



**Θετικής - Τεχνολογικής
Κατεύθυνσης
Φυσική Β' Λυκείου**

Επιμέλεια: ΘΕΟΛΟΓΟΣ ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ

e-mail: info@iliaskos.gr

www.iliaskos.gr

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ

Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Β' Τάξη
Ενιαίου Λυκείου

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΗΛΙΑΣΚΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ,
ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ,
ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ,
ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ - Φυσικός

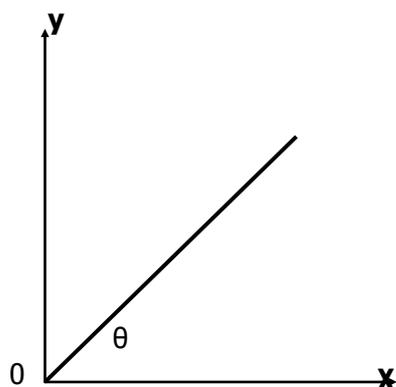


ΗΛΙΑΣΚΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

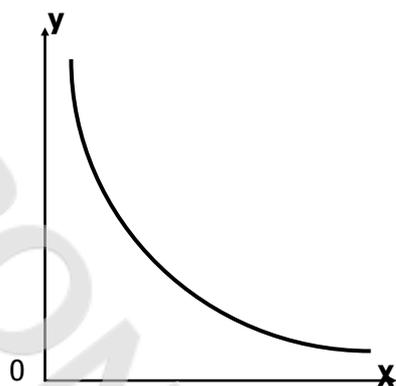
Ανάλογα μεγέθη

Δύο μεγέθη y και x όταν είναι ανάλογα έχουν σταθερό πηλίκιο, δηλαδή μπορούν να συνδεθούν με μια σχέση της μορφής $\frac{y}{x} = a = \text{σταθ.}$ Η γραφική τους παράσταση είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων ($y=a \cdot x$). Η κλίση της γραμμής εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς a . Όσο μεγαλύτερος είναι ο a , τόσο μεγαλύτερη είναι η κλίση της γραμμής.

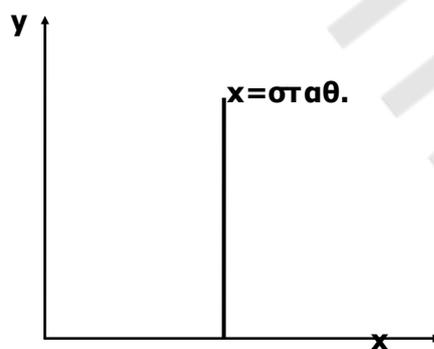
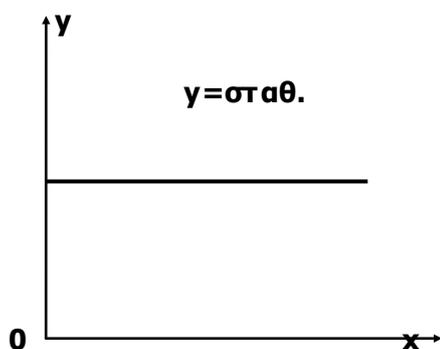
$$\epsilon\phi\theta = \frac{y}{x} = \theta$$

**Αντιστρόφως ανάλογα μεγέθη**

Δύο μεγέθη y και x όταν είναι αντιστρόφως ανάλογα έχουν σταθερό γινόμενο, δηλαδή μπορούν να συνδεθούν με μια σχέση της μορφής $y \cdot x = a = \text{σταθ.}$ Η γραφική τους παράσταση είναι παραβολή ($y=a/x$). Η απόσταση της παραβολής από τους άξονες εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς a . Συγκεκριμένα όσο μεγαλύτερο είναι το a , τόσο πιο μακριά από τους άξονες βρίσκεται η παραβολή.

**Σταθερά μεγέθη**

Πολλές φορές ένα φυσικό μέγεθος δεν επηρεάζεται όταν αλλάζει κάποιο άλλο φυσικό μέγεθος. Η γραφική παράσταση ενός τέτοιου σταθερού μεγέθους είναι ευθεία γραμμή κάθετη στον άξονα που παριστάνει το μέγεθος.



Ισόθερμη μεταβολή

A) Ορισμός

Ισόθερμη ονομάζεται η μεταβολή της κατάστασης **ορισμένης ποσότητας** ιδανικού αερίου κατά την οποία **η θερμοκρασία παραμένει σταθερή**, ενώ μεταβάλλονται ο **όγκος** και η **πίεση**.

Δηλαδή **(n,T)=σταθερά**.

B) Τρόποι πραγματοποίησης

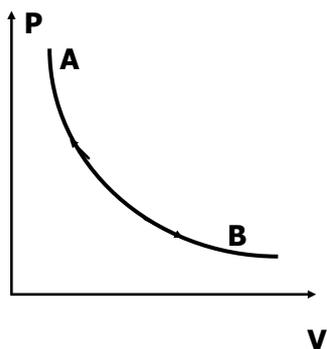
Σε μια **ισόθερμη** μεταβολή μπορεί το αέριο να πάθει **εκτόνωση** (αύξηση του όγκου) ή **συμπίεση** (ελάττωση του όγκου)

Γ) Νόμος του Boyle

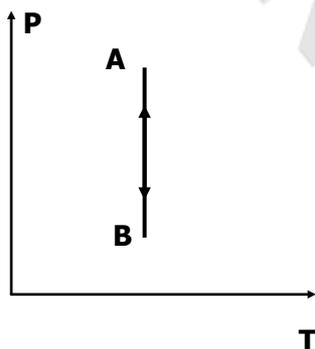
Η **πίεση** ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σταθερής θερμοκρασίας μεταβάλλεται **αντιστρόφως ανάλογα** με τον **όγκο** του.

$$P \cdot V = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

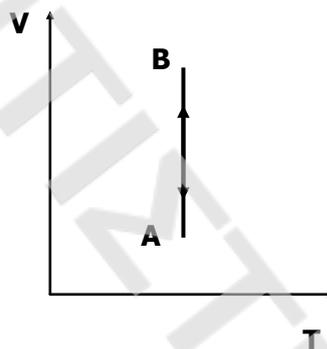
Δ) Γραφικές παραστάσεις



AB: Ισόθερμη εκτόνωση
BA: Ισόθερμη συμπίεση



AB: Ισόθερμη εκτόνωση
BA: Ισόθερμη συμπίεση

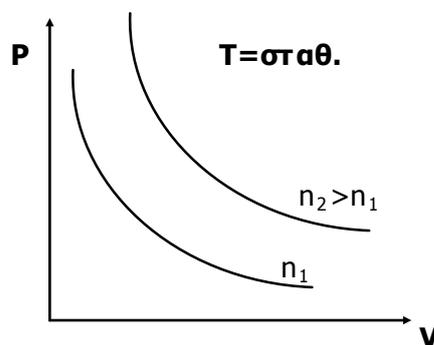
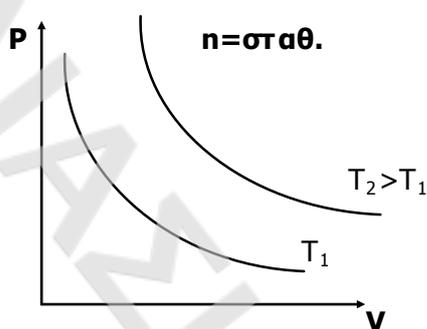


AB: Ισόθερμη εκτόνωση
BA: Ισόθερμη συμπίεση

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Η θέση της υπερβολής στο διάγραμμα P-V εξαρτάται από τα σταθερά μεγέθη n,T.

Συγκεκριμένα η κορυφή των υπερβολών απομακρύνεται από την αρχή των αξόνων, αν αυξηθεί η θερμοκρασία του αερίου ή αν αυξηθεί η ποσότητά του.



2) Οι ισόθερμες καμπύλες δεν τέμνονται.

Ισόχωρη μεταβολή

A) Ορισμός

Ισόχωρη ονομάζεται η μεταβολή της κατάστασης **ορισμένης ποσότητας** ιδανικού αερίου, κατά την οποία **ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο μένει σταθερός**, ενώ μεταβάλλονται η **πίεση** και η **θερμοκρασία** του.
Δηλαδή **$(n, V) = \text{σταθερά}$** .

B) Τρόποι πραγματοποίησης

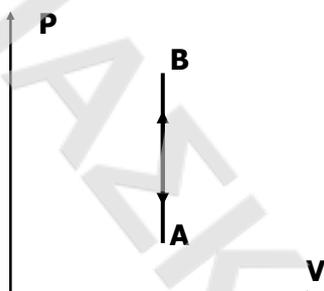
Μια **ισόχωρη** μεταβολή μπορεί να είναι **θέρμανση** (αύξηση της θερμοκρασίας) ή **ψύξη** (ελάττωση της θερμοκρασίας)

Γ) Νόμος του Charles

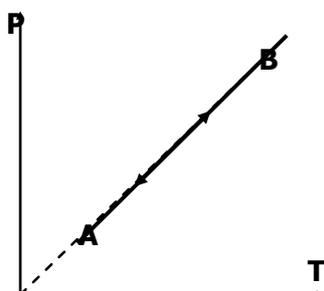
Η **πίεση** ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σταθερού όγκου μεταβάλλεται **ανάλογα** με την **απόλυτη θερμοκρασία** του.

$$\frac{P}{T} = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

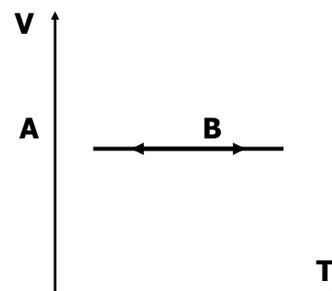
Δ) Γραφικές παραστάσεις



AB: Ισόχωρη θέρμανση
BA: Ισόχωρη ψύξη



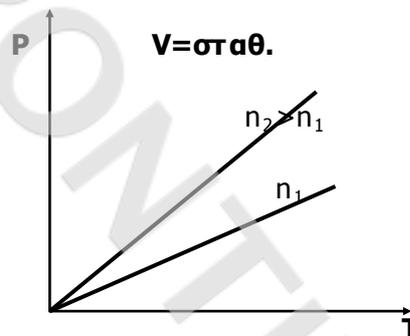
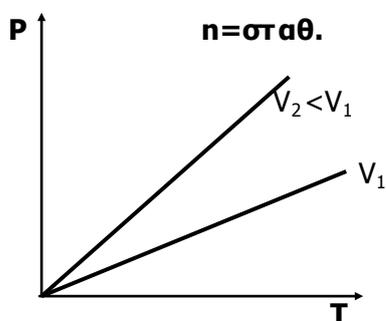
AB: Ισόχωρη θέρμανση
BA: Ισόχωρη ψύξη



AB: Ισόχωρη θέρμανση
BA: Ισόχωρη ψύξη

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η **κλίση** της γραμμής στο διάγραμμα P-T εξαρτάται από τα σταθερά μεγέθη n, V . Συγκεκριμένα η κλίση της γραμμής αυξάνεται, αν μειωθεί ο όγκος του αερίου ή αν αυξηθεί η ποσότητά του.



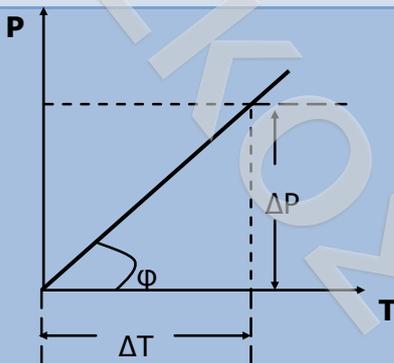
Απόδειξη

Η κλίση της ευθείας δίνεται από την $\epsilon\phi\phi = \frac{\Delta P}{\Delta T}$.

$$\text{Όμως } P \cdot V = nRT \Leftrightarrow P = \frac{nR}{V} \cdot T \Leftrightarrow \Delta P = \frac{nR}{V} \cdot \Delta T \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{nR}{V} \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi = \frac{nR}{V}$$

Αρα, για $n = \text{σταθ.}$ και $V_2 < V_1 \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi_2 > \epsilon\phi\phi_1 \Leftrightarrow \phi_2 > \phi_1$

για $V = \text{σταθ.}$ και $n_2 > n_1 \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi_2 > \epsilon\phi\phi_1 \Leftrightarrow \phi_2 > \phi_1$



Ισοβαρής μεταβολή

A Ορισμός

Ισοβαρής ονομάζεται η μεταβολή της κατάστασης **ορισμένης ποσότητας** ιδανικού αερίου, κατά την οποία **η πίεση που ασκεί το αέριο παραμένει σταθερή**, ενώ μεταβάλλονται ο **όγκος** και η **θερμοκρασία** του.
Δηλαδή **(n,P)=σταθερά**.

B) Τρόποι πραγματοποίησης

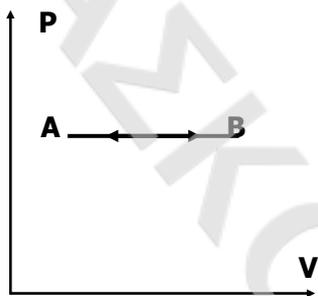
Μια **ισοβαρής** μεταβολή μπορεί να είναι **θέρμανση-εκτόνωση** ή **ψύξη - συμπίεση**.

Γ) Νόμος του Gay-Lussac

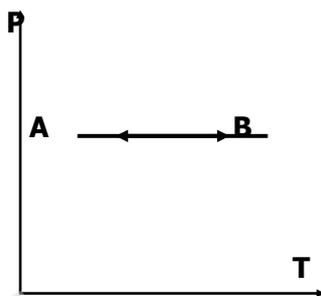
Η **όγκος** ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σταθερής πίεσης μεταβάλλεται **ανάλογα** με την **απόλυτη θερμοκρασία** του.

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

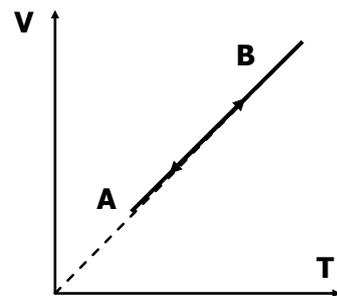
Δ) Γραφικές παραστάσεις



AB: Ισοβαρής εκτόνωση
BA: Ισοβαρής συμπίεση



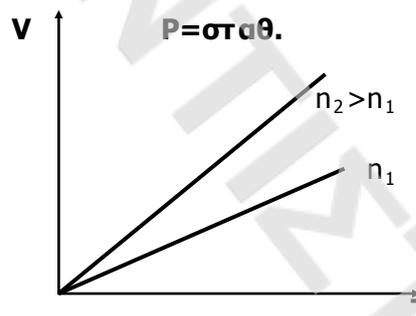
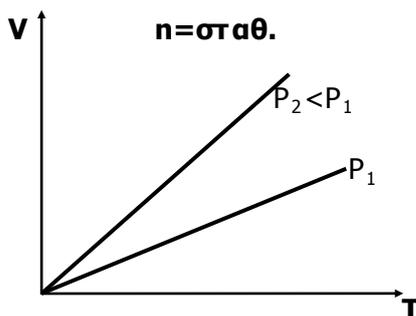
AB: Ισοβαρής θέρμανση
BA: Ισοβαρής ψύξη



AB: Ισοβαρής θέρμανση
BA: Ισοβαρής ψύξη

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η **κλίση** της γραμμής στο διάγραμμα V-T εξαρτάται από τα σταθερά μεγέθη n, P . Συγκεκριμένα η κλίση της γραμμής αυξάνεται, αν μειωθεί η πίεση του αερίου ή αν αυξηθεί η ποσότητά του.



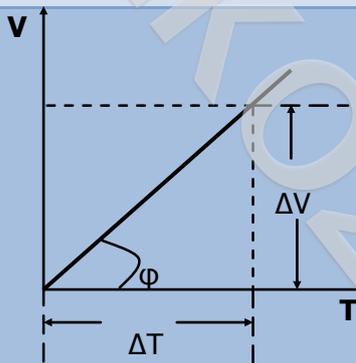
Απόδειξη

Η κλίση της ευθείας δίνεται από την $\epsilon\phi\phi = \frac{\Delta V}{\Delta T}$.

Όμως $P \cdot V = nRT \Leftrightarrow V = \frac{nR}{P} \cdot T \Leftrightarrow \Delta V = \frac{nR}{P} \cdot \Delta T \Leftrightarrow \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{nR}{P} \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi = \frac{nR}{P}$.

Αρα, για $n = \text{σταθ.}$ και $P_2 < P_1 \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi_2 > \epsilon\phi\phi_1 \Leftrightarrow \phi_2 > \phi_1$

για $P = \text{σταθ.}$ και $n_2 > n_1 \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi_2 > \epsilon\phi\phi_1 \Leftrightarrow \phi_2 > \phi_1$



ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

Βασική μορφή

Από τους τρεις νόμους των αερίων προκύπτει η παρακάτω εξίσωση που συνδέει μεταξύ τους τις τέσσερις καταστατικές μεταβλητές των αερίων και για αυτό το λόγο ονομάζεται καταστατική εξίσωση.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

✓ Αν η σταθερά R δίνεται: $R = 8,314 \text{ J/mole.K}$, τότε οι μονάδες πίεσης και όγκου είναι:

$$P \rightarrow \text{N/m}^2 \text{ και } V \rightarrow \text{m}^3$$

✓ Αν η σταθερά R δίνεται: $R = 0,082 \text{ L.atm/mole.K}$, τότε οι μονάδες πίεσης και όγκου είναι:

$$P \rightarrow \text{atm} \text{ και } V \rightarrow \text{L}$$

✓ αριθμός των mole του αερίου υπολογίζεται από τους τύπους:

$$n = \frac{m}{M}, \quad n = \frac{N}{N_A}, \quad n = \frac{V}{V_m}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Η καταστατική εξίσωση ισχύει για τα πραγματικά αέρια μόνο αν είναι αρκετά θερμά και αραιά, δηλαδή μόνο αν είναι μακριά από τις συνθήκες υγροποίησής τους.

2) **Ιδανικό αέριο** ονομάζουμε το υποθετικό αέριο το οποίο ικανοποιεί την καταστατική εξίσωση (άρα και τους νόμους των αερίων) σε οποιοδήποτε συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας.

3) Από την καταστατική εξίσωση προκύπτει ότι:

$$\frac{P \cdot V}{T} = n \cdot R = \text{σταθ.} \Leftrightarrow \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Η εξίσωση αυτή λέγεται και **συνδυαστικός νόμος** μας είναι χρήσιμη αν όλα τα μεγέθη P, V, T μεταβάλλονται κατά την διάρκεια της μεταβολής.

Μια άλλη μορφή με βάση την πυκνότητα του αερίου

Αποδεικνύεται ότι ισχύει και η εξής έκφραση της καταστατικής εξίσωσης:

$$P = d \cdot \frac{R \cdot T}{M}$$

Απόδειξη

Από τις σχέσεις $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ και $n = \frac{m}{M}$ προκύπτει:

$$P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Leftrightarrow P = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{M} \Leftrightarrow P = d \cdot \frac{R \cdot T}{M}$$

Η πυκνότητα του αερίου υπολογίζεται από τον τύπο: $d = \frac{m}{V}$

Η παραπάνω εξίσωση συνδέει την πυκνότητα του αερίου με την πίεση και την θερμοκρασία του και μας είναι χρήσιμη σε περιπτώσεις που μας δίνεται ή μας ζητείται η πυκνότητα του αερίου και δεν γνωρίζουμε τον όγκο του.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Τι είναι η κινητική θεωρία

Η κινητική θεωρία προέκυψε από την προσπάθεια να εξηγηθεί η μακροσκοπική (πειραματική) συμπεριφορά των αερίων με βάση την εσωτερική τους δομή, δηλαδή με βάση τις κινήσεις των μορίων που τα απαρτίζουν. Έτσι συνδυάζοντας τους νόμους της Μηχανικής με την Στατιστική για όλα τα μόρια του αερίου, προέκυψαν ένα σύνολο από εξισώσεις οι οποίες συνδέουν τις μακροσκοπικές μεταβλητές όπως είναι για παράδειγμα η πίεση και η θερμοκρασία με μικροσκοπικές μεταβλητές όπως είναι η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης. Η χρήση μέσων τιμών είναι απαραίτητη λόγω του τεράστιου αριθμού των μορίων που υπάρχουν σε ένα αέριο.

