ή σχεδόν κανονική κατανομή. Τι ποσοστό λαμπτήρων αναμένεται να έχει χρόνο ζωής:
- Το πολύ 1800 ώρες;
 - Άνω των 1950 ωρών;
 - Από 1500 έως 1950 ώρες;
 - Κάτω από 1500 ώρες;
- 74) Αν για τις τιμές $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_5$ μιας μεταβλητής X ισχύουν οι σχέσεις $x_1 + x_2 = 3$, $x_3 + x_4 = 9$, $\bar{x} = 4$, $\delta = 3$, $R = 8$, τότε να βρείτε:
- Τις τιμές x_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$
 - Τη διασπορά s^2 .

75) Δίνονται οι τιμές $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, x_4 = 7, x_5 = 9, x_6 = 11$ και $x_7 = 13$ ενός δείγματος. Να βρείτε:

i. Τη μέση τιμή \bar{x} των παραπάνω τιμών

ii. Την τυπική απόκλιση s

iii. Τις τιμές y_i για τις οποίες ισχύει $y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}, i = 1, 2, 3, \dots, 7$

iv. Τη μέση τιμή των τιμών $y_i, i = 1, 2, 3, \dots, 7$

v. Να αποδειχθεί ότι $s_y = 1$, όπου s_y η τυπική απόκλιση των τιμών $y_i, i = 1, 2, 3, \dots, 7$

76) Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$ και τα σημεία $A_1(x_1, f(x_1)), A_2(x_2, f(x_2)), \dots, A_{10}(x_{10}, f(x_{10}))$. Αν οι τετμημένες των σημείων A_1, A_2, \dots, A_{10} έχουν μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 3, να βρείτε τη μέση τιμή των τεταγμένων τους.

77) Η μέση τιμή και η διακύμανση των βαθμών που πήραν 6 μαθητές στην ιστορία είναι $\bar{x} = 12$ και $s^2 = 10$ αντίστοιχα. Για τους βαθμούς των πέντε μαθητών ισχύει $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 11$. Να βρεθεί ο βαθμός του 6^{ου} μαθητή, αν γνωρίζουμε ότι αυτός είναι μεγαλύτερος από το 10.

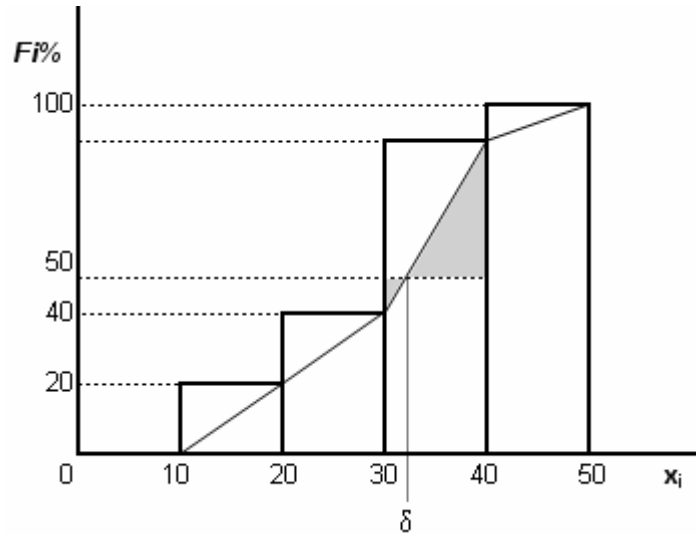
78) Η μέση τιμή και η διακύμανση των 20 τιμών ενός δείγματος είναι $\bar{x} = 6$ και $s^2 = 4$ αντίστοιχα. Εάν για τις δεκαεννέα τιμές ισχύει $\sum_{i=1}^{19} (t_i - \bar{x})^2 = 79$, να βρείτε την εικοστή τιμή.

79) Η μέση τιμή και ο συντελεστής μεταβολής των 10 τιμών ενός δείγματος είναι $\bar{x} = 80$ και $CV = 25\%$ αντίστοιχα. Εάν για τις εννέα τιμές ισχύει $\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 3975$ να βρείτε:

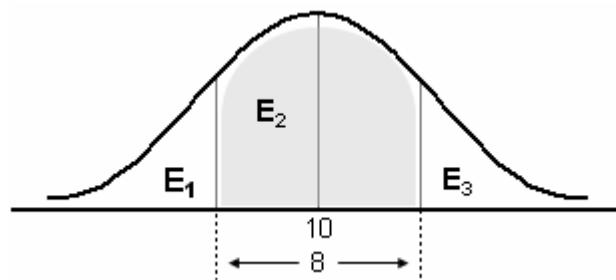
i. Την δέκατη τιμή

ii. Πόσες μονάδες τουλάχιστον πρέπει να αυξηθούν οι τιμές του δείγματος ώστε να γίνει ομοιογενές;

80) Στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$, η διάμεσος δ είναι ίση με 32 και το μέγεθος του δείγματος είναι ίσο με 20.