Σε ποιες παραδοχές στηρίζεται η κινητική θεωρία

- α)** Τα μόρια του ιδανικού αερίου θεωρούνται σημειακά αντικείμενα, επομένως εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.
- β)** Ο συνολικός όγκος των μορίων είναι ασήμαντος σε σχέση με τον όγκο όλου του αερίου.
- γ)** Τα μόρια συγκρούονται τόσο μεταξύ τους όσο και με τα τοιχώματα του δοχείου με ελαστικές κρούσεις.
- δ)** Τα μόρια δεν αλληλεπιδρούν παρά μόνο κατά την διάρκεια της κρούσης τους με αποτέλεσμα μεταξύ δύο διαδοχικών κρούσεων να κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά.

Μέση τιμή των ταχυτήτων των μορίων του αερίου (\bar{v})

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}$$

Μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου ($\overline{v^2}$)

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$$

Μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης (\bar{K})

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_N}{N} \Leftrightarrow \bar{K} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \bar{v}^2$$

Σχέση που συνδέει την πίεση του ιδανικού αερίου με τις κινήσεις των μορίων του

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{v}^2$$

$\frac{N}{V}$: είναι τα μόρια ανά μονάδα όγκου (μόρια/m³)

Από τον παραπάνω τύπο προκύπτουν και οι εξής τύποι:

$$\diamond P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \bar{v}^2 \Leftrightarrow P = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right) \Leftrightarrow P = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \bar{K}$$

και

$$\diamond P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \bar{v}^2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{3} \frac{N \cdot m}{V} \bar{v}^2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{3} \frac{m_{\text{αεριου}}}{V} \bar{v}^2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{3} d \bar{v}^2$$

Έκφραση της καταστατικής εξίσωσης σε συνάρτηση με το πλήθος N των μορίων του αερίου

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow P \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \Leftrightarrow P \cdot V = N \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \Leftrightarrow P \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου με τις κινήσεις των μορίων του

$$\bar{K} = \frac{3}{2} kT \Leftrightarrow T = \frac{2}{3k} \bar{K}$$

όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann, για την οποία ισχύει: $k = \frac{R}{N_A}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Όπως προκύπτει από την τελευταία σχέση η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης, εξαρτάται μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου (δεν εξαρτάται από το είδος του αερίου) και μάλιστα είναι ανάλογη με αυτή. Επομένως διαφορετικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία έχουν την ίδια μέση κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης.

Ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου

- ♦ Εξ' ορισμού είναι:

$$u_{\text{εν}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

- ♦ Αποδεικνύεται ότι η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου εξαρτάται από την απόλυτη θερμοκρασία αλλά και από το είδος του αερίου όπως φαίνεται από τους παρακάτω τύπους:

$$u_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \text{και} \quad u_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Απόδειξη

Συνδυάζοντας τις σχέσεις $\overline{K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ και $\overline{K} = \frac{3}{2} kT$ προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \Leftrightarrow \overline{v^2} = \frac{3kT}{m} \Leftrightarrow u_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Leftrightarrow u_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} \Leftrightarrow u_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Διαφορετικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία έχουν διαφορετικές ενεργές ταχύτητες.

- ♦ Επίσης αποδεικνύεται και η παρακάτω έκφραση της ενεργού ταχύτητας σε συνάρτηση με την πίεση και την πυκνότητα του αερίου

$$v_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

Απόδειξη

$$P = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{v^2} \Leftrightarrow \overline{v^2} = \frac{3P}{d} \Leftrightarrow v_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Ένα ιδανικό αέριο ασκεί πίεση στα τοιχώματα του δοχείου όπου περιέχεται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι:

- το αέριο έχει βάρος
- τα μόρια του αερίου έχουν ορμή
- τα μόρια του αερίου συγκρούονται μεταξύ τους
- τα μόρια του αερίου συγκρούονται με τα τοιχώματα του δοχείου.

2. Αν διπλασιάσουμε την απόλυτη θερμοκρασία και την πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η πυκνότητα του αερίου:

- τετραπλασιάζεται
- υποτετραπλασιάζεται
- διπλασιάζεται
- παραμένει σταθερή.

3. Σε ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία του από 25°C σε 50°C , υπό σταθερή πίεση. Κατά τη μεταβολή αυτή:

- ο όγκος του αερίου μειώνεται
- ο όγκος του αερίου διπλασιάζεται
- η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου μειώνεται
- η πυκνότητα του αερίου μειώνεται.

4. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου έχει θερμοκρασία $\theta_1=27^{\circ}\text{C}$ και όγκο $V_1=3\text{L}$. Θερμαίνουμε το αέριο ισοβαρώς μέχρι η θερμοκρασία του να διπλασιαστεί. Ο όγκος του αερίου:

- έμεινε σταθερός
- έγινε $1,5\text{L}$
- έγινε 6L
- αυξήθηκε

5. Όταν ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερή θερμοκρασία τότε η πίεσή του:

- τετραπλασιάζεται
- υποδιπλασιάζεται
- διπλασιάζεται
- παραμένει σταθερή.

6. Ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τετραπλασιάζεται ισοβαρώς. Για να επανέλθει το αέριο στην αρχική του θερμοκρασία ισόχωρα, θα πρέπει η πίεσή του να:

- διπλασιαστεί
- τετραπλασιαστεί

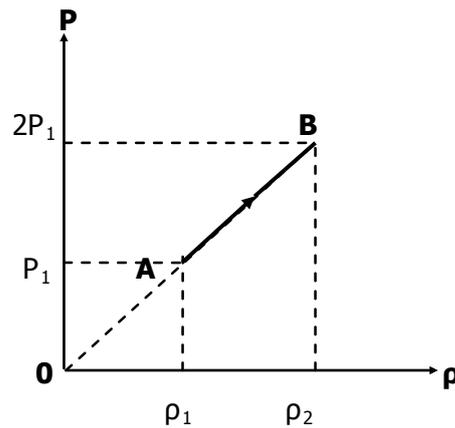
- γ) υποδιπλασιαστεί
- δ) υποτετραπλασιαστεί

7. Διπλασιάζουμε την απόλυτη θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου και ταυτόχρονα τετραπλασιάζουμε την πίεσή του. Η πυκνότητα του αερίου:

- α) διπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) τετραπλασιάζεται
- δ) μένει σταθερή

8. Στη διπλανή γραφική παράσταση φαίνεται το διάγραμμα της πίεσης σε συνάρτηση με την πυκνότητα (P - ρ) ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου. Η μεταβολή του αερίου είναι:

- α) ισόθερμη με διπλασιασμό του όγκου
- β) ισόχωρη με διπλασιασμό της πίεσης
- γ) ισόθερμη με υποδιπλασιασμό του όγκου
- δ) ισόχωρη με διπλασιασμό της θερμοκρασίας.



9. Υποδιπλασιάζουμε την απόλυτη θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου υπό σταθερή πίεση. Η πυκνότητα του αερίου:

- α) διπλασιάζεται
- β) μένει σταθερή
- γ) υποδιπλασιάζεται
- δ) τετραπλασιάζεται

10. Τριπλασιάζουμε την πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία. Η πυκνότητα του αερίου:

- α) υποτριπλασιάζεται
- β) τριπλασιάζεται
- γ) μένει σταθερή
- δ) εννεαπλασιάζεται

11. Αν διπλασιάσουμε ταυτόχρονα τον όγκο και την απόλυτη θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, τότε η πίεσή του:

- α) τετραπλασιάζεται
- β) υποτετραπλασιάζεται
- γ) διπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερή.

12. Αν διπλασιάσουμε τον όγκο και ταυτόχρονα τριπλασιάσουμε την πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, τότε η απόλυτη θερμοκρασία του:

- α) τετραπλασιάζεται
- β) εξαπλασιάζεται
- γ) διπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερή.

13. Όταν η απόλυτη θερμοκρασία ενός ιδανικού αερίου τετραπλασιάζεται υπό σταθερή πίεση, η πυκνότητα του αερίου:

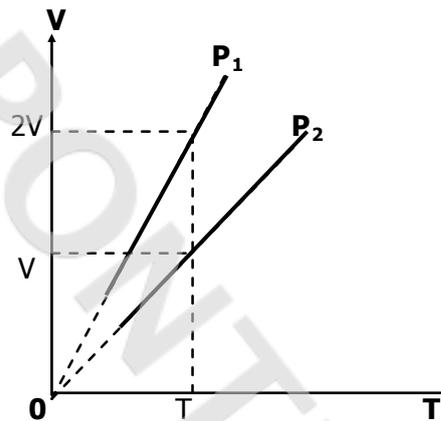
- α) τετραπλασιάζεται
- β) υποτετραπλασιάζεται
- γ) διπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερή.

14. Η θερμοκρασία ενός αερίου είναι $\theta_1=27^\circ\text{C}$. Θερμαίνουμε το αέριο υπό σταθερή πίεση έως ότου ο όγκος του να διπλασιαστεί. Η νέα θερμοκρασία του αερίου είναι:

- α) $\theta_2=54^\circ\text{C}$
- β) $\theta_2=127^\circ\text{C}$
- γ) $\theta_2=227^\circ\text{C}$
- δ) $\theta_2=327^\circ\text{C}$

15. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνονται δύο ισοβαρείς μεταβολές της ίδιας ποσότητας ιδανικού αερίου σε διαφορετικές πιέσεις P_1 και P_2 . Οι δύο αυτές πιέσεις συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

- α) $P_2=2P_1$
- β) $P_2=4P_1$
- γ) $P_2=P_1$
- δ) $P_2=P_1/2$



16. Κατά την ισόθερμη εκτόνωση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η ενεργός ταχύτητα των μορίων του:

- α) αυξάνεται
- β) μειώνεται
- γ) είναι ίση με μηδέν
- δ) παραμένει σταθερή.

17. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός ιδανικού αερίου σε μια κατάσταση Β, είναι διπλάσια από την ενεργό ταχύτητα των μορίων του ίδιου αερίου σε μια κατάσταση Α. Για τις απόλυτες θερμοκρασίες του αερίου στις καταστάσεις αυτές ισχύει:

- α) $T_B=2T_A$
- β) $T_B=T_A/2$
- γ) $T_B=4T_A$

δ) $T_B = T_A/4$

18. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός ιδανικού αερίου στη θερμοκρασία των 27°C έχει ορισμένη τιμή. Σε ποια θερμοκρασία από τις παρακάτω θερμοκρασίες η ενεργός ταχύτητα του ίδιου αερίου θα είναι διπλάσια;

- α) 927°C
- β) 54°C
- γ) 108°C
- δ) 1200°C

19. Κατά την ισόθερμη εκτόνωση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

- α) αυξάνεται
- β) μειώνεται
- γ) είναι ίση με μηδέν
- δ) παραμένει σταθερή.

20. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου δεν μεταβάλλεται, αν η ποσότητα του αερίου υποβληθεί σε:

- α) ισόχωρη ψύξη
- β) ισοβαρή εκτόνωση
- γ) ισόθερμη συμπίεση
- δ) ισοβαρή συμπίεση.

21. Σε ποιά από τις παρακάτω θερμοκρασίες τα μόρια ενός ιδανικού αερίου έχουν τριπλάσια μέση κινητική ενέργεια, από αυτή που έχουν όταν η θερμοκρασία του ισούται με $\theta = 27^\circ\text{C}$;

- α) 81°C
- β) 81 K
- γ) 900 K
- δ) 300 K

22. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερή πίεση. Η πυκνότητα του αερίου:

- α) τετραπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) υποτετραπλασιάζεται
- δ) διπλασιάζεται

23. Η πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τετραπλασιάζεται ισόχωρα. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου:

- α) υποδιπλασιάζεται
- β) παραμένει σταθερή
- γ) διπλασιάζεται
- δ) τετραπλασιάζεται

Θέματα εξετάσεων

- 24.** Μια αντιστρεπτή μεταβολή ιδανικού αερίου λέγεται ισοβαρής, όταν παραμένει σταθερός(-η):
- ο όγκος
 - η πίεση
 - η θερμοκρασία
 - η εσωτερική ενέργεια.
- 25.** Σε μια ισόθερμη εκτόνωση ιδανικού μονατομικού αερίου η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:
- αυξάνεται
 - μειώνεται
 - αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται
 - παραμένει σταθερή.
- 26.** Σε μια αντιστρεπτή θερμοδυναμική μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία T παραμένει σταθερή, ενώ η πίεση P του αερίου υποδιπλασιάζεται. Τότε ο όγκος του αερίου:
- υποδιπλασιάζεται
 - υποτετραπλασιάζεται
 - διπλασιάζεται
 - τετραπλασιάζεται.
- 27.** Όταν η απόλυτη θερμοκρασία ποσότητας ιδανικού μονατομικού αερίου τετραπλασιάζεται, η ενεργός ταχύτητα των μορίων του:
- υποδιπλασιάζεται
 - τετραπλασιάζεται
 - διπλασιάζεται
 - παραμένει σταθερή.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- 28.** Είναι δυνατόν ένα ιδανικό αέριο να υποστεί μία ισοβαρή συμπίεση, ενώ ταυτόχρονα η θερμοκρασία του να παραμένει σταθερή.
- 29.** Το απόλυτο μηδέν αντιστοιχεί σε θερμοκρασία:
- 273K
 - 273K
 - 273°C
 - 0°C
- 30.** Είναι δυνατόν ένα ιδανικό αέριο να υποστεί μία ισόχωρη θέρμανση, ενώ ταυτόχρονα η πίεσή του να παραμένει σταθερή.

31. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου ψύχεται ισόχωρα από μία αρχική θερμοκρασία $\theta_1=527^\circ\text{C}$ σε μία τελική θερμοκρασία $\theta_2=-73^\circ\text{C}$. Κατά τη μεταβολή αυτή η πίεση του αερίου υποτετραπλασιάζεται και η ενεργός ταχύτητα των μορίων του υποδιπλασιάζεται.

32. α) Σε μια ισόθερμη μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η πίεση του αερίου είναι ανάλογη με τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου

β) Σε μια ισόχωρη μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η πίεση του αερίου είναι ανάλογη με την μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου

γ) Σε μια ισοβαρή μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου είναι ανάλογη με τον όγκο του

δ) Σε μια ισόχωρη μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, το γινόμενο της πίεσης επί τον όγκο είναι αντιστρόφως ανάλογο με την μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του.

33. Ένα δοχείο περιέχει N μόρια ενός ιδανικού αερίου. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου διπλασιάζεται όταν:

α) διπλασιάσουμε ταυτόχρονα την πίεση και τον όγκο του αερίου.

β) διπλασιάσουμε ισοβαρώς την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

γ) διπλασιάσουμε ισόχωρα την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

δ) διπλασιάσουμε ισοβαρώς τον όγκο του αερίου.

34. Σε μια ισόθερμη μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, ο όγκος του αερίου υποδιπλασιάζεται.

α) Η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου παραμένει σταθερή.

β) Η πυκνότητα του αερίου διπλασιάζεται.

γ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου μένει σταθερή.

δ) Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου διπλασιάζεται.

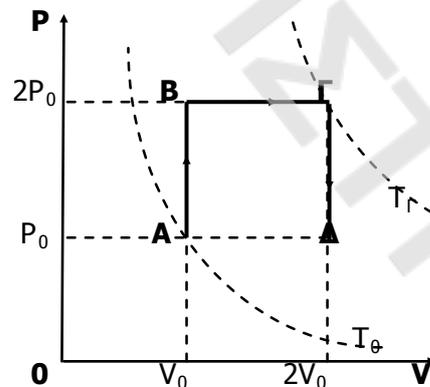
35. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται τρεις διαδοχικές μεταβολές ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου.

α) Ισχύει $T_\Gamma=4T_0$.

β) Οι θερμοκρασίες T_B και T_Δ είναι ίσες.

γ) Η πυκνότητα του αερίου στη κατάσταση Γ είναι διπλάσια της πυκνότητας του αερίου στη κατάσταση A .

δ) Ο αριθμός των poles του αερίου στις καταστάσεις B και Δ είναι ίδιος.



Θέματα εξετάσεων

- 36.** Ανάμεσα στα μόρια ιδανικού αερίου ασκούνται δυνάμεις πριν από τη κρούση τους
- 37.** Ελάττωση της θερμοκρασίας ορισμένης ποσότητας ιδανικού μονατομικού αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή συνεπάγεται ελάττωση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

- 38.** Στηριζόμενοι στη σχέση $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{N \cdot m}{V} \cdot \overline{v^2}$, όπου P η πίεση, N ο αριθμός των μορίων, m η μάζα του κάθε μορίου, V ο όγκος και $\overline{v^2}$ η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, να αποδείξετε:
- α) τη σχέση που συνδέει τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου με την απόλυτη θερμοκρασία του.
- β) ότι κατά την ισόθερμη συμπίεση του αερίου η πίεσή του αυξάνεται.

- 39.** Η πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι αρχικά P_0 . Αν ο όγκος του αερίου υποδιπλασιαστεί και ταυτόχρονα η απόλυτη θερμοκρασία του τετραπλασιαστεί, τότε η πίεσή του γίνεται:

- α) $\frac{P_0}{2}$
β) $2P_0$
γ) $\frac{P_0}{8}$
δ) $8P_0$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 40.** Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται αρχικά στη κατάσταση ισορροπίας Α. Το αέριο παθαίνει αρχικά μια ισόθερμη μεταβολή ΑΒ, κατά την οποία υποδιπλασιάζεται η αρχική του πίεση, και στη συνέχεια μια ισόχωρη μεταβολή ΒΓ, έως ότου αποκτήσει την αρχική του πίεση.

- α) Να σχεδιάσετε τη μεταβολή ΑΒΓ σε διάγραμμα P-V.
- β) Να βρείτε τον λόγο $\frac{T_\Gamma}{T_A}$.

- 41.** Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται ισοβαρώς. Πώς μεταβάλλεται η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του σε συνάρτηση με τον όγκο;

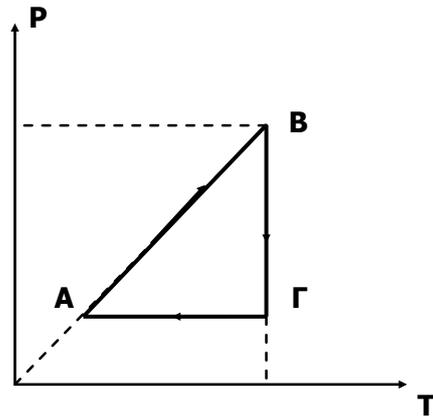
- α) ανάλογα
β) αντιστρόφως ανάλογα

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

42. Να αποδείξετε ότι η ενεργός ταχύτητα των μορίων ιδανικού αερίου συνδέεται με την απόλυτη θερμοκρασία του T με τη σχέση: $u_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

43. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται αρχικά στη κατάσταση $A(P_A, V_A, T_A)$ και εκτελεί τις τρεις διαδοχικές μεταβολές που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.

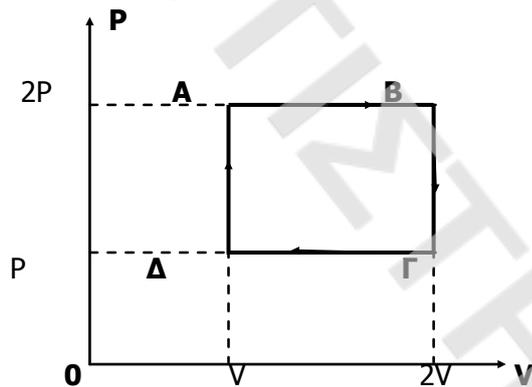
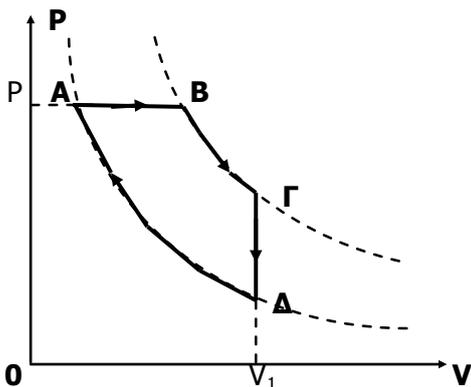
- Ποιο είναι το είδος της κάθε μεταβολής;
- Να σχεδιάσετε τις μεταβολές αυτές ποιοτικά σε διάγραμμα P-V.
- Σε ποια από τις τρεις αυτές μεταβολές η πυκνότητα του αερίου διατηρείται σταθερή;



44. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται αρχικά στη κατάσταση $A(P_A, V_A, T_A)$. Διατηρώντας σταθερό τον όγκο του αερίου διπλασιάζουμε την πίεσή του και στη συνέχεια, διατηρώντας σταθερή την πίεση διπλασιάζουμε τον όγκο του.

- Να σχεδιάσετε ποιοτικά τις μεταβολές σε διάγραμμα P-V.
- Να υπολογίσετε το ηλίκο:
 - Της τελικής προς την αρχική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.
 - Της τελικής προς την αρχική πυκνότητα του αερίου.

45. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί τις μεταβολές που φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα.



- Ποια είναι τα είδη των μεταβολών που παριστάνονται σε κάθε διάγραμμα;
- Να σχεδιάσετε τα ποιοτικά διαγράμματα P-T και V-T για καθένα από τα παραπάνω διαγράμματα.

46. Σε ένα δοχείο που περιέχει ορισμένη ποσότητα ενός ιδανικού αερίου ορισμένη θερμοκρασία, προσθέτουμε ίση ποσότητα από το ίδιο αέριο στην ίδια θερμοκρασία. Πόση είναι η μεταβολή;

- α) της πυκνότητας του αερίου;
- β) της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου;
- γ) της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου;
- δ) της συνολικής κινητικής ενέργειας του αερίου;

47. Διαθέτουμε δύο δοχεία A και B ίδιου όγκου. Το δοχείο A περιέχει αέριο με $M_B=4$ και το δοχείο B ίσο αριθμό μορίων από άλλο αέριο με $M_B=20$, που έχουν την ίδια θερμοκρασία με αυτή του αερίου στο δοχείο A.

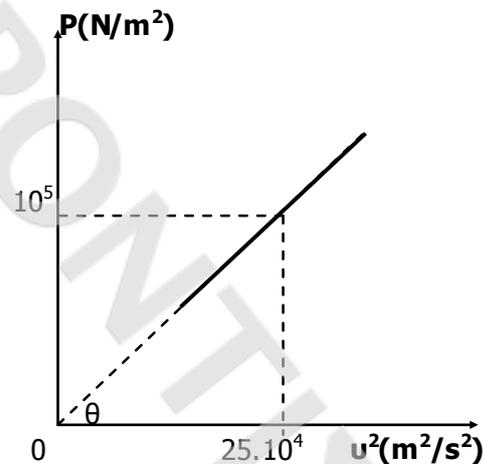
- α) Να δικαιολογήσετε γιατί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων των δύο αερίων είναι ίδια.
- β) Να βρείτε τον λόγο των ενεργών ταχυτήτων των μορίων των δύο αερίων.

48. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου παθαίνει ισόχωρη μεταβολή AB μέχρι να τριπλασιαστεί η πίεσή του.

- α) Να βρείτε την μεταβολή που θα συμβεί στην μέση κινητική ενέργεια των μορίων του.
- β) Να βρείτε το ηχητικό των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του αερίου στις καταστάσεις A και B.

49. Η πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε δοχείο σταθερού όγκου V μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

- α) Να εξηγήσετε τι εκφράζει η κλίση της ευθείας (εφθ).
- β) Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου, όταν η πίεσή του είναι ίση με 10^5 N/m^2 .
- γ) Να βρείτε την πυκνότητα του αερίου.



Θέματα εξετάσεων

50. Τετραπλασιάζουμε την πίεση ιδανικού αερίου διατηρώντας σταθερή την πυκνότητά του. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του θα:

- α) διπλασιαστεί
- β) τετραπλασιαστεί
- γ) υποδιπλασιαστεί

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

51. Ιδανικό μονατομικό αέριο συμπιέζεται ισόθερμα στο μισό του αρχικού του όγκου.

I) Η πίεση του αερίου: (επιλέξτε)

- α) διπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) παραμένει σταθερή

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

II) Η ενεργός ταχύτητα του αερίου: (επιλέξτε)

- α) διπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) παραμένει σταθερή

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

52. Ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας και καταλαμβάνει όγκο V_0 . Με κατάλληλη αντιστρεπτή μεταβολή ο όγκος του αερίου διπλασιάζεται, ενώ η μέση κινητική ενέργεια των ατόμων του αερίου παραμένει σταθερή.

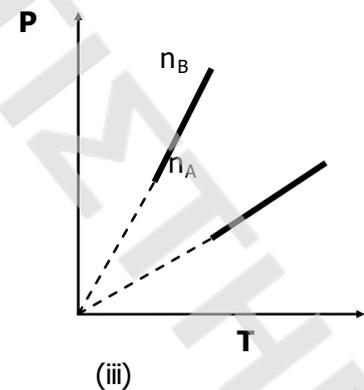
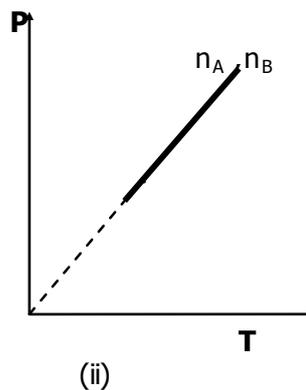
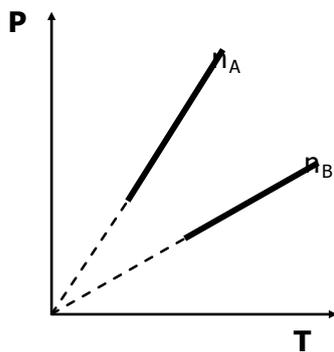
I) Η θερμοκρασία του αερίου στη νέα κατάσταση είναι:

- α) ίση με την αρχική
- β) διπλάσια της αρχικής
- γ) ίση με το μισό της αρχικής

II) Η πίεση του αερίου στη νέα κατάσταση είναι:

- α) ίση με την αρχική
- β) διπλάσια της αρχικής
- γ) ίση με το μισό της αρχικής.

53. Δύο δοχεία ίσου όγκου A και B περιέχουν ιδανικό αέριο με αριθμό mol n_A και n_B αντίστοιχα όπου $n_A > n_B$. Αν το αέριο του κάθε δοχείου υποστεί ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή, ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι σωστό;



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

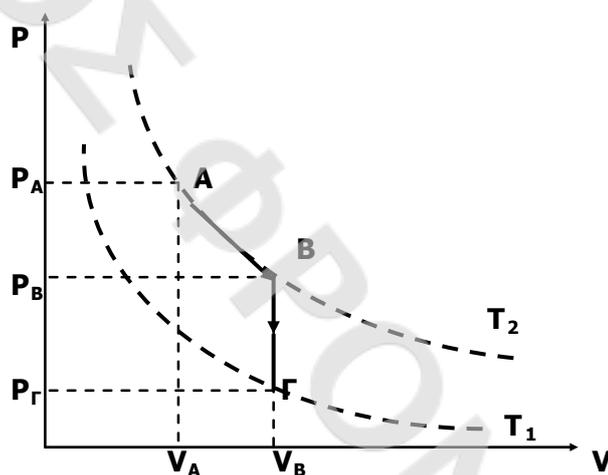
54. Ιδανικό μονατομικό αέριο ψύχεται ισόχωρα. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

- α) αυξάνεται
 - β) μειώνεται
 - γ) παραμένει σταθερή.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

55. Σε ένα ταξίδι η θερμοκρασία του αέρα στο εσωτερικό των ελαστικών αυξήθηκε. Αν υποθέσουμε ότι ο όγκος των ελαστικών παραμένει σταθερός, τότε η πίεση του αέρα των ελαστικών:

- α) μειώθηκε
 - β) αυξήθηκε
 - γ) παραμένει σταθερή.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

56. Στο παρακάτω διάγραμμα πίεσης – όγκου παριστάνονται αντιστρεπτές μεταβολές ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου.



- α) Να χαρακτηρίσετε τις μεταβολές AB και BΓ που υφίσταται το αέριο
- β) Να παραστήσετε ποιοτικά τις παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα P-T.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμοι των αερίων - καταστατική εξίσωση

✓ Η καταστατική εξίσωση με οποιαδήποτε μορφή της, εφαρμόζεται μόνο για καταστάσεις ισορροπίας. Ειδικότερα αν γνωρίζουμε ή ζητούμε την πυκνότητα του αερίου, τότε χρησιμοποιούμε την καταστατική εξίσωση με τη μορφή

$$P = d \cdot \frac{R \cdot T}{M}$$

✓ Αν η σταθερά R δίνεται: $R=8,314 \text{ J/mole.K}$, τότε οι μονάδες πίεσης και όγκου πρέπει να είναι:

$$P \rightarrow \text{N/m}^2 \text{ και } V \rightarrow \text{m}^3$$

✓ Αν η σταθερά R δίνεται: $R=0,082 \text{ L.atm/mole.K}$, τότε οι μονάδες πίεσης και όγκου πρέπει να είναι:

$$P \rightarrow \text{atm και } V \rightarrow \text{L}$$

✓ Οι νόμοι των αερίων καθώς και ο συνδυαστικός νόμος εφαρμόζονται μόνο αν η ποσότητα του αερίου παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής.

✓ Σε κάθε ισοβαρή μεταβολή, η μεταβολή της θερμοκρασίας του αερίου συνοδεύεται πάντα και από ανάλογη μεταβολή του όγκου. Έτσι η ισοβαρής θέρμανση είναι ταυτόχρονα και εκτόνωση, ενώ η ισοβαρής ψύξη είναι ταυτόχρονα και συμπίεση.

1. Ορισμένη ποσότητα αερίου βρίσκεται υπό πίεση $P_1=2\text{atm}$ και καταλαμβάνει όγκο $V_1=3 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$. Θέλουμε να διπλασιάσουμε την πίεση του αερίου διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία του.

α) Να υπολογίσετε τον τελικό όγκο που καταλαμβάνει το αέριο.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα P-V της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

γ) Αν η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου κατά τη διάρκεια της μεταβολής ισούται με $T=400\text{K}$ να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-T και V-T σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) $V_2=1,5 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$

2. Ποσότητα αερίου βρίσκεται σε δοχείο σταθερού όγκου $V=2 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$. Η πίεση του αερίου είναι $P=2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ και η απόλυτη θερμοκρασία του είναι $T_1=400\text{K}$. Θέλουμε να τριπλασιάσουμε την πίεση του αερίου.

α) Να υπολογίσετε την τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα P-V της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

γ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-T και V-T της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) $T_2=1200K$

3. Αέριο βρίσκεται σε δοχείο που κλείνει με έμβολο το οποίο μπορεί να μετακινείται χωρίς τριβές. Αρχικά το έμβολο ισορροπεί σε τέτοια θέση ώστε το αέριο να καταλαμβάνει όγκο $V_1=8 \cdot 10^{-3} m^3$ σε θερμοκρασία $\theta_1=127^\circ C$. Θέλουμε να διπλασιάσουμε τον όγκο του αερίου διατηρώντας την πίεσή του σταθερή.

α) Να υπολογίσετε την τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα P-V της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες, αν η πίεση του αερίου σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής είναι $P=2 \cdot 10^5 N/m^2$.

γ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-T και V-T της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) $T_2=800K$

4. Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα, το ένα άκρο του οποίου είναι κλεισμένο με αβαρές έμβολο. Αρχικά το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V_1=2L$, ασκεί πίεση $P_1=2atm$ και η θερμοκρασία του είναι $\theta_1=27^\circ C$. Ξεκινώντας κάθε φορά από αυτή την αρχική κατάσταση εκτελούμε τα παρακάτω ανεξάρτητα μεταξύ τους πειράματα.

Πείραμα 1: Τοποθετούμε το δοχείο σε δεξαμενή νερού σταθερής θερμοκρασίας θ_1 και υποδιπλασιάζουμε αργά τον όγκο του.

Πείραμα 2: Ακίνητοποιούμε το έμβολο και στη συνέχεια θερμαίνουμε αργά το αέριο μέχρι να τριπλασιαστεί η πίεσή του.

Πείραμα 3: Ασκούμε σταθερή εξωτερική πίεση στο έμβολο ίση με P_1 και ψύχουμε αργά το αέριο μέχρι να υποδιπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία του.

α) Να χαρακτηρίσετε το είδος της κάθε μεταβολής.

β) Να υπολογίσετε την τελική πίεση, τον τελικό όγκο και την τελική απόλυτη θερμοκρασία σε κάθε πείραμα χωριστά.

γ) Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα P-V τις τρεις μεταβολές στις οποίες υποβλήθηκε το αέριο.

Απ: β) Πείραμα 1: $P_{\text{τελ}}=4atm$, Πείραμα 2: $T_{\text{τελ}}=900K$, Πείραμα 3: $V_{\text{τελ}}=1L$

5. Ποσότητα $n=1/R$ mol ιδανικού αερίου έχει όγκο V_1 , πίεση $P_1=10^5 N/m^2$ και απόλυτη θερμοκρασία T_1 . Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε κατά τη διάρκεια της θέρμανσης να ισχύει η σχέση $P=(10^3/3) T$. Να υπολογιστούν:

α) Ο όγκος V_1

β) Η απόλυτη θερμοκρασία T_1

Απ: α) $V_1=3 \cdot 10^{-3} m^3$ β) $T_1=300K$

6. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε δύο ισόχωρες μεταβολές που πραγματοποιούνται σε όγκο $V_2=2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και V_1 , όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

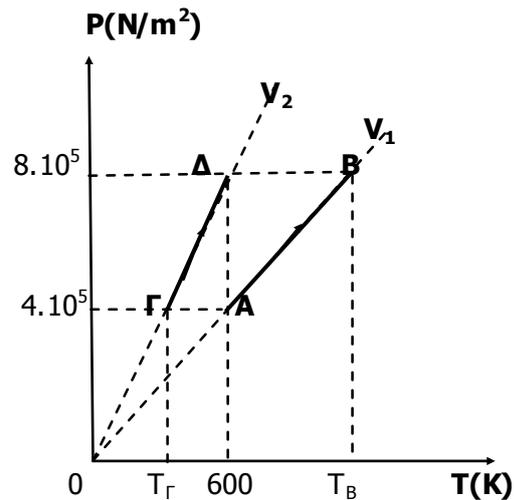
α) Να υπολογίσετε τις απόλυτες θερμοκρασίες T_B και T_Γ .

β) Να υπολογίσετε τον αριθμό των moles του αερίου.

γ) Να υπολογίσετε τον όγκο V_1 .

δ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-V και P-T των μεταβολών σε βαθμολογημένους άξονες.

Δίνεται: $3R=25 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$



Απ: α) $T_B=1200 \text{ K}$, $T_A=300 \text{ K}$ β) $n=0,32 \text{ mol}$ γ) $V_1=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

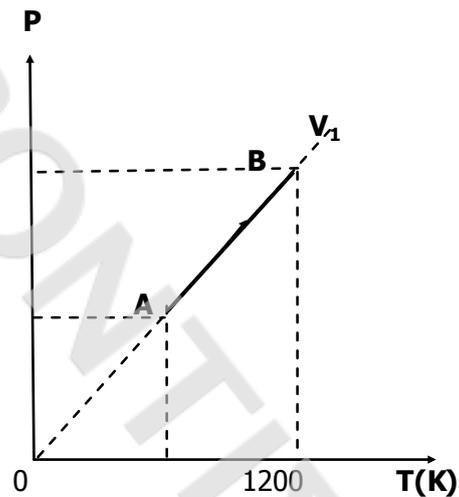
7. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται μια μεταβολή AB ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σε όλη τη διάρκεια της οποίας το πηλίκο P/T παραμένει σταθερό και ίσο με $500 \text{ N/m}^2\cdot\text{K}$. Ο όγκος του αερίου στη κατάσταση B ισούται με $V_B=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

α) Να χαρακτηρίσετε το είδος της μεταβολής και να υπολογίσετε τον αριθμό των moles του αερίου σε συνάρτηση με την σταθερά R (S.I) των αερίων.

β) Να υπολογίσετε την πίεση του αερίου στην κατάσταση A, αν στη μεταβολή AB η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου αυξήθηκε κατά 400 K .

γ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-V και V-T σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) $n=2/R \text{ mole}$ β) $P_A=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$



Το αέριο παθαίνει διαδοχικές μεταβολές

✓ Όταν το αέριο παθαίνει διαδοχικές μεταβολές εργαζόμαστε ως εξής. Πάιρνουμε τις μεταβολές με τη σειρά που συμβαίνουν και για κάθε μια γράφουμε εξισώσεις ανάλογα με το είδος της μεταβολής (π.χ στην ισόθερμη μεταβολή ισχύει $T_{\text{αρχ}}=T_{\text{τελ}}$ και $P_{\text{αρχ}} \cdot V_{\text{αρχ}}=P_{\text{τελ}} \cdot V_{\text{τελ}}$) και εξισώσεις που προκύπτουν από πληροφορίες της εκφώνησης (π.χ αν μας λένε ότι διπλασιάζεται ο όγκος του αερίου γράφουμε $V_{\text{τελ}}=2V_{\text{αρχ}}$). Από την επίλυση των εξισώσεων που προκύπτουν απαντούμε στα ερωτήματα της άσκησης.

8. Ορισμένη ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_1=4L$, υπό πίεση $P_1=2 \cdot 10^5 N/m^2$ και θερμοκρασία $T_1=400K$. Το αέριο εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές.

- Θερμαίνεται υπό σταθερή πίεση μέχρι να αποκτήσει όγκο $V_2=8L$.
- Ψύχεται υπό σταθερό όγκο μέχρι να αποκτήσει την αρχική του θερμοκρασία T_1 .
- Συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία μέχρι να αποκτήσει τον αρχικό του όγκο.

α) Να υπολογίσετε τις μεταβλητές P , V , T στο τέλος κάθε μεταβολής

β) Να παραστήσετε γραφικά τις μεταβολές σε διάγραμμα P - T .

Απ: α) $P_2=2 \cdot 10^5 N/m^2$, $T_2=800K$, $P_3=10^5 N/m^2$, $V_3=8L$, $T_3=400K$

9. Ποσότητα $n=\frac{2}{R}$ mole ιδανικού αερίου (όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των ιδανικών αερίων σε $J/mol \cdot K$) βρίσκονται στη κατάσταση A , πίεσης P_A , όγκου $V_A=4L$ και $T_A=400K$. Προκαλούμε στο αέριο τις ακόλουθες μεταβολές.

- Θερμαίνουμε το αέριο υπό σταθερή πίεση μέχρι η απόλυτη θερμοκρασία του να τριπλασιαστεί (κατάσταση B)
- Ψύχουμε το αέριο υπό σταθερό όγκο μέχρι η πίεσή του να υποδιπλασιαστεί (κατάσταση Γ)

α) Να υπολογίσετε την αρχική πίεση του αερίου P_A .