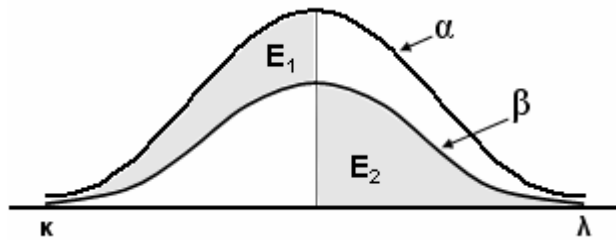


- i. Να υπολογίσετε την αθροιστική σχετική συχνότητα της κλάσης $[30,40)$
 - ii. Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων με στήλες $x_i, n_i, N_i, f_i\%, F_i\%, x_i \cdot n_i$
 - iii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$ και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 - iv. Να υπολογίσετε την μέση τιμή του δείγματος.
 - v. Να υπολογίσετε την διασπορά και την τυπική απόκλιση.
 - vi. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- 81) Το σκιασμένο εμβαδόν στην παρακάτω καμπύλη συχνοτήτων είναι ίσο με το 95% του ολικού εμβαδού που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα.



- i. Να βρείτε την μέση τιμή του δείγματος.
- ii. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.
- iii. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV
- iv. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- v. Να αποδείξετε ότι $\frac{E_1}{E_3} = 1$ και $\frac{E_2}{E_3} = 38$

82) Στο παρακάτω σχεδιάγραμμα δίνονται οι καμπύλες συχνοτήτων δύο δειγμάτων που ακολουθούν την κανονική κατανομή.



Έστω E_α , E_β τα εμβαδά των χωρίων που περικλείονται από τις καμπύλες α , β αντίστοιχα και τον οριζόντιο άξονα. Τα εμβαδά συνδέονται με τη σχέση $E_\alpha = 4E_\beta$. Το δείγμα α έχει n_α στο πλήθος παρατηρήσεις και το δείγμα β έχει $n_\beta = 50$ παρατηρήσεις. Τα δείγματα έχουν κοινό εύρος R και κοινή μέση τιμή μ . Να αποδείξετε ότι:

- i. $n_\alpha = 200$
- ii. $R \cdot \mu = \frac{\lambda^2 - \kappa^2}{2}$
- iii. $\frac{E_1}{E_2} = 3$

83) Ένα δείγμα ακολουθεί την κανονική κατανομή. Το 81,5% των τιμών του δείγματος βρίσκονται στο διάστημα $(17, 29)$, όπου τα άκρα του διαστήματος είναι κάποια από τις χαρακτηριστικές τιμές $\bar{x} - 3s$, $\bar{x} - 2s$, $\bar{x} - s$, $\bar{x} + s$, $\bar{x} + 2s$, $\bar{x} + 3s$. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής του δείγματος.

84) Έστω ένα δείγμα 50 παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots, x_{50} με συντελεστή μεταβολής

$$CV = 75\% \text{ και } \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1250.$$

- i. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} και την τυπική απόκλιση s_x του παραπάνω δείγματος.
- ii. Αν καθεμία από τις παρατηρήσεις του παραπάνω δείγματος αυξηθεί κατά 25% και στη συνέχεια ελαττωθεί κατά 2, τότε να βρείτε:
 1. Τη μέση τιμή \bar{y} των νέων παρατηρήσεων
 2. Την τυπική απόκλιση s_y των νέων παρατηρήσεων.

85) Ο χρόνος που μελετούν μαθηματικά οι μαθητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης στη διάρκεια μιας εβδομάδας ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή με τιμές στο διάστημα $[t_1, t_2]$. Είναι γνωστό ότι το 60% των μαθητών μελετούν το πολύ μέχρι 20 ώρες την εβδομάδα, ενώ το 20% μελετούν περισσότερο από 25 ώρες την εβδομάδα.

- i. Να βρείτε τις τιμές t_1, t_2
- ii. Να βρείτε το μέσο εβδομαδιαίο χρόνο μελέτης των μαθητών.
- iii. Να ομαδοποιήσετε τις παραπάνω ώρες μελέτης σε 5 ισοπλατείς κλάσεις και να βρείτε την τυπική απόκλιση.