β) Να υπολογίσετε τον όγκο και την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις B και Γ

Απ: α) $P_A=2 \cdot 10^5 N/m^2$ β) $V_B=V_\Gamma=12 \cdot 10^{-3} m^3$, $T_B=1200K$, $T_\Gamma=600K$

10. Ποσότητα $n=\frac{4}{R}$ mole ιδανικού αερίου (όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των ιδανικών αερίων σε $J/mol \cdot K$) βρίσκονται στη κατάσταση A ($P_A=2atm$, V_A , $T_A=300K$) και υποβάλλεται στις παρακάτω διαδοχικές μεταβολές

- AB : Ισόθερμη μεταβολή μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_B=V_A/2$
- $B\Gamma$: Ισοβαρής μεταβολή μέχρι διπλασιασμού της απόλυτης θερμοκρασίας του.

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου στις καταστάσεις A , B και Γ .

β) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα P-V, P-T και V-T σε βαθμολογημένους άξονες για το σύνολο της μεταβολής. Δίνεται ότι $1\text{atm}=10^5\text{N/m}^2$.

Η μάζα του αερίου αλλάζει με κάποιο τρόπο

✓ Όταν κατά τη διάρκεια της μεταβολής αλλάζει η ποσότητα του αερίου δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε ούτε τους νόμους των αερίων ούτε τον συνδυαστικό νόμο. Μπορούμε όμως να εφαρμόσουμε την καταστατική εξίσωση για την αρχική και την τελική κατάσταση ισορροπίας.

✓ Αν θέλουμε να βρούμε τη μάζα του αερίου που προστέθηκε ή διέφυγε από το δοχείο χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$\Delta m = (n_{\text{τελ}} - n_{\text{αρχ}}) \cdot M$$

όπου M είναι η γραμμομοριακή μάζα του αερίου.

11. Ένα μετεωρολογικό μπαλόνι περιέχει αρχικά 800g He. Το μπαλόνι βρίσκεται σε συγκεκριμένο ύψος, έχει όγκο $V_1=10\text{m}^3$ και η θερμοκρασία του He μέσα σε αυτό είναι $\theta_1=-23^\circ\text{C}$. Κάποια στιγμή αρχίζει διαρροή του He με αποτέλεσμα το μπαλόνι να χάνει ύψος. Η διαρροή σταματά όταν ο όγκος του μπαλονιού γίνει ίσος με $V_2=4,5\text{m}^3$. Σε αυτό το ύψος η θερμοκρασία του He είναι $\theta_2=27^\circ\text{C}$ και η πίεσή του διπλάσια τη αρχικής. Να υπολογίσετε:

α) την αρχική πίεση του αερίου He

β) Τη μάζα του He που διέφυγε από το μπαλόνι.

Δίνονται: $R=8,31\text{ J/mol.K}$ και το μοριακό βάρος του He: $M_B=4$.

Απ: $\alpha) P_1=41550\text{ N/m}^2$ $\beta) m=200\text{g}$

12. Σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο υπάρχουν n_1 mol οξυγόνου τα οποία καταλαμβάνουν όγκο $V_1=2 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$, έχουν θερμοκρασία $T_1=800\text{K}$ και πίεση $P=4 \cdot 10^5\text{N/m}^2$.

α) Να υπολογίσετε πόσα moles οξυγόνου βρίσκονται μέσα στο δοχείο.

β) Εισάγουμε στο δοχείο $3n_1$ mol οξυγόνου με αποτέλεσμα ο όγκος του να διπλασιαστεί χωρίς να αλλάξει η πίεσή του. Να υπολογίσετε την τελική τιμή της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Δίνεται: $R=(25/3)\text{ J/mol.K}$

Απ: $\alpha) 3/25\text{ mol}$ $\beta) 400\text{K}$

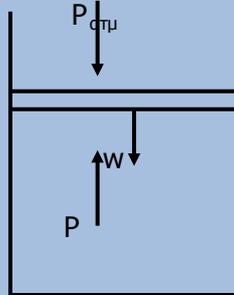
Δοχείο που κλείνει με ευκίνητο έμβολο

✓ Η πίεση που δέχεται επιφάνεια εμβαδού A στην οποία ασκείται κάθετα δύναμη μέτρου F, δίνεται από τον τύπο:

$$P = \frac{F}{A}$$

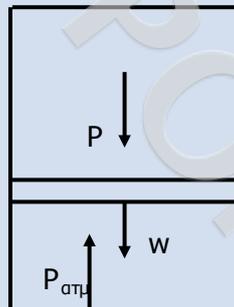
- ✓ Αν το αέριο βρίσκεται σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνεται στο πάνω μέρος του με έμβολο εμβαδού A και βάρους W , το οποίο είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε η πίεση P του αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = P_{\text{ατμ}} + \frac{W}{A}$$



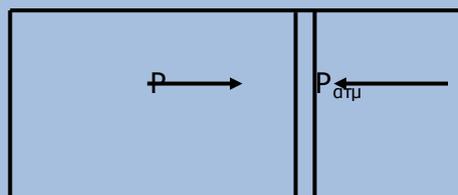
- ✓ Αν το αέριο βρίσκεται σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνεται στο κάτω μέρος του με έμβολο εμβαδού A και βάρους W , το οποίο είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε η πίεση P του αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = P_{\text{ατμ}} - \frac{W}{A}$$



- ✓ Αν το αέριο βρίσκεται σε οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνεται με έμβολο εμβαδού A και βάρους W , το οποίο είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε η πίεση P του αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = P_{\text{ατμ}}$$



13. Διαθέτουμε ένα οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνει με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το βάρος του εμβόλου είναι $w=20\text{N}$ και το εμβαδό της επιφάνειάς του είναι $A=10\text{cm}^2$. Μέσα στο δοχείο υπάρχει ιδανικό αέριο σε θερμοκρασία $\theta=27^\circ\text{C}$. Όταν το δοχείο είναι οριζόντιο το έμβολο ισορροπεί σε τέτοια θέση που απέχει $x_1=20\text{cm}$ από τη βάση του δοχείου. Η ατμοσφαιρική πίεση ισούται με $P_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

α) Να υπολογίσετε τον αριθμό των mole του αερίου που περιέχονται στο δοχείο.

β) Περιστρέφουμε το δοχείο ώστε να γίνει κατακόρυφο με το έμβολο προς τα κάτω. Το έμβολο ισορροπεί σε νέα θέση χωρίς να αλλάξει η θερμοκρασία του αερίου. Να υπολογίσετε:

i) τη νέα πίεση του αερίου

ii) τη νέα απόσταση του εμβόλου από τη βάση του δοχείου

Δίνεται: $R=25/3\text{J/mol.K}$

Απ: $a) n = \frac{1}{125}\text{ mole}$ $\beta) i) P_2 = 0,8 \cdot 10^5\text{N/m}^2$ $ii) x_2 = 25\text{cm}$

14. Σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο που κλείνεται από το πάνω μέρος του με έμβολο που έχει μάζα $m=2\text{Kg}$ και εμβαδό διατομής $A=10\text{cm}^2$ περιέχονται $n = \frac{10}{R}\text{mole}$

ιδανικού αερίου θερμοκρασίας $T=300\text{K}$.

1) Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε να διπλασιαστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του.

2) Στη συνέχεια το τοποθετούμε οριζόντιο διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία του.

α) να βρεθεί ο αρχικός όγκος του αερίου

β) να βρεθεί ο λόγος της αρχικής προς τη τελική μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου

γ) να παραστήσετε τις δύο μεταβολές του αερίου σε άξονες P-V, P-T, V-T

δ) να βρεθεί η μετακίνηση του εμβόλου μεταξύ της αρχικής και της τελικής κατάστασης

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$

Απ. $a) V_1 = 25\text{L}$ $\beta) \frac{K_1}{K_3} = \frac{1}{4}$ $\Delta) \Delta x = 95\text{m}$

15. Κυλινδρικό δοχείο με εμβαδό βάσης $A=40\text{cm}^2$ περιέχει ιδανικό αέριο και κλείνει με έμβολο βάρους w το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Τα τοιχώματα του δοχείου είναι διαθερμικά και η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι σταθερή. Η ατμοσφαιρική πίεση ισούται με $P_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$. Όταν το δοχείο τοποθετηθεί με τη βάση του προς τα κάτω τότε το έμβολο ισορροπεί σε απόσταση $h_1=20\text{cm}$ από τη βάση του και η πίεση του αερίου είναι $P=1,5 \cdot 10^5\text{N/m}^2$.

α) Να υπολογίσετε το βάρος του εμβόλου.

- β)** Περιστρέφουμε το δοχείο ώστε να γίνει οριζόντιο και έτσι το έμβολο ισορροπεί σε νέα θέση, απέχοντας απόσταση h_2 από τη βάση. Να υπολογίσετε την απόσταση h_2 .
- γ)** Στη συνέχεια περιστρέφουμε ξανά το δοχείο ώστε να γίνει κατακόρυφο με το έμβολο από κάτω και έτσι το έμβολο ισορροπεί σε νέα θέση, απέχοντας απόσταση h_3 από τη βάση. Να υπολογίσετε την απόσταση h_3 .

Απ: α) $w=200N$ β) $h_2=30cm$ γ) $h_3=60cm$

16. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο με εμβαδό βάσης $A=10cm^2$ φράσσεται με έμβολο μάζας $m=2Kg$, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο περιέχει $n=4/R$ ποιε ιδανικού αερίου και το έμβολο ισορροπεί σε ύψος $h=1m$ από τη βάση του δοχείου.

- α)** Να βρεθούν η πίεση και η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.
β) Να υπολογίσετε την ολική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.
γ) Μέχρι ποια θερμοκρασία T' πρέπει να θερμάνουμε το αέριο για να μετατοπιστεί το έμβολο κατά 10 cm ; (Κατάσταση Β)
δ) Αντιστρέφουμε το δοχείο διατηρώντας την θερμοκρασία του T' σταθερή. Πόσο τοις εκατό θα αυξηθεί ο όγκος του δοχείου από την κατάσταση Β;
 Δίνονται: $P_{atm}=10^5\text{ N/m}^2$ και $g=10\text{ m/s}^2$

Απ: α) $P=1,2 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $T=300K$ β) $K_{ολ}=1800J$ γ) $T'=330K$ δ) 50%

17. Διαθέτουμε ένα κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνει με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το βάρος του εμβόλου είναι $w=40N$ και το εμβαδό της επιφάνειάς του είναι $A=20cm^2$. Μέσα στο δοχείο υπάρχουν $n=0,3/R$ μοί ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία $T=400K$. Το έμβολο ισορροπεί ακίνητο σε ύψος h από τη βάση του δοχείου και η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{atm}=10^5\text{ N/m}^2$.

- α)** Να υπολογίσετε την πίεση του αερίου
β) Να υπολογίσετε το ύψος h
γ) Θερμαίνουμε αργά το αέριο μέσα στο δοχείο με αποτέλεσμα το έμβολο να ισορροπήσει σε νέο ύψος $h'=0,75m$. Να υπολογίσετε τη τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Απ: α) $P=1,2 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ β) $h=0,5m$ γ) $T'=600K$

18. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο περιέχει ποσότητα οξυγόνου κλείνεται στο πάνω μέρος του με έμβολο βάρους $w=20N$ και διατομής $A=10cm^2$. Το έμβολο μπορεί να ολισθαίνει στο εσωτερικό του δοχείου χωρίς τριβές. Όταν το έμβολο ισορροπεί το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V=1L$.

- α)** Να υπολογιστεί η πίεση που ασκεί το αέριο στα τοιχώματα του δοχείου
β) Πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο αν το αέριο θερμανθεί από τους $27^\circ C$ στους $57^\circ C$;
 Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση: $P_{atm}=10^5\text{ N/m}^2$

Απ: α) $P=1,2 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ β) $\Delta x=0,1m$

19. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο περιέχει ποσότητα αερίου κλείνεται στο πάνω μέρος του με έμβολο βάρους $w=20\text{N}$ και διατομής $A=10\text{cm}^2$. Το έμβολο μπορεί να ολισθαίνει στο εσωτερικό του δοχείου χωρίς τριβές. Όταν το έμβολο ισορροπεί το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V=5L$.

α) Να υπολογιστεί η πίεση που ασκεί το αέριο στα τοιχώματα του δοχείου

β) Θερμαίνουμε το αέριο οπότε το έμβολο μετατοπίζεται προς τα πάνω κατά $\Delta x=5\text{cm}$. Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αερίου αν η αρχική θερμοκρασία είναι 27°C .

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση: $P_{\text{atm}}=10^5\text{ N/m}^2$

Απ: $\alpha) P=1,2 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ $\beta) \theta'=30^\circ\text{C}$

20. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο περιέχει ποσότητα $\eta=\frac{10}{R}$ mole ιδανικού

αερίου θερμοκρασίας $\theta_1=27^\circ\text{C}$, κλείνεται στο πάνω μέρος του με έμβολο βάρους $w=100\text{N}$ και διατομής $A=10\text{ cm}^2$. Το έμβολο μπορεί να ολισθαίνει στο εσωτερικό του δοχείου χωρίς τριβές. Το αέριο εκτονώνεται υπό σταθερή πίεση μέχρι διπλασιασμού του όγκου του και στη συνέχεια συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία μέχρι τον αρχικό του όγκο.

α) Ποιος είναι ο αρχικός όγκος του αερίου;

β) Ποια η τελική πίεση και η τελική θερμοκρασία του αερίου;

γ) Να παρασταθούν γραφικά οι μεταβολές σε διαγράμματα P-V , P-T και V-T

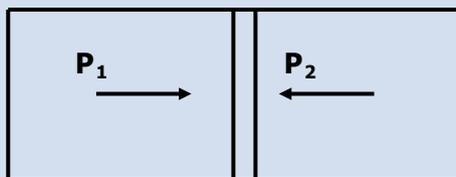
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση: $P_{\text{atm}}=10^5\text{ N/m}^2$

Απ: $\alpha) V_1=15 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$ $\beta) P_3=4 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $T_3=600\text{K}$

Δοχείο που χωρίζεται εσωτερικά σε δύο τμήματα από ευκίνητο έμβολο

✓ Αν το δοχείο χωρίζεται σε δύο σε δύο τμήματα με ευκίνητο έμβολο το οποίο ισορροπεί ακίνητο, τότε οι πιέσεις και στα δύο μέρη είναι ίσες.

$$P_1=P_2$$



21. Ένα οριζόντιο κλειστό κυλινδρικό δοχείο, εσωτερικής διατομής $A=10\text{cm}^2$, περιέχει ιδανικό αέριο θερμοκρασίας $T=300\text{ K}$. Στο μέσο του δοχείου υπάρχει έμβολο που χωρίζει το κύλινδρο σε δύο ίσα διαμερίσματα όγκου $V=70\text{cm}^3$ το καθένα. Θερμαίνουμε το ένα διαμέρισμα σε θερμοκρασία $T_1=400\text{K}$ ενώ διατηρούμε σταθερή τη θερμοκρασία του άλλου διαμερίσματος. Να βρεθεί κατά πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο. Δίνεται ότι το έμβολο είναι από θερμομονωτικό υλικό και ότι η διαστολή του δοχείου είναι αμελητέα.

Απ: $\Delta x=1\text{cm}$

22. Οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας είναι κλειστός στα δύο άκρα του και χωρίζεται σε δύο μέρη με στεγανό έμβολο. Στο ένα μέρος περιέχει αέριο He και στο άλλο αέριο H. Η συνολική ποσότητα των δύο αερίων είναι $n=2,8\text{ mole}$. Όταν η θερμοκρασία του συστήματος είναι $\theta=0^\circ\text{C}$ το έμβολο ισορροπεί και διαχωρίζει το σωλήνα σε δύο μέρη

που έχουν λόγο $\frac{l_{\text{He}}}{l_{\text{H}}} = \frac{2}{5}$. Να βρεθεί ο αριθμός των mole του κάθε αερίου.

Απ: $n_{\text{He}}=0,8\text{ mole}$, $n_{\text{H}}=2\text{ mole}$

23. Οριζόντιος σωλήνας σταθερής διατομής είναι κλειστός στα δύο άκρα του και περιέχει ιδανικό αέριο υπό πίεση $P=3\text{atm}$ και θερμοκρασία $\theta=27^\circ\text{C}$. Σε ενδιάμεσο σημείο του σωλήνα υπάρχει λεπτό ευκίνητο έμβολο από θερμομονωτικό υλικό, το οποίο χωρίζει το αέριο σε δύο ίσες ποσότητες. Θερμαίνουμε τη μία ποσότητα του αερίου σε θερμοκρασία $\theta_1=100^\circ\text{C}$ και ψύχουμε την άλλη σε θερμοκρασία $\theta_2=0^\circ\text{C}$. Να βρεθεί η τελική πίεση του αερίου. Η διαστολή του σωλήνα να μη ληφθεί υπόψη.

Απ: $P'=3,23\text{ atm}$

Δύο δοχεία που επικοινωνούν μεταξύ τους

- ✓ Αν η στρόφιγγα μέσω την οποίας επικοινωνούν τα δύο δοχεία είναι κλειστή τότε τα δύο αέρια είναι εντελώς απομονωμένα με αποτέλεσμα να έχουν γενικά διαφορετικές πιέσεις και θερμοκρασίες. Αφού ανοίξουμε την στρόφιγγα και μετά τα αέρια αναμειγνύονται με αποτέλεσμα να επικρατεί παντού η ίδια πίεση και η ίδια θερμοκρασία.
- ✓ Αν η στρόφιγγα μέσω την οποίας επικοινωνούν τα δύο δοχεία είναι ανοιχτή ή δεν υπάρχει καθόλου τότε επικρατεί παντού η ίδια πίεση και η ίδια θερμοκρασία. Αν διαταράξουμε την ισορροπία μεταβάλλοντας τις θερμοκρασίες των δύο αερίων, τότε θα μετακινηθεί ποσότητα αερίου από το δοχείο υψηλότερης θερμοκρασίας στο δοχείο χαμηλότερης θερμοκρασίας, μέχρι να εξισωθούν και πάλι οι πιέσεις.

- ✓ Προφανώς η συνολική ποσότητα του αερίου και στα δύο δοχεία θα παραμείνει η ίδια.

$$n_1+n_2=n'_1+n'_2$$

- ✓ Όταν αναμειχθούν δύο αέρια που αρχικά έχουν την ίδια θερμοκρασία τότε και η τελική κατάσταση θα έχει την ίδια θερμοκρασία με την αρχική.

24. Δύο δοχεία A και B έχουν τον ίδιο όγκο $V=4L$ το καθένα και συνδέονται μεταξύ τους με λεπτό σωλήνα αμελητέου όγκου. Τα δύο δοχεία περιέχουν ιδανικό αέριο υπό πίεση $P=3atm$ και θερμοκρασία $\theta=27^{\circ}C$. Βυθίζουμε το δοχείο A σε πάγο που λιώνει και το δοχείο B σε νερό που βράζει. Να βρεθούν:

α) η τελική πίεση του αερίου

β) ο αριθμός των *mole* του αερίου που θα μετακινηθεί από το ένα δοχείο στο άλλο
Η διαστολή των δοχείων να θεωρηθεί αμελητέα. Δίνεται $R=0,082 L.atm/mole.K$

Απ: $\alpha) P=3,15atm$ $\beta) \Delta n=0,075mole$

25. Δύο δοχεία ίσου όγκου συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου και περιέχουν ιδανικό αέριο θερμοκρασίας $\theta=27^{\circ}C$. Θερμαίνουμε το ένα δοχείο σε θερμοκρασία $\theta_1=127^{\circ}C$. Σε ποιά θερμοκρασία πρέπει να ψυχθεί το άλλο δοχείο ώστε η πίεση στο σύστημα να παραμείνει αμετάβλητη; Η διαστολή των δοχείων να μη ληφθεί υπόψη.

Απ: $T_2=240 K$

26. Δύο θερμικά μονωμένα δοχεία (A) και (B) με όγκους V και $3V$ αντίστοιχα περιέχουν ιδανικό αέριο και επικοινωνούν με σωλήνα αμελητέου όγκου μέσω στρόφιγγας. Αρχικά η στρόφιγγα είναι κλειστή. Στο δοχείο (A) η πίεση είναι $P_1=3atm$ και η θερμοκρασία είναι $\theta_1=27^{\circ}C$, ενώ στο δοχείο (B) η πίεση είναι $P_2=4atm$ και η θερμοκρασία είναι $\theta_2=127^{\circ}C$.

α) Να υπολογίσετε το ηηλικό των *mol* που περιέχονται στα δύο δοχεία

β) Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας η πίεση σε κάθε δοχείο είναι $P=3,75 atm$. Να υπολογίσετε την τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στα δύο δοχεία.

Απ: $\alpha) \frac{1}{3}$ $\beta) T=375 K$

27. Δύο δοχεία A και B με όγκους V_1 και V_2 αντίστοιχα συνδέονται μεταξύ τους με σωλήνα αμελητέου όγκου. Στα δύο δοχεία υπάρχει ιδανικό αέριο ποσότητας $n_1=2/R$ *mole* και $n_2=4/R$ *mole* αντίστοιχα, όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων σε μονάδες (S.I). Η θερμοκρασία του αερίου και στα δύο δοχεία είναι $T=400K$ και η πίεσή του είναι $P=2 \cdot 10^5 N/m^2$.

α) Να υπολογίσετε τους όγκους των δύο δοχείων

β) Αυξάνουμε την θερμοκρασία του δοχείου Α κατά 200K, διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία του δοχείου Β. Να υπολογίσετε την τελική πίεση του αερίου.

γ) Να βρείτε τον αριθμό των moles του αερίου που μετακινήθηκαν από το ένα δοχείο στο άλλο και από πιο δοχείο έφυγαν.

Απ: α) $V_1=4 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$, $V_2=8 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$ β) $P'=2,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ γ) $\Delta n=0,5/R$ από το Α στο Β.

Κινητική Θεωρία

- ✓ Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης δίνεται από τις σχέσεις:

$$\bar{K} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \bar{u}^2 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

- ✓ Η συνολική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης δίνεται από τις σχέσεις:

$$\bar{K}_{ολ} = N \cdot \bar{K} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot P \cdot V$$

- ✓ Ο λόγος της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες είναι ίσος με τον λόγο των απόλυτων θερμοκρασιών.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{K}_1 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T_1 \\ \bar{K}_2 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T_2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \frac{\bar{K}_1}{\bar{K}_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

- ✓ Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του ιδανικού αερίου δίνεται από τις σχέσεις:

$$u_{εν} = \sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

- ✓ Από τη σχέση $u_{εν} = \sqrt{\bar{u}^2}$ προκύπτει ότι $\bar{u}^2 = u_{εν}^2$

- ✓ Ο λόγος της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες είναι ίσος με τη τετραγωνική ρίζα του λόγου των απόλυτων θερμοκρασιών.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{\varepsilon v,1} = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}} \\ u_{\varepsilon v,2} = \sqrt{\frac{3kT_2}{m}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \frac{u_{\varepsilon v,1}}{u_{\varepsilon v,2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

- ✓ Η πίεση του ιδανικού αερίου μπορεί να υπολογιστεί από τις σχέσεις:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nm}{V} \cdot \overline{u^2} = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{u^2}$$

- ✓ Αν μας δίνονται ή ζητούνται τα μόρια του αερίου που υπάρχουν ανά μονάδα όγκου (N/V) έχουμε τις εξής επιλογές:

$$P \cdot V = N \cdot k \cdot T \Leftrightarrow \frac{N}{V} = \frac{P}{k \cdot T}$$

ή

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{K} \Leftrightarrow \frac{N}{V} = \frac{3P}{2\bar{K}}$$

28. Ιδανικό αέριο βρίσκεται υπό πίεση $P_1=1,38 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, καταλαμβάνει όγκο V_1 και έχει απόλυτη θερμοκρασία $T_1=1600\text{K}$. Το αέριο παθαίνει τις παρακάτω μεταβολές.

- Εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του
- Ψύχεται ισοβαρώς μέχρι να υποτετραπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία του.

α) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή.

β) Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου στο τέλος της ισοβαρούς μεταβολής. Θεωρήστε ότι η μάζα κάθε μορίου είναι $m=8,28 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$.

γ) Πόσος είναι ο αριθμός των μορίων του αερίου ανά μονάδα όγκου στο τέλος της ισόθερμης και της ισοβαρούς μεταβολής αντίστοιχα; Δίνεται: $k=1,38 \cdot 10^{23}\text{J/K}$.

$$\text{Απ: } \alpha) \Delta K = -24,84 \cdot 10^{21} \text{ J} \quad \beta) u_{\varepsilon v,3} = \sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \gamma) \frac{N}{V} = \frac{1}{32} \cdot 10^{26} \text{ μόρια/m}^3,$$

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{8} \cdot 10^{26} \text{ μόρια/m}^3$$

29. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_1=5\text{L}$ σε πίεση $P_1=1\text{atm}$ και θερμοκρασία $T_1=300\text{K}$. Το αέριο υπόκειται στις εξής μεταβολές.

- Θερμαίνεται υπό σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του και στη συνέχεια
 - Ψύχεται υπό σταθερό όγκο μέχρι να υποδιπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του.
- α)** Να υπολογίσετε τις τελικές τιμές των μεταβλητών P, V, T .
- β)** Να παραστήσετε γραφικά τη συνολική μεταβολή σε διάγραμμα $P-V$.

Απ: $a) P_3=0,5atm, V_3=2L, T_3=600K$

30. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_1=2L$ σε πίεση $P_1=2atm$ και θερμοκρασία $\theta_1=27^\circ C$.

- Εκτονώνουμε το αέριο με σταθερή θερμοκρασία μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος
 - Θερμαίνουμε με σταθερό όγκο μέχρι την αρχική του πίεση.
- α)** Να βρείτε τη τελική θερμοκρασία του αερίου
- β)** Να παραστήσετε γραφικά τις μεταβολές σε άξονες $P-V, P-T, V-T$.
- γ)** Να βρείτε το λόγο της αρχικής προς τη τελική ενεργό ταχύτητα.

Απ: $a) T_3=600K$ $\gamma) \frac{\sqrt{2}}{2}$

31. Ιδανικό αέριο υποβάλλεται στις εξής διαδοχικές μεταβολές:

- Διπλασιάζουμε την πίεση κρατώντας σταθερό τον όγκο
 - Διπλασιάζουμε τον όγκο κρατώντας σταθερή τη θερμοκρασία
 - Διπλασιάζουμε τον όγκο υπό σταθερή πίεση
- α)** Να σχεδιάσετε τις μεταβολές σε διάγραμμα $P-V$
- β)** Να βρείτε το λόγο των ενεργών ταχυτήτων της αρχικής προς τη τελική κατάσταση.

Απ: $\beta) \frac{1}{2}$

38. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_0=3L$, σε πίεση $P_0=2 \cdot 10^5 N/m^2$ και θερμοκρασία $T_0=400K$. Το αέριο εκτελεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές.

- Αρχικά θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του.
 - Στη συνέχεια συμπιέζεται με σταθερή θερμοκρασία μέχρι να υποτριπλασιαστεί ο όγκος του.
 - Τέλος ψύχεται ισόχωρα μέχρι να υποδιπλασιαστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του.
- α)** Να γράψετε το νόμο που ισχύει σε κάθε μεταβολή.
- β)** Να υπολογίσετε τον όγκο, την πίεση και την απόλυτη θερμοκρασία στη τελική κατάσταση του αερίου.
- γ)** Να παραστήσετε γραφικά τις τρεις διαδοχικές μεταβολές σε άξονες $P-V, P-T, V-T$

Απ: β) $V_3=2L$, $P_3=1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_3=200\text{K}$

40. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στη κατάσταση ισορροπίας Α, όπου $P_A=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A=1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και $\theta_A=127^\circ\text{C}$. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στη κατάσταση αυτή είναι 600m/s . Το αέριο ακολουθεί τις εξής μεταβολές:

- Ισόχωρη ψύξη ΑΒ όπου η ενεργός ταχύτητα των μορίων του υποδιπλασιάζεται
 - Ισοβαρής εκτόνωση ΒΓ όπου ο όγκος του μεταβλήθηκε κατά 300%
 - Ισόχωρη θέρμανση ΓΔ όπου αποκτά την αρχική του πίεση.
- α)** Να υπολογίσετε τις τιμές του όγκου της πίεσης και της απόλυτης θερμοκρασίας που αντιστοιχούν στις καταστάσεις Β, Γ και Δ.
β) Να σχεδιάσετε τις παραπάνω μεταβολές σε άξονες P-V και V-T.
γ) Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση Δ.

Απ: γ) $u_{ev}=1200\text{m/s}$

32. Σε ποια περίπτωση θα αυξηθεί περισσότερο η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός ιδανικού αερίου:

- α)** Αν διπλασιαστεί η πίεσή του υπό σταθερό όγκο;
β) Αν διπλασιαστεί ο όγκος του υπό σταθερή πίεση;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απ: Σε καμία από τις δύο

33. Ιδανικό αέριο σε θερμοκρασία $T_1=300\text{K}$, έχει πίεση $P_1=10^5\text{N/m}^2$ και πυκνότητα $\rho=0,3\text{Kg/m}^3$. Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων στις θερμοκρασίες:

- α)** $T_1=300\text{K}$
β) $T_2=600\text{K}$

Απ: α) $u_{ev,1}=1000\text{m/s}$

β) $u_{ev,2}=1000\sqrt{2} \text{ m/s}$

34. Μονατομικό αέριο που αρχικά καταλαμβάνει όγκο $V_A=1\text{L}$ σε θερμοκρασία $T_A=300\text{K}$ εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι να διπλασιαστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του. Να βρείτε:

- α)** τη τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.
β) τον τελικό όγκο του αερίου.

Απ: α) $T_B=1200\text{K}$

β) $V_B=4\text{L}$

35. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας στην οποία η ενεργός ταχύτητα των μορίων του είναι $u_{ev}=600\text{m/s}$ και η πυκνότητά του είναι $\rho=1\text{Kg/m}^3$. Να βρείτε:

α) πόση είναι η πίεση του αερίου

β) πόση θα γίνει η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου αν τετραπλασιαστεί η θερμοκρασία του

Απ: **α)** $P=1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ **β)** $u'_{ev}=1200 \text{ m/s}$

36. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός ιδανικού αερίου, το οποίο καταλαμβάνει όγκο V υπό πίεση P είναι \bar{K} . Το αέριο εκτονώνεται και καταλαμβάνει όγκο $3V$ υπό πίεση $P/6$. Να βρεθεί η νέα μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.

Απ: $\bar{K}/2$

37. I) Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου περιέχεται σε δοχείο όγκου 2L υπό πίεση 1atm και θερμοκρασία 27°C .

α) Πόσα μόρια αερίου περιέχονται στο δοχείο;

β) Πόση είναι η ενεργός ταχύτητα των μορίων;

II) Το αέριο εκτονώνεται υπό σταθερή πίεση μέχρι διπλασιασμού του όγκου του.

α) Πόση γίνεται τώρα η ενεργός ταχύτητα των μορίων του;

β) Με ποιο τρόπο θα πρέπει να διπλασιάσουμε τον όγκο του αερίου ώστε η ενεργός ταχύτητα των μορίων του να μείνει σταθερή;

Δίνονται: $N_A=6 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol , $R=8,314 \text{ J/mol.K}$, $M=2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$

Απ: I) **α)** $N=0,48 \cdot 10^{23}$ μόρια **β)** $u_{ev}=1,93 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ II) **α)** $u'_{ev}=1,93\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}$
β) ισόθερμα

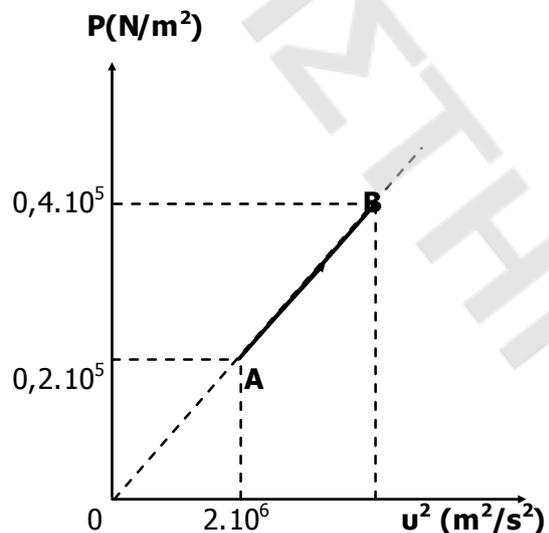
39. Ποσότητα $n=2/R$ mole ιδανικού αερίου (όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων σε μονάδες S.I) υποβάλλεται στη μεταβολή που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

α) Να χαρακτηρίσετε το είδος της μεταβολής και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση B.

γ) Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου στην κατάσταση A.

Δίνονται: $R=25/3 \text{ J/mol.K}$ και η γραμμομοριακή μάζα του αερίου



$$M=2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/mol.}$$

$$\text{Απ: } \beta) u_{\text{ev}(B)}=2 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \gamma) V_A=16 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

41. Σε δοχείο σταθερού όγκου V βρίσκονται $n=3/R$ mole ιδανικού αερίου (όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων σε μονάδες S.I). Η θερμοκρασία του αερίου ισούται με $T=300\text{K}$ και η πίεσή του με $P=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Το αέριο υποβάλλεται σε ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του.

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του δοχείου

β) Να υπολογίσετε την τελική πίεση του αερίου

γ) Να υπολογίσετε τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην αρχική και στην τελική κατάσταση

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου σε συνάρτηση την πίεσή του, σε βαθμολογημένους άξονες.

Δίνονται: $k=1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.

$$\text{Απ: } \alpha) V=4.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad \beta) P'=8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad \gamma) K=6,21 \cdot 10^{21} \text{ J}, K'=24,84 \cdot 10^{21} \text{ J}$$

✓ Όταν ένα δοχείο είναι ανοιχτό ή έχει μια στρόφιγγα που είναι ανοιχτή, τότε ο αέρας που περιέχει έχει την ίδια πίεση με τον ατμοσφαιρικό αέρα.

42. Κυλινδρική φιάλη όγκου 10L έχει στο στόμιο της βαλβίδα η οποία αρχικά είναι ανοιχτή. Η φιάλη περιέχει αέρα σε θερμοκρασία περιβάλλοντος $\theta=27^\circ\text{C}$. Θερμαίνουμε τον αέρα που βρίσκεται μέσα στη φιάλη στους 327°C με τη βαλβίδα ανοιχτή.

α) Να υπολογίσετε τη μάζα του αέρα που διέφυγε από τη φιάλη.

β) Στη συνέχεια κλείνουμε τη βαλβίδα και ψύχουμε τον αέριο στη φιάλη ώστε να αποκτήσει θερμοκρασία 127°C , διατηρώντας τη σταθερή. Να υπολογίσετε:

i) την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αέρα στη νέα κατάσταση

ii) τον αριθμό ανά μονάδα όγκου των μορίων του αέρα στη νέα κατάσταση.

Δίνονται: $R=25/3 \text{ J/mol.K}$, $M=29 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/mol}$, $K=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $P_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$

$$\text{Απ: } \alpha) \Delta m = \frac{29}{5} \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \quad \beta) \text{ i) } u_{\text{ev}} = \sqrt{\frac{10}{29}} \cdot 10^3 \text{ m/s}, \text{ ii) } \frac{N}{V} = 0,12 \cdot 10^{26} \text{ μόρια/mole}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΕΡΓΟ ,
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ,
ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ,
Α' ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ,
ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ,
Β' ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ,
ΘΕΡΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ ΤΟΥ CARNOT

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ - Φυσικός

Θερμοδυναμική

Θερμοδυναμική είναι ο κλάδος της Φυσικής που ασχολείται με τις ανταλλαγές ενέργειας καθώς και τις μετατροπές ενέργειας που συμβαίνουν στα διάφορα φαινόμενα.

Θερμοδυναμικό σύστημα

Ένα σύστημα για το οποίο μας ενδιαφέρει η ενέργεια που ανταλλάσσει με το περιβάλλον του ονομάζεται θερμοδυναμικό σύστημα. Ένα κλασικό παράδειγμα θερμοδυναμικού συστήματος με το οποίο θα ασχοληθούμε φέτος είναι ένα αέριο μέσα σε δοχείο.

Θερμοδυναμικές μεταβλητές

Θερμοδυναμικές μεταβλητές ονομάζονται τα μεγέθη που χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε ένα θερμοδυναμικό σύστημα. Στη περίπτωση των αερίων οι θερμοδυναμικές μεταβλητές είναι η πίεση (P), ο όγκος (V), η απόλυτη θερμοκρασία (T) και η ποσότητα ύλης mole (n). Λόγω της καταστατικής εξίσωσης

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

όταν έχουμε ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου (n=σταθ.) αν ξέρουμε οποιοσδήποτε δύο από τις μεταβλητές P, V, T μπορούμε να υπολογίσουμε την τρίτη. Για αυτό το λόγο λέμε ότι ορισμένη ποσότητα αερίου έχει δύο **ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές**.

Κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας

Μια ποσότητα αερίου λέμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, όταν η πίεση, η πυκνότητα και η θερμοκρασία του έχουν την ίδια σταθερή τιμή σε όλη την έκταση του αερίου.

Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας μπορεί να παρασταθεί γραφικά μ' ένα σημείο στα διαγράμματα P-V, V-T και P-T.

Αντιστρεπτή μεταβολή

Μια ιδανική μεταβολή κατά την οποία ένα θερμοδυναμικό σύστημα (π.χ ένα αέριο) μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση ισορροπίας σε μια τελική κατάσταση ισορροπίας, μέσω διαδοχικών καταστάσεων που μπορούν να θεωρηθούν καταστάσεις ισορροπίας, ονομάζεται **αντιστρεπτή**.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- 1) Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή μπορούμε αν αντιστρέψουμε τους χειρισμούς μας, να την διανύσουμε κατά την αντίστροφη πορεία, επαναφέροντας έτσι τόσο το σύστημα όσο και το περιβάλλον του στην αρχική τους κατάσταση.
- 2) Για να μπορεί μια μεταβολή να θεωρηθεί αντιστρεπτή πρέπει:
 - α) να γίνεται πολύ αργά,
 - β) οι τριβές και γενικότερα οποιοσδήποτε αντιστάσεις να θεωρούνται ασήμαντες,
 - γ) η μεταφορά θερμότητας να συμβαίνει εξαπτίας πολύ μικρών θερμοκρασιακών διαφορών ανάμεσα στο σύστημα και στο περιβάλλον του.
- 3) Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά σε διαγράμματα P-V, V-T και P-T με μια συνεχή γραμμή η οποία ενώνει τα δύο σημεία τα οποία παριστάνουν την αρχική και την τελική κατάσταση ισορροπίας.

Μη αντιστρεπτή μεταβολή

Όλες οι μεταβολές στη φύση είναι μη αντιστρεπτές με την έννοια ότι δεν μπορούν να διαγραφούν κατά την αντίθετη φορά και να επανέλθει τόσο το σύστημα όσο και το περιβάλλον στην αρχική κατάσταση. Αυτές οι μεταβολές λέγονται **μη αντιστρεπτές**.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- 1) Κατά τη διάρκεια μιας μη αντιστρεπτής μεταβολής το σύστημα διέρχεται από καταστάσεις μη ισορροπίας.
- 2) Μια μη αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά σε διαγράμματα P-V, V-T και P-T με δύο σημεία τα οποία παριστάνουν την αρχική και την τελική κατάσταση ισορροπίας.

Έργο της δύναμης που ασκεί το αέριο στο έμβολο του δοχείου κατά τη διάρκεια της μεταβολής του όγκου του.

Έστω ότι συμβαίνει μια απειροστή μετατόπιση του εμβόλου στο δοχείο που περιέχει το αέριο, έτσι ώστε να μεταβληθεί ο όγκος του αερίου κατά dV χωρίς όμως να αλλάξει η πίεση του αερίου. Αποδεικνύεται ότι το στοιχειώδες έργο της δύναμης του αερίου στην περίπτωση αυτή είναι ίσο με:

$$dW = P \cdot dV$$

Από τον παραπάνω τύπο προκύπτει ότι στη εκτόνωση είναι $dW > 0$ ενώ στη συμπίεση είναι $dW < 0$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Αν η μεταβολή του όγκου δεν είναι απειροστή αλλά μπορεί να υπολογιστεί ως $\Delta V = V_2 - V_1$, τότε εφόσον η μεταβολή είναι ισοβαρής το πεπερασμένο έργο της δύναμης του αερίου ισούται με:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1)$$

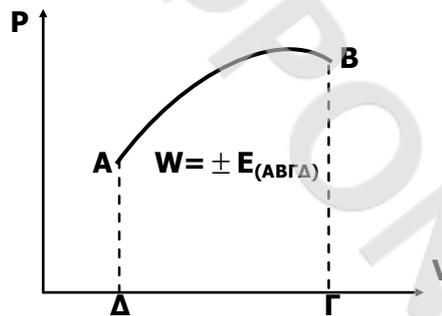
2) Το έργο της δύναμης του αερίου είναι ένας τρόπος ανταλλαγής ενέργειας ανάμεσα στο αέριο και στο περιβάλλον του. Το πρόσημο του έργου μας δείχνει τη φορά ροής της ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα:

W > 0: Το αέριο εκτονώνεται και έτσι προσφέρει ενέργεια στο περιβάλλον του.

W < 0: Το αέριο συμπιέζεται και έτσι απορροφά ενέργεια από το περιβάλλον του.



3) Το έργο που ανταλλάσσεται κατά την διάρκεια μιας αντιστρεπτής μεταβολής ισούται με το εμβαδό του χώρου που σχηματίζεται σε διάγραμμα P-V, από την γραμμή που παριστάνει την αντιστρεπτή μεταβολή και από τον άξονα V με όρια τον αρχικό και τον τελικό όγκο του αερίου.



4) Το έργο της δύναμης του αερίου εξαρτάται από τον τρόπο που θα πραγματοποιήσουμε την μεταβολή. Αυτό είναι άμεση συνέπεια της προηγούμενης παρατήρησης γιατί αν πάμε από την κατάσταση A στην κατάσταση B με άλλο τρόπο τότε θα προκύψει άλλη γραμμή με αποτέλεσμα να είναι διαφορετικό και το εμβαδό που θα υπολογίσουμε.

Θερμότητα

Η θερμότητα είναι η ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα υψηλότερης θερμοκρασίας σε ένα άλλο σώμα χαμηλότερης θερμοκρασίας όταν τα φέρουμε σε επαφή. Άρα η θερμότητα είναι ένα άλλος τρόπος – εκτός από το έργο – με τον οποίο το αέριο μπορεί να ανταλλάξει ενέργεια με το περιβάλλον του.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Το πρόσημο της θερμότητας μας δείχνει τη φορά ροής της ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα:

$Q > 0$: Το αέριο απορροφά ενέργεια από το περιβάλλον του.

$Q < 0$: Το αέριο προσφέρει ενέργεια στο περιβάλλον του.



2) Η θερμότητα που ανταλλάσσει ένα αέριο με το περιβάλλον του εξαρτάται από τον τρόπο που αυτό μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση ισορροπίας σε μια τελική κατάσταση.

Ειδικές γραμμομοριακές θερμότητες των αερίων

Η θερμότητα που πρέπει να απορροφηθεί από n mole ενός αερίου για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ΔT υπολογίζεται από τον θεμελιώδη νόμο της θερμιδομετρίας:

$$Q = n \cdot C \cdot \Delta T$$

Το σύμβολο C ονομάζεται ειδική γραμμομοριακή θερμότητα και εκφράζει το ποσό της θερμότητας που πρέπει να απορροφηθεί από 1 mole του αερίου, ώστε να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1K. Η C έχει μονάδα μέτρησης στο σύστημα μονάδων S.I το

$$1 \frac{J}{mol \cdot K}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η τιμή της C για τα αέρια δεν εξαρτάται μόνο από το είδος του αερίου (μονατομικό, διατομικό, κτλ) αλλά και από τον τρόπο που προσφέρεται η θερμότητα. Έτσι λοιπόν όταν το αέριο θερμαίνεται ισόχωρα έχουμε την C_v (γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο), ενώ όταν το ίδιο αέριο θερμαίνεται ισοβαρώς έχουμε την C_p (γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση). Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι είναι διαφορετικό το ποσό της θερμότητας που πρέπει να απορροφηθεί από 1 mole αερίου ισοβαρώς και διαφορετικό ισόχωρα, αν θέλουμε να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1K.

Εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου

Η εσωτερική ενέργεια ενός **ιδανικού μονατομικού αερίου** είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών που έχουν τα μόριά του λόγω της άτακτης μεταφορικής τους

κίνησης. Αποδεικνύεται ότι η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού μονατομικού αερίου υπολογίζεται από τον τύπο:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Επομένως η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ιδανικού μονατομικού αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- 1) Η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου είναι συνάρτηση της κατάστασης που βρίσκεται το αέριο και όχι του τρόπου με τον οποίο βρέθηκε σε αυτή τη κατάσταση.
- 2) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από την μεταβολή της θερμοκρασίας του. Επομένως ίσες μεταβολές στη θερμοκρασία προκαλούν και ίσες μεταβολές στην εσωτερική του ενέργεια.
- 3) Το πρόσημο της ΔU έχει την εξής φυσική σημασία:
 $\Delta U > 0$: Το αέριο αυξάνει την εσωτερική του ενέργεια.
 $\Delta U < 0$: Το αέριο ελαττώνει την εσωτερική του ενέργεια.

1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος

Κατά τη διάρκεια των διαφόρων μεταβολών στις οποίες υπόκειται ένα αέριο, ανταλλάσει ενέργεια είτε μέσω θερμότητας (Q) είτε μέσω έργου (W) με αποτέλεσμα συνήθως την μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας (ΔU). Τα παραπάνω μεγέθη συνδέονται μεταξύ τους με τον τύπο:

$$Q = \Delta U + W$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος είναι η έκφρασή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στα θερμοδυναμικά συστήματα.

ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Ισόθερμη μεταβολή

Ενεργειακή μελέτη

α) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω έργου:

$$W = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Στη παραπάνω σχέση μπορούμε να κάνουμε τις εξής μετατροπές:

➤ $nRT = P_1 V_1 = P_2 V_2$ (από την καταστατική εξίσωση)

➤ $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$ (από τον νόμο του Boyle)

β) Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

$$T = \text{σταθ.} \Leftrightarrow U = \text{σταθ.} \Leftrightarrow \Delta U = 0$$

γ) Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$Q = \Delta U + W \Leftrightarrow Q = W$$

➤ Στην **ισόθερμη συμπίεση**, όση ενέργεια προσφέρουμε στο αέριο μέσω έργου όταν το συμπιέζουμε τόση ενέργεια μας επιστρέφει μέσω θερμότητας. ($W < 0$, $Q < 0$)

➤ Στην **ισόθερμη εκτόνωση**, όση ενέργεια απορροφά το αέριο μέσω θερμότητας τόση ενέργεια μας προσφέρει μέσω έργου καθώς εκτονώνεται. ($Q > 0$, $W > 0$)

δ) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω θερμότητας:

$$Q = W \Leftrightarrow Q = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Ισόχωρη μεταβολή

Ενεργειακή μελέτη

α) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω έργου:

$$W = 0$$

β) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω θερμότητας:

$$Q = nC_V(T_2 - T_1)$$

γ) Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$Q = \Delta U + W \Leftrightarrow Q = \Delta U$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στην **ισόχωρη θέρμανση**, όση ενέργεια προσφέρουμε στο αέριο μέσω θερμότητας τόσο αυξάνεται η εσωτερική του ενέργεια. ($\Delta U > 0$, $Q > 0$)

Στην **ισόχωρη ψύξη**, η ενέργεια που μας προσφέρει το αέριο μέσω θερμότητας προέρχεται από την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας. ($\Delta U < 0$, $Q < 0$)

δ) Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

Συνδυάζοντας τις σχέσεις:

$$Q = \Delta U$$
$$Q = nC_V(T_2 - T_1)$$

προκύπτει η σχέση:

$$\Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Επειδή η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι ανεξάρτητη του τρόπου μετάβασης από μια κατάσταση ισορροπίας σε μια άλλη κατάσταση ισορροπίας, είναι προφανές ότι **ο παραπάνω τύπος ισχύει γενικότερα για κάθε είδους μεταβολή** αντιστρεπτή ή μη αντιστρεπτής στην οποία η θερμοκρασία του αερίου μεταβάλλεται και όχι μόνο για την ισόχωρη.

Ισοβαρής μεταβολή

Ενεργειακή μελέτη

α) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω έργου:

$$W = P(V_2 - V_1) \Leftrightarrow W = PV_2 - PV_1 \Leftrightarrow W = nRT_2 - nRT_1 \Leftrightarrow W = nR(T_2 - T_1)$$

β) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω θερμότητας:

$$Q = nC_p(T_2 - T_1)$$

γ) Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$Q = \Delta U + W$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στην **ισοβαρή θέρμανση** η ενέργεια που προσφέρουμε στο αέριο μέσω θερμότητας, κατά ένα μέρος της αυξάνει την εσωτερική ενέργεια του αερίου και η υπόλοιπη επιστρέφει στο περιβάλλον υπό μορφή έργου. ($Q > 0$, $\Delta U > 0$, $W > 0$)

Στην **ισοβαρή ψύξη**, το αέριο προσλαμβάνει ενέργεια μέσω έργου, αποβάλλει ενέργεια μέσω θερμότητας και τελικά ελαττώνεται η εσωτερική του ενέργεια. ($Q < 0$, $W < 0$, $\Delta U < 0$)

δ) Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

$$\Delta U = nC_v(T_2 - T_1)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Ισχύει η σχέση $C_p = C_v + R$

Απόδειξη

Έστω n moles ιδανικού αερίου μεταβαίνουν ισοβαρώς από μια κατάσταση ισορροπίας $A(P, V_1, T_1)$ σε μια άλλη κατάσταση ισορροπίας $B(P, V_2, T_2)$. Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \Leftrightarrow nC_p(T_2 - T_1) = nC_v(T_2 - T_1) + nR(T_2 - T_1) \Leftrightarrow C_p = C_v + R$$

2) Σε μια ισοβαρή μεταβολή, η θερμότητα, το έργο και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας υπολογίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$Q = nC_p(T_2 - T_1) \quad (1)$$

$$W = nR(T_2 - T_1) \quad (2)$$

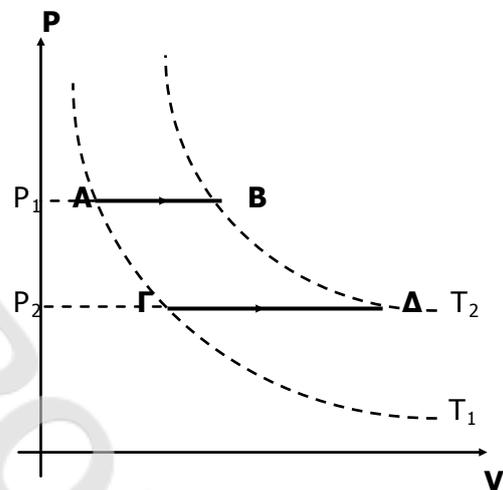
$$\Delta U = nC_v(T_2 - T_1) \quad (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις αυτές ανά δύο προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{C_p}{C_V} \quad , \quad \frac{Q}{W} = \frac{C_p}{R} \quad \text{και} \quad \frac{W}{\Delta U} = \frac{R}{C_V}$$

Δηλαδή αν γνωρίζουμε ένα από τα μεγέθη $Q, W, \Delta U$ σε μια ισοβαρή μεταβολή μπορούμε να υπολογίσουμε τα υπόλοιπα.

3) Όπως φαίνεται από τις σχέσεις $Q=nC_p(T_2-T_1)$, $W=nR(T_2-T_1)$ και $\Delta U=nC_V(T_2-T_1)$ η θερμότητα, το έργο και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου σε μια ισοβαρή μεταβολή εξαρτώνται μόνο από την μεταβολή της θερμοκρασίας. Επομένως **αν δύο ισοβαρείς μεταβολές γίνονται μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών αλλά σε διαφορετικές πιέσεις η θερμότητα, το έργο και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι ίδια και στις δύο μεταβολές.** Για παράδειγμα από το διπλανό διάγραμμα προκύπτει ότι $Q_{AB}=Q_{\Gamma\Delta}$, $W_{AB}=W_{\Gamma\Delta}$ και $\Delta U_{AB}=\Delta U_{\Gamma\Delta}$.



Αδιαβατική μεταβολή

A) Ορισμός

Αδιαβατική ονομάζεται η μεταβολή της κατάστασης **ορισμένης ποσότητας** ιδανικού αερίου, κατά την οποία το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον του. Δηλαδή **$Q=0$** .

B) Τρόποι πραγματοποίησης

Μια **αδιαβατική** μεταβολή μπορεί να είναι **εκτόνωση** ή **συμπίεση**.

Γ) Νόμος του Poisson

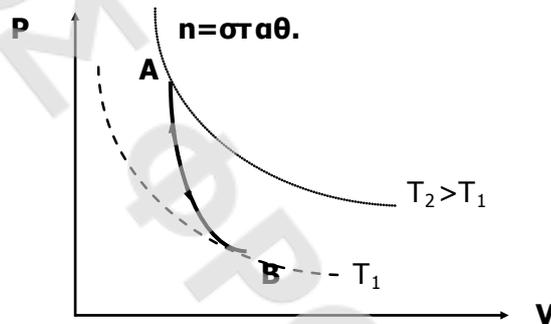
$$PV^\gamma = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Με την βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης ο νόμος του Poisson μπορεί να πάρει και τις εξής μορφές:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \text{και} \quad P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\text{όπου } \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Δ) Γραφικές παραστάσεις



AB: Αδιαβατική εκτόνωση

BA: Αδιαβατική ψύξη

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Οι αδιαβατικές καμπύλες είναι πιο απότομες από τις ισόθερμες καμπύλες, γιατί κατά την διάρκεια μιας αδιαβατικής μεταβολής το αέριο ψύχεται (εκτόνωση) ή θερμαίνεται (συμπίεση).

2) Οι αδιαβατικές καμπύλες δεν τέμνονται.

Ε) Ενεργειακή μελέτη

✓ Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω έργου:

$$W = \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1 - \gamma} \quad (1)$$

- ✓ Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω θερμότητας:

$$Q=0 \quad (2)$$

- ✓ Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$\Delta U=-W \quad (3)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Στην **αδιαβατική εκτόνωση** το αέριο προσφέρει ενέργεια στο περιβάλλον του μέσω έργου, ελαττώνοντας την εσωτερική του ενέργεια. ($W>0$, $\Delta U<0$)

2) Στην **αδιαβατική συμπίεση** η ενέργεια που προσφέρουμε στο αέριο μέσω έργου, αυξάνει την εσωτερική του ενέργεια. ($W<0$, $\Delta U>0$)

- ✓ Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

$$\Delta U= nC_V(T_2-T_1) \quad (4)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Το έργο στην αδιαβατική μεταβολή εξαρτάται μόνο από την μεταβολή της θερμοκρασίας.

Απόδειξη

$$W=-\Delta U \Leftrightarrow W=- nC_V(T_2-T_1)$$

2) Κατά την αδιαβατική εκτόνωση ($W>0$) το αέριο ψύχεται.

Απόδειξη

$$\Delta U=-W$$

$$W>0$$

$$\Leftrightarrow \Delta U<0 \Leftrightarrow nC_V(T_2-T_1) <0 \Leftrightarrow T_2<T_1$$

3) Κατά την αδιαβατική συμπίεση ($W<0$) το αέριο θερμαίνεται.

Απόδειξη

$$\Delta U = -W$$

$$\Leftrightarrow \Delta U > 0 \Leftrightarrow nC_V(T_2 - T_1) > 0 \Leftrightarrow T_2 > T_1$$

$$W < 0$$

4) Σχέση ειδικών γραμμομοριακών θερμότητων με τον συντελεστή γ .

Απόδειξη

$$C_p - C_V = R \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \gamma \cdot C_V - C_V = R \Leftrightarrow C_V \cdot (\gamma - 1) = R \Leftrightarrow C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \quad (2)$$

και αν αντικαταστήσουμε την (3) στην (1) παίρνουμε:

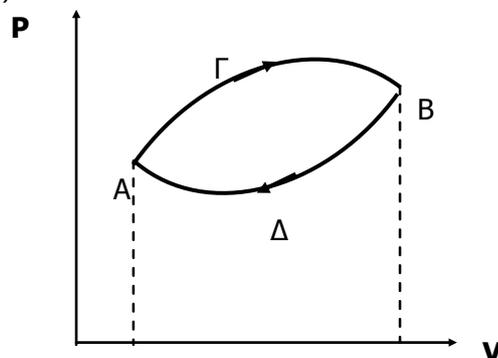
$$C_p - \frac{R}{\gamma - 1} = R \Leftrightarrow (\gamma - 1) \cdot C_p - R = (\gamma - 1) \cdot R \Leftrightarrow (\gamma - 1) \cdot C_p = (\gamma - 1) \cdot R + R \Leftrightarrow (\gamma - 1) \cdot C_p = \gamma \cdot R$$

$$\Leftrightarrow C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R \quad (4)$$

Κυκλική μεταβολή

A) Ορισμός

Είναι μια σειρά διαδοχικών μεταβολών στις οποίες το αέριο ξεκινά και καταλήγει στην ίδια κατάσταση ισορροπίας.



B) Ενεργειακή μελέτη

a) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω έργου:

- ✓ Είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων στις επιμέρους μεταβολές.

$$W_{ολ} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

- ✓ Είναι ίση με το εμβαδόν του χώρου που περικλείεται από τις γραμμές που παριστάνουν την κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα P-V.

$$W_{ολ} = E_{(ΑΓΒΔΑ)}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Αν μια κυκλική μεταβολή διαγράφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφη) θα είναι $W_{ολ} > 0$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση (αριστερόστροφη) είναι $W_{ολ} < 0$.

β) Ενέργεια που ανταλλάσσεται μέσω θερμότητας:

Είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των θερμοτήτων που ανταλλάσσονται στις επιμέρους μεταβολές.

$$Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

γ) Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

Επειδή το αέριο επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση θα αποκτήσει ξανά την ίδια εσωτερική ενέργεια. Αρά συνολικά δεν θα μεταβληθεί η εσωτερική του ενέργεια.

$$\Delta U_{ολ} = 0$$

δ) Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$Q_{ολ} = \Delta U_{ολ} + W_{ολ} \Leftrightarrow Q_{ολ} = W_{ολ}$$

Δηλαδή όση ενέργεια προσλαμβάνει τελικά το αέριο μέσω έργου, τόση αποβάλλει τελικά μέσω θερμότητας και αντιστρόφως.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Αν έχουμε **ιδανικό μονατομικό** αέριο τότε ισχύουν οι τύποι:

$$U = \frac{3}{2} nRT \Leftrightarrow \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

$$C_V = \frac{3}{2} R, \quad C_P = \frac{5}{2} R, \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

2) Αν έχουμε ιδανικό αέριο για το οποίο δεν γνωρίζουμε ότι είναι μονατομικό τότε δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους παραπάνω τύπους. Αντί αυτών μπορούμε να γράψουμε τους παρακάτω τύπους οι οποίοι βέβαια ισχύουν και για το μονατομικό αέριο:

$$\Delta U = n C_V \Delta T, \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad \text{και} \quad C_P = C_V + R$$

ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ (ΓΕΝΙΚΑ)

Θερμική μηχανή είναι μια διάταξη η οποία μετατρέπει τη θερμότητα σε μηχανικό έργο (σε κίνηση) υποβάλλοντας ένα αέριο σε δεξιόστροφη κυκλική μεταβολή. Κάθε θερμική μηχανή χρειάζεται ένα χώρο υψηλής θερμοκρασίας από τον οποίο να αντλεί θερμότητα (**θερμή δεξαμενή**) και ένα χώρο χαμηλής θερμοκρασίας στον οποίο να αποβάλλει θερμότητα (**ψυχρή δεξαμενή**).

Τα μεγέθη που σχετίζονται με την λειτουργία μιας θερμικής μηχανής είναι τα εξής:

- ♦ **T_h**: είναι η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής
- ♦ **T_c**: είναι η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής
- ♦ **Q_h**: είναι η θερμότητα που απορροφά το αέριο από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο. Πρακτικά υπολογίζεται αν προσθέσουμε όλες τις απορροφούμενες (θετικές) θερμότητες. (Q_h>0)
- ♦ **Q_c**: είναι η θερμότητα που αποδίδει το αέριο στη ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο. Πρακτικά υπολογίζεται αν προσθέσουμε όλες τις αποβαλλόμενες (αρνητικές) θερμότητες. (Q_c<0)
- ♦ **W_{ολ}**: είναι το ωφέλιμο έργο (ενέργεια) που μας δίνει η θερμική μηχανή. Πρακτικά υπολογίζεται αν προσθέσουμε όλα τα έργα που εμφανίζονται στις επιμέρους μεταβολές ή με εμβαδομέτρηση της επιφάνειας που περικλείεται από την κυκλική μεταβολή σε P-V διάγραμμα.
- ♦ Από τον 1^ο Θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει:

$$W_{ολ} = Q_{ολ} \Leftrightarrow W_{ολ} = Q_h + Q_c \Leftrightarrow W_{ολ} = Q_h - |Q_c|$$

- ♦ **e**: είναι ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Μας δείχνει τι μέρος της απορροφούμενης θερμότητας μετατρέπεται σε ωφέλιμο μηχανικό έργο.

$$e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} \quad \text{και} \quad e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$$

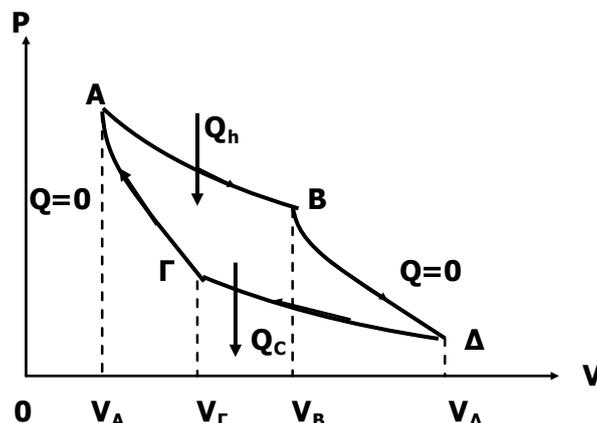
- ♦ Σε κάθε θερμική μηχανή ισχύει: $e < 1$
- ♦ **e%**: είναι η (%) απόδοση μιας θερμικής μηχανής. Μας δείχνει τι ποσοστό (%) της απορροφούμενης θερμότητας μετατρέπεται σε ωφέλιμο μηχανικό έργο.

$$e\% = e \cdot 100\%$$

- ♦ Σε κάθε θερμική μηχανή ισχύει: $e\% < 100\%$

ΘΕΡΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ ΤΟΥ CARNOT

- ✓ Είναι θεωρητική επινόηση, που σημαίνει ότι δεν μπορεί να κατασκευαστεί και να λειτουργήσει μια τέτοια θερμική μηχανή.
- ✓ Έχει την μεγαλύτερη απόδοση από οποιαδήποτε άλλη θερμική μηχανή η οποία λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών T_h και T_c . Προφανώς και για τη μηχανή του Carnot ισχύει ότι $e < 1$.
- ✓ Το αέριο της θερμικής αυτής μηχανής ακολουθεί μια κυκλική μεταβολή που ονομάζεται κύκλος του Carnot. Αποτελείται από δύο αδιαβατικές και δύο ισόθερμες μεταβολές. Συγκεκριμένα:



ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση. Το αέριο απορροφά θερμότητα έχοντας τη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής και εκτονώνεται

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση. Το αέριο ψύχεται αποκτώντας τη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής.

ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση. Το αέριο συμπιέζεται αποβάλλοντας θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή.

ΔΑ: Αδιαβατική συμπίεση. Το αέριο θερμαίνεται επιστρέφοντας στην αρχική του κατάσταση.

❖ Αποδεικνύεται ότι ισχύει: $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$

Απόδειξη

Εφαρμόζουμε το νόμο του Poisson με τη μορφή $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{σταθ}$ για τις δύο αδιαβατικές μεταβολές.

$$B \rightarrow \Gamma: T_h \cdot V_B^{\gamma-1} = T_c \cdot V_\Gamma^{\gamma-1}$$

$$\Delta \rightarrow A: T_h \cdot V_A^{\gamma-1} = T_c \cdot V_\Delta^{\gamma-1}$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις δύο αυτές σχέσεις και παίρνουμε:

$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}\right)^{\gamma-1} \Leftrightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$$

❖ Αποδεικνύεται ότι ισχύει: $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$

Απόδειξη

Η θερμότητα που απορροφά το αέριο στην ισόθερμη εκτόνωση $A \rightarrow B$ ισούται με:

$$Q_h = nRT_h \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Η θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στην ισόθερμη συμπίεση $\Gamma \rightarrow \Delta$ ισούται με:

$$Q_c = nRT_c \cdot \ln \frac{V_\Delta}{V_\Gamma} = -nRT_c \cdot \ln \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} \Leftrightarrow |Q_c| = nRT_c \cdot \ln \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{nRT_c \cdot \ln \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{nRT_h \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}} \Leftrightarrow \frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c \cdot \ln \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{T_h \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}} \quad (1)$$

Έχουμε αποδείξει προηγουμένως ότι:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} \Leftrightarrow \ln \frac{V_B}{V_A} = \ln \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

Επομένως για τον συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής θα ισχύει επιπλέον ο τύπος:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

❖ Αποδεικνύεται ότι το συνολικό έργο των δύο αδιαβατικών μεταβολών σε ένα κύκλο Carnot ισούται με μηδέν.

Απόδειξη

Για την αδιαβατική μεταβολή $B \rightarrow \Gamma$ ισχύει:

$$W_{B\Gamma} = -\Delta U_{B\Gamma} = -nC_V(T_C - T_h) \quad (1)$$

Για την αδιαβατική μεταβολή $B \rightarrow \Gamma$ ισχύει:

$$W_{\Delta A} = -\Delta U_{\Delta A} = -nC_V(T_h - T_C) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$W_{B\Gamma} = -W_{\Delta A} \Leftrightarrow W_{B\Gamma} + W_{\Delta A} = 0$$

❖ Με την βοήθεια της μηχανής του Carnot μπορεί να αποδειχθεί ο 2^{ος} Θερμοδυναμικός νόμος (Διατύπωση Kelvin Planck)

Απόδειξη

Έστω ότι υπάρχει θερμική μηχανή του Carnot για την οποία ισχύει $e=1$.

Τότε $1 - \frac{T_C}{T_h} = 1 \Leftrightarrow \frac{T_C}{T_h} = 0 \Leftrightarrow T_C = 0$ (ΑΤΟΠΟ)

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

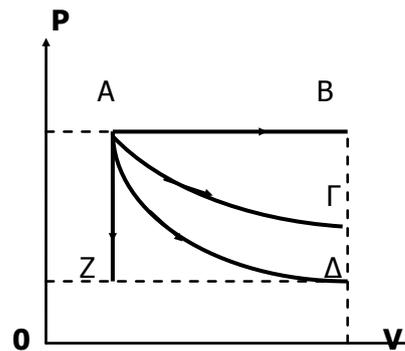
- 1.** Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, εξαρτάται μόνο από:
- τον όγκο του αερίου
 - τη θερμοκρασία του αερίου
 - την πίεση του αερίου
 - την πυκνότητα του αερίου.
- 2.** Σε μια αντιστρεπτή εκτόνωση AB ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου με συγκεκριμένες τις καταστάσεις A και B, από τη μορφή της εκτόνωσης εξαρτάται:
- το έργο του αερίου
 - η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου
 - η μεταβολή της πίεσης του αερίου
 - η μεταβολή της θερμοκρασίας του αερίου.
- 3.** Ένα αέριο παράγει έργο, όταν:
- συμπιέζεται ισόθερμα
 - θερμαίνεται ισόχωρα
 - ψύχεται ισοβαρώς
 - εκτονώνεται.
- 4.** Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου κατά την οποία το αέριο δεν ανταλλάσει θερμότητα με το περιβάλλον του, ισχύει:
- $\Delta U=0$ και $W>0$
 - $\Delta U>0$ και $W=0$
 - $\Delta U=W$
 - $\Delta U=-W$
- 5.** Κατά την ισόχωρη θέρμανση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η προσφερόμενη από το περιβάλλον θερμότητα:
- ισούται με την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του αερίου
 - ισούται με το έργο που παράγει το αέριο
 - επιστρέφει πάλι ότι περιβάλλον
 - ισούται με την αύξηση της θερμοκρασίας του αερίου.
- 6.** Σε μία κυκλική μεταβολή η θερμότητα που απορροφά ή αποδίδει το αέριο ισούται με:
- μηδέν
 - τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου
 - το έργο που παράγει ή δαπανά το αέριο
 - τίποτα από τα παραπάνω.

7. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στη κατάσταση $A(P_A, V_A, T_A)$, εκτονώνεται ισόθερμα. Όταν η εκτόνωση γίνει μέχρι τελικό όγκο $V_T=2V_A$, το έργο του αερίου είναι W_1 . Όταν η εκτόνωση γίνει μέχρι τελικό όγκο $V_T=4V_A$, το έργο του αερίου είναι:

- α) $W_2=2 W_1$
- β) $W_2=4 W_1$
- γ) $W_2= W_1/4$
- δ) $W_2= W_1/2$

8. Από τις αντιστρεπτές μεταβολές ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου οι οποίες αποδίδονται στο παρακάτω διάγραμμα πίεσης όγκου, το μεγαλύτερο έργο αντιστοιχεί στη μεταβολή:

- α) $A \rightarrow B$
- β) $A \rightarrow \Gamma$
- γ) $A \rightarrow \Delta$
- δ) $A \rightarrow Z$



9. Τα μεγέθη Q , ΔU και W , έχουν όλα αρνητική τιμή:

- α) στην αδιαβατική συμπίεση
- β) στην ισοβαρή συμπίεση
- γ) στην ισόθερμη συμπίεση
- δ) στην ισόχωρη ψύξη.

10. Κατά την ισοβαρή θέρμανση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου ο όγκος του αερίου τετραπλασιάζεται. Κατά τη μεταβολή αυτή:

- α) η εσωτερική ενέργεια του αερίου τετραπλασιάζεται
- β) η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου τετραπλασιάζεται
- γ) ισχύει $Q=\Delta U$
- δ) ισχύει $Q=W$.

11. Σε ποια από τις παρακάτω μεταβολές ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου μειώνεται η πυκνότητά του και αυξάνεται η ενεργός ταχύτητα των μορίων του;

- α) ισόθερμη εκτόνωση
- β) ισοβαρής θέρμανση
- γ) αδιαβατική εκτόνωση
- δ) ισόχωρη θέρμανση

12. Σε μία αδιαβατική εκτόνωση ιδανικού αερίου η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

- α) αυξάνεται
- β) μειώνεται
- γ) αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται
- δ) παραμένει σταθερή

13. Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή ιδανικού αερίου:

- α) η πίεση παραμένει σταθερή
- β) ο όγκος παραμένει σταθερός
- γ) δεν ανταλλάσσεται θερμότητα με το περιβάλλον
- δ) η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

14. Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή ένα αέριο απορροφά θερμότητα 1500J και αποδίδει στο περιβάλλον του έργο ίσο με 1000J. Η εσωτερική ενέργεια του συστήματος:

- α) αυξάνεται κατά 500J
- β) αυξάνεται κατά 2500J
- γ) μειώνεται κατά 500J
- δ) μειώνεται κατά 2500J

15. Σε μια αντιστρεπτή ισόθερμη εκτόνωση ισχύει:

- α) $Q=\Delta U$
- β) $Q<0, W<0, \Delta U=0$
- γ) $Q>0, W>0, \Delta U=0$
- δ) $Q=0, W>0, \Delta U>0$

16. Σε μια ισόχωρη αντιστρεπτή θέρμανση ισχύει:

- α) $Q=0, W>0, \Delta U>0$
- β) $Q>0, W<0, \Delta U=0$
- γ) $Q<0, W=0, \Delta U>0$
- δ) $Q>0, W=0, \Delta U>0$

17. Σε μια αδιαβατική αντιστρεπτή εκτόνωση ισχύει:

- α) $Q=0, W>0, \Delta U<0$
- β) $Q>0, W<0, \Delta U=0$
- γ) $Q=0, W=0, \Delta U>0$
- δ) $Q=0, W=0, \Delta U>0$

18. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή και αποδίδει στο περιβάλλον ενέργεια 500J. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου:

- α) δεν μεταβάλλεται
- β) μειώνεται κατά 500J
- γ) αυξάνεται κατά 500J
- δ) μειώνεται κατά 1000J

19. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε αντιστρεπτή μεταβολή. Η πίεση του αερίου αυξάνεται αν η μεταβολή είναι:

- α) ισόθερμη εκτόνωση
- β) αδιαβατική συμπίεση

- γ) ισόχωρη ψύξη
- δ) αδιαβατική εκτόνωση

20. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε αντιστρεπτή μεταβολή. Η θερμοκρασία του αερίου ελαττώνεται αν η μεταβολή είναι:

- α) ισόθερμη εκτόνωση
- β) αδιαβατική συμπίεση
- γ) ισόχωρη θέρμανση
- δ) αδιαβατική εκτόνωση

21. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε αντιστρεπτή μεταβολή. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου αυξάνεται αν η μεταβολή είναι:

- α) ισόθερμη εκτόνωση
- β) αδιαβατική συμπίεση
- γ) ισόχωρη ψύξη
- δ) αδιαβατική εκτόνωση

22. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται σε αντιστρεπτή μεταβολή. Το αέριο αποδίδει έργο στο περιβάλλον του, αν η μεταβολή είναι:

- α) ισόθερμη συμπίεση
- β) αδιαβατική θέρμανση
- γ) ισόχωρη θέρμανση
- δ) αδιαβατική ψύξη

23. Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται αν διπλασιάσουμε:

- α) ισόθερμα τον όγκο του αερίου
- β) ισόθερμα την πίεση του αερίου
- γ) τον όγκο και την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου
- δ) την πίεση και τον όγκο του αερίου

24. Κατά την ισόχωρη μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, το αέριο αποδίδει στο περιβάλλον ποσό ενέργειας ίσο με 600J.

- α) η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώνεται κατά 600J
- β) το αέριο απορρόφησε θερμότητα ίση με 600J
- γ) το αέριο συμπιέζεται και αποβάλλει θερμότητα ίση με 600J
- δ) το αέριο εκτονώνεται και αποδίδει ενέργεια με τη μορφή έργου ίση με 600J

25. Μια θερμική μηχανή Carnot κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής εκτόνωσης παράγει έργο 18000J. Το έργο στην αδιαβατική συμπίεση ισούται με:

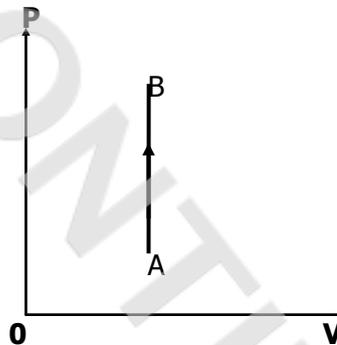
- α) -36000J
- β) -18000J
- γ) -9000J
- δ) -8000J

- 26.** Σε μια θερμική μηχανή, η ενέργεια που δαπανάμε είναι:
- η θερμότητα που αποβάλλεται στη ψυχρή δεξαμενή
 - η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμή δεξαμενή
 - η εσωτερική ενέργεια του αερίου της θερμικής μηχανής
 - η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμή δεξαμενή μείον τη θερμότητα που αποβάλλεται στη ψυχρή δεξαμενή.
- 27.** Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής που δεν είναι μηχανή Carnot, είναι μικρότερη της μονάδας διότι:
- κατά την λειτουργία της εμφανίζονται τριβές
 - δεν είναι μηχανή Carnot
 - αυτό επιβάλλει ο 1^{ος} θερμοδυναμικός νόμος
 - αυτό επιβάλλει ο 2^{ος} θερμοδυναμικός νόμος.
- 28.** Η απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_C και T_H είναι $e=0,60$. Αν διπλασιάσουμε ταυτόχρονα και τις δύο θερμοκρασίες, τότε η απόδοση της μηχανής Carnot θα γίνει:
- $e'=1,20$
 - $e'=0,30$
 - $e'=0,15$
 - $e'=0,60$

Θέματα εξετάσεων

29. Η αντιστρεπτή θερμοδυναμική μεταβολή που παρουσιάζεται στο διάγραμμα πίεσης όγκου του σχήματος περιγράφει:

- ισόθερμη εκτόνωση
- ισόχωρη ψύξη
- ισοβαρή συμπίεση
- ισόχωρη θέρμανση



- 30.** Σε μία ισόχωρη ψύξη ιδανικού αερίου αποδίδεται στο περιβάλλον ποσό θερμότητας ίσο με 80 J. Το έργο κατά τη μεταβολή αυτή είναι:
- 80 J.
 - 80 J.
 - 0 J.
 - 160 J.

- 31.** Στην ισόχωρη θέρμανση ιδανικού αερίου, για την απορροφούμενη θερμότητα Q και για τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU ισχύει ότι:
- $Q=0$
 - $Q>\Delta U$

- γ) $Q = \Delta U$
- δ) $\Delta U = 0$

32. Στην ισόχωρη θέρμανση ιδανικού αερίου:

- α) ο όγκος του παραμένει σταθερός
- β) η πίεσή του παραμένει σταθερή
- γ) η εσωτερική του ενέργεια παραμένει σταθερή
- δ) η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή.

33. Κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση ιδανικού αερίου:

- α) η εσωτερική του ενέργεια μειώνεται
- β) όλο το ποσό της θερμότητας που απορρόφησε το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο
- γ) η πίεσή του αυξάνεται
- δ) η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αυξάνεται.

34. Σε μια αντιστρεπτή θερμοδυναμική μεταβολή, ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου απορροφά ποσό θερμότητας $Q = 1500 \text{ J}$ και παράγει έργο $W = 900 \text{ J}$. Τότε η εσωτερική του ενέργεια:

- α) αυξάνεται κατά 600 J
- β) αυξάνεται κατά 1500 J
- γ) μειώνεται κατά 600 J
- δ) μειώνεται κατά 900 J .

35. Σε μια αδιαβατική εκτόνωση ιδανικού αερίου:

- α) η πίεση του αερίου αυξάνεται
- β) η εσωτερική ενέργεια του αερίου παραμένει σταθερή
- γ) το ηηλικό $\frac{P \cdot V}{T}$ παραμένει σταθερό
- δ) το παραγόμενο έργο είναι μηδέν.

36. Ένα παράδειγμα θερμικής μηχανής είναι:

- α) η ατμομηχανή
- β) η ηλεκτρική κουζίνα
- γ) ο ανεμιστήρας
- δ) το ηλεκτρικό σίδερο.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

37. Σε κάθε αντιστρεπτή μεταβολή το έργο που ανταλλάσσει ιδανικό αέριο με το περιβάλλον του, μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα πίεσης-όγκου. (*)

38. Είναι δυνατόν ένα ιδανικό αέριο να υποστεί μία ισόθερμη μεταβολή, ενώ ταυτόχρονα η εσωτερική του ενέργεια να μην αλλάξει.

39. Είναι δυνατόν ένα ιδανικό αέριο να υποστεί μία αδιαβατική μεταβολή, ενώ ταυτόχρονα η θερμοκρασία του να παραμείνει σταθερή.

40. Στην ισοβαρή μεταβολή είναι $C_p > C_v$, ενώ στην ισόχωρη είναι $C_p < C_v$.

41. Κατά την ισοβαρή μεταβολή μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, το αέριο αποδίδει στο περιβάλλον ενέργεια ίση με 900J και ταυτόχρονα η εσωτερική του ενέργεια μειώνεται κατά 500J.

α) το αέριο εκτονώνεται και αποδίδει έργο ίσο με 900J

β) στο αέριο προσφέρεται θερμότητα ίση με 1400J

γ) στο αέριο προσφέρεται ενέργεια με τη μορφή έργου ίση με 400J

δ) το αέριο συμπιέζεται και αποδίδει στο περιβάλλον του θερμότητα ίση με 900J

42. Δύο από τις μεταβολές της μηχανής Carnot είναι ισόθερμες.

43. Όταν ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά, ψύχεται.

44. Κατά την αδιαβατική συμπίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αυξάνεται.

45. Ο 2^{ος} θερμοδυναμικός νόμος παραβιάζεται στην ισόθερμη εκτόνωση, αφού κατά τη μεταβολή αυτή ισχύει $Q=W$.

46. Η απόδοση της θερμικής μηχανής του Carnot είναι μεγαλύτερη της μονάδας, ενώ κάθε άλλης θερμικής μηχανής είναι μικρότερη της μονάδας.

47. Μια θερμική μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_h=500K$ και $T_c=300K$. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά το ιδανικό αέριο της θερμικής μηχανής σε κάθε κύκλο λειτουργίας είναι 5000J.

α) το ωφέλιμο έργο που αποδίδει η μηχανή σε κάθε κύκλο είναι 5000J

β) ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής είναι 0,6

γ) η θερμότητα που απορροφά η μηχανή σε κάθε κύκλο είναι 5000J

δ) η θερμότητα που αποβάλλει η μηχανή σε κάθε κύκλο είναι 7500J

Θέματα εξετάσεων

48. Ένα θερμοδυναμικό σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, όταν οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που το περιγράφουν διατηρούνται σταθερές με το χρόνο.

49. Στην αντιστρεπτή ισόχωρη μεταβολή ιδανικού αερίου το έργο είναι πάντα διάφορο του μηδενός.
50. Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής Carnot είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.
51. Σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο, η θερμότητα μεταφέρεται πάντοτε από τα ψυχρότερα προς τα θερμότερα σώματα χωρίς τη δαπάνη ενέργειας.
52. Στην ισόθερμη εκτόνωση ενός ιδανικού αερίου η θερμότητα που απορροφά το αέριο μετατρέπεται εξολοκλήρου σε μηχανικό έργο.
53. Είναι αδύνατη η κατασκευή μιας θερμικής μηχανής που να μετατρέπει όλη τη προσφερόμενη σε αυτή θερμότητα σε ωφέλιμο μηχανικό έργο
54. Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
55. Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος αποκλείει τη κατασκευή θερμικής μηχανής με απόδοση 100%.
56. Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα ενός αερίου υπό σταθερή πίεση είναι ίση με την γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο.

Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

57. Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι συνάρτηση του.
58. Ο λόγος $\frac{C_p}{C_v}$ είναι πάντοτε της μονάδας.
59. Στην μεταβολή ισχύει $Q=\Delta U$.
60. Στην μεταβολή ισχύει $Q=\Delta U+W$
61. Στην μεταβολή ισχύει $W=-\Delta U$.

62. Στην μεταβολή ισχύει $Q=W$.

63. Μια θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e=0,4$ και η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι 300K . Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά το ιδανικό αέριο της μηχανής ανά κύκλο λειτουργίας είναι 1000J . Να συμπληρώσετε τα κενά του παρακάτω πίνακα:

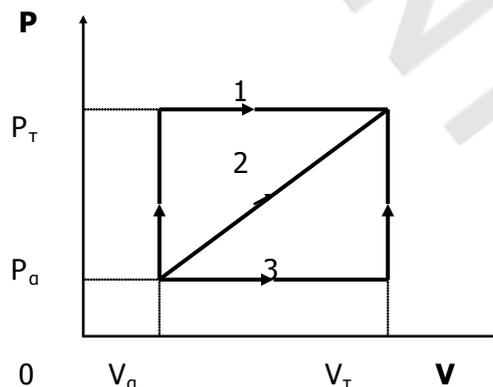
T_h	Q_h	$ Q_c $	W

Θέματα εξετάσεων

64. Το ποσό θερμότητας Q που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της του ενέργειας και του που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

65. Ιδανικό αέριο μεταβάλλει αντιστρεπτά την κατάστασή του από P_a, V_a σε P_T, V_T , όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Επιβεβαιώστε ή απορρίψτε τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας την επιλογή σας.

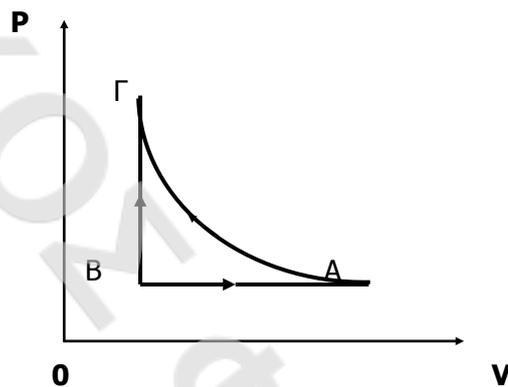


- το έργο που παράγεται από το αέριο, είναι μεγαλύτερο στη διαδρομή 1.
- η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου, είναι μεγαλύτερη στη διαδρομή 3
- σε όλες τις διαδρομές το αέριο προσλαμβάνει το ίδιο ποσό θερμότητας από το περιβάλλον.

66. Ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου μπορεί να διπλασιαστεί:

- (I) ισοβαρώς, (II) αδιαβατικά (III) ισόθερμα
- α) Να παρασταθούν στο ίδιο διάγραμμα αξόνων P-V και οι τρεις παραπάνω μεταβολές.
- β) Σε ποια από τις τρεις περιπτώσεις παράγεται περισσότερο έργο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

67. Ιδανικό αέριο διέρχεται αντιστρεπτά από τον κύκλο ABΓΑ του διαγράμματος που ακολουθεί, όπου η μεταβολή ΓΑ είναι ισόθερμη. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα τοποθετώντας τα σύμβολα +, 0, -, για να δηλώσετε το πρόσημο της μεταβολής ή το γεγονός ότι δεν συνέβη μεταβολή, στις θερμοδυναμικές ποσότητες που συνδέονται με αυτή τη κυκλική διεργασία.



Μεταβολή	Q	ΔU	W	ΔP	ΔT	ΔV
A → B						
B → Γ						
Γ → A						

68. Να υπολογίσετε την εσωτερική ενέργεια n mol ιδανικού μονατομικού αερίου που βρίσκονται σε θερμοκρασία T .

69. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στη κατάσταση $A(P_A, V_A, T_A)$, έχει εσωτερική ενέργεια U_A . Πόση θα γίνει η εσωτερική του ενέργεια, αν με αντιστρεπτό τρόπο διπλασιάσουμε:

- α) τον όγκο του υπό σταθερή πίεση;
 β) την πίεσή του υπό σταθερό όγκο;
 γ) τον όγκο του υπό σταθερή θερμοκρασία;
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

70. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στη κατάσταση A. Επιθυμούμε να εκτονώσουμε το αέριο μέχρι διπλασιασμού του όγκου του. Έστω W_1 το έργο του

αερίου αν η εκτόνωση γίνει ισοβαρώς και W_2 αν γίνει ισόθερμα.

- α) Να παραστήσετε τις μεταβολές σε διάγραμμα P-V.

β) Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{W_1}{W_2}$, αν $\ln 2 = 0,7$.

71. Θερμική μηχανή του Carnot

α) Να σχεδιάσετε σε διάγραμμα P-V τις μεταβολές που πραγματοποιεί το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής Carnot

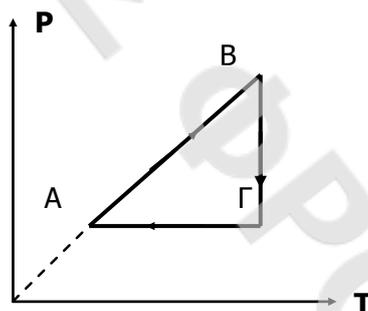
β) Να αποδείξετε ότι τα έργα των δύο αντιστρεπτών μεταβολών είναι αντίθετα

γ) Μπορεί η απόδοση μιας μηχανής του Carnot να γίνει 100%;

Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

72. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση ισορροπίας A (P_A , V_A) και συμπιέζεται μέχρι την κατάσταση ισορροπίας B ($2P_A$, $V_A/2$). Να εξετάσετε αν μεταβάλλεται ή όχι η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου

73. Στο διάγραμμα P-T του παρακάτω σχήματος παριστάνεται η κυκλική μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου. Σε ποια από τις μεταβολές έχουμε:



α) αύξηση της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου

β) μείωση της εσωτερικής ενέργειας του αερίου

γ) έκλυση θερμότητας από το αέριο

δ) μηδενικό έργο

Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

74. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται στις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές ξεκινώντας από την ίδια κατάσταση ισορροπίας A:

i) AB: Θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του.

ii) AΓ: Θερμαίνεται με σταθερό όγκο μέχρι να διπλασιαστεί η πίεσή του.

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστή ή λανθασμένη δικαιολογώντας την απάντησή σας.

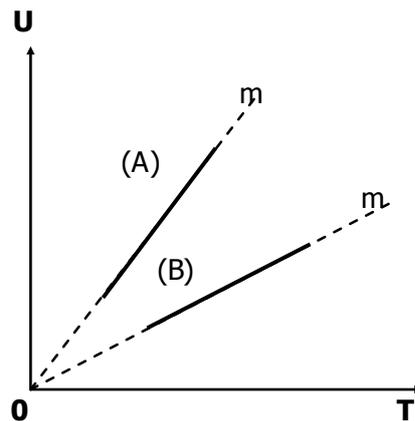
α) Τα σημεία B και Γ βρίσκονται στην ίδια ισόθερμη καμπύλη.

β) Στο αέριο προσφέρθηκε το ίδιο ποσό θερμότητας και στις δύο περιπτώσεις.

γ) Η εσωτερική ενέργεια του αερίου μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσό.

75. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση που μας δείχνει πως μεταβάλλεται η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικά ιδανικά αέρια (A) και (B) τα οποία έχουν ίσες μάζες.

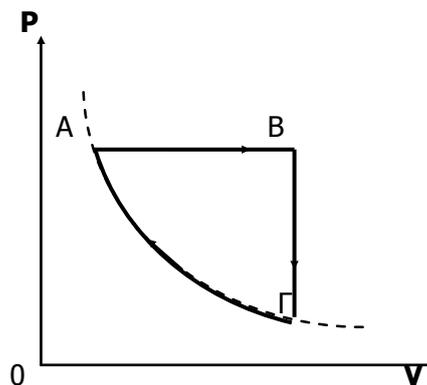
Να δικαιολογήσετε αναλυτικά ποιο από τα δύο αέρια έχει το μεγαλύτερο μοριακό βάρος και να βρείτε ποια μεταβολή παριστάνεται.



76. Ιδανικό αέριο υποβάλλεται σε κυκλική αντιστρεπτή διαδικασία η οποία παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Σε ποια ή σε ποιες από τις επιμέρους μεταβολές το αέριο:

- α) απορροφά θερμότητα από το περιβάλλον
- β) αποδίδει έργο στο περιβάλλον
- γ) η εσωτερική του ενέργεια μειώνεται

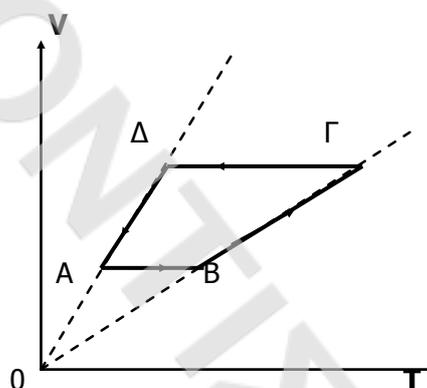
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας



77. Ιδανικό αέριο υποβάλλεται σε κυκλική αντιστρεπτή διαδικασία η οποία παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Σε ποια ή σε ποιες από τις επιμέρους μεταβολές το αέριο:

- α) ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του υπό μορφή θερμότητας και έργου
- β) ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του μόνο υπό μορφή θερμότητας
- γ) η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας



78. Να επιβεβαιώσετε ή να διαψεύσετε τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

- α) Είναι δυνατό να θερμάνουμε ένα αέριο χωρίς να προσφέρουμε σε αυτό θερμότητα.
- β) Είναι αδύνατο να απορροφά ένα αέριο θερμότητα και αυτό να διατηρεί σταθερή τη θερμοκρασία του.

79. Έχουμε τρεις θερμικές μηχανές για κάθε μια από τις οποίες ισχύουν τα εξής:

Μηχανή A: $Q_h=2000\text{J}$, $W=1500\text{J}$, $Q_c=1000\text{J}$

Μηχανή B: $Q_h=2000\text{J}$, $W=500\text{J}$, $Q_c=1500\text{J}$

Μηχανή Γ: $Q_h=5000\text{J}$, $W=5000\text{J}$, $Q_c=0$

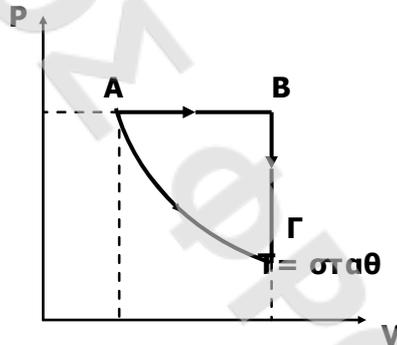
Να εξετάσετε ποια ή ποιες από αυτές τις θερμικές μηχανές είναι αδύνατο να κατασκευαστεί αναφέροντας ποιος θερμοδυναμικός νόμος παραβιάζεται σε κάθε περίπτωση.

80. Ο κύκλος λειτουργίας μια θερμικής μηχανής αποτελείται από δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές, οι οποίες πραγματοποιούνται σε απόλυτες θερμοκρασίες T και $2T$. Είναι δυνατόν ο συντελεστής απόδοσης αυτής της θερμικής μηχανής να είναι μεγαλύτερος του 0,5; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέματα εξετάσεων

81. Στο παρακάτω σχήμα ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου μπορεί να μεταβεί από την αρχική κατάσταση A στην τελική κατάσταση Γ ακολουθώντας δύο διαφορετικές διαδρομές:

- ισοβαρή AB και στη συνέχεια ισόχωρη BΓ
- ισόθερμη AΓ



Σε ποια από τις δύο μεταβάσεις η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον είναι μεγαλύτερη;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

82. Αν σε μια μηχανή Carnot διπλασιάσουμε ταυτόχρονα τις θερμοκρασίες της θερμής και της ψυχρής δεξαμενής θερμότητας, τότε ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής: (επιλέξτε)

- διπλασιάζεται
- παραμένει ο ίδιος
- υποδιπλασιάζεται

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

83. Σε μια θερμική μηχανή που λειτουργεί διαγράφοντας τον κύκλο του Carnot η θερμοκρασία T_2 της ψυχρής δεξαμενής παραμένει σταθερή. Αν αυξηθεί η θερμοκρασία T_1 της θερμής δεξαμενής, τότε ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής:

- αυξάνεται
- μειώνεται
- παραμένει σταθερό.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

84. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
Αδιαβατική μεταβολή	$Q=W$
Ισόθερμη μεταβολή	$Q=\Delta U$
Ισοβαρής μεταβολή	$Q=\Delta U+P.\Delta V$
Ισόχωρη μεταβολή	$Q=0$
	$Q=\Delta U+V.\Delta P$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ισόθερμη μεταβολή

✓ $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

✓ $Q = W = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

✓ $\Delta U = 0$

✓ **Λογάριθμος ενός αριθμού C**

Ορίζουμε ως λογάριθμο ενός αριθμού C με βάση το a έναν αριθμό x για τον οποίο ισχύει $a^x = C \Leftrightarrow x = \log_a C$. Ο λογάριθμος με βάση το 10 λέγεται δεκαδικός λογάριθμος και συμβολίζεται με log, ενώ ο λογάριθμος με βάση το $e=2,718$ λέγεται νεπέρειος λογάριθμος ή φυσικός λογάριθμος και συμβολίζεται με ln. Δηλαδή ισχύει:

$$10^x = a \Leftrightarrow x = \log a, \quad \text{καθώς και} \quad e^x = a \Leftrightarrow x = \ln a$$

✓ **Ιδιότητες των λογαρίθμων**

- 1) Αν $a > 1$, τότε $\ln a > 0$
- 2) Αν $a = 1$, τότε $\ln a = 0$
- 3) Αν $0 < a < 1$, τότε $\ln a < 0$
- 4) $\ln e^x = x$
- 5) $\ln a^x = x \cdot \ln a$ (π.χ $\ln 32 = \ln 2^5 = 5 \cdot \ln 2$)
- 6) $\ln \frac{\alpha}{\beta} = \ln \alpha - \ln \beta$
- 7) $\ln 1 = 0$

1. Ποσότητα $n=2/R$ mole ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε αντιστρεπτή μεταβολή AB σταθερής θερμοκρασίας $T=400K$ μέχρι να υποδιπλασιαστεί ο όγκος του. Να υπολογίσετε:

α) το γινόμενο της πίεσης επί τον όγκο στην τελική κατάσταση B

β) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου

γ) την ενέργεια που αντάλλαξε το αέριο μέσω έργου με το περιβάλλον του.

Δίνεται: $\ln 2 = 0,7$

Απ: α) $P_B \cdot V_B = 800J$ β) $\Delta U = 0$ γ) $W = -560J$

2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση A, πίεσης $P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, όγκου V_A και θερμοκρασίας T_A . Το αέριο παθαίνει ισόθερμη

αντιστρεπτή μεταβολή με αποτέλεσμα να διπλασιαστεί η πίεσή του. Το ποσό της θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο κατά την διάρκεια της μεταβολής είναι κατά απόλυτη τιμή ίσο με $800 \ln 2 \text{ J}$.

α) Να χαρακτηρίσετε τη μεταβολή ως εκτόνωση ή συμπίεση δικαιολογώντας την απάντησή σας.

β) Να βρείτε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του και να εξηγήσετε τη φυσική σημασία του πρόσημου.

γ) Να υπολογίσετε τον αρχικό και τον τελικό όγκο του αερίου.

δ) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα P-V της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) συμπίεση β) $W = -800 \ln 2 \text{ J}$ γ) $V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Ισόχωρη μεταβολή

✓ $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

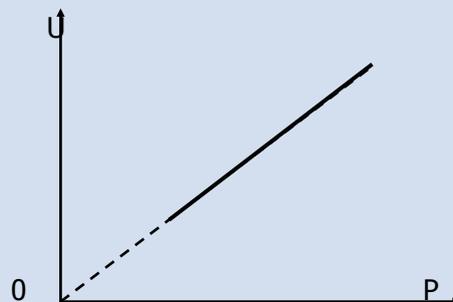
✓ $\Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$. Ο τύπος αυτός ισχύει σε οποιαδήποτε μεταβολή ακόμα και αν αυτή είναι μη αντιστρεπτή.

✓ $W = 0$

✓ $Q = nC_V(T_2 - T_1)$

✓ **Διάγραμμα U-P.**

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow U = \frac{3}{2} \cdot P \cdot V \Leftrightarrow U = \text{σταθ} \cdot P$$



3. Σε κλειστό δοχείο με ανένδοτα τοιχώματα και όγκου $V=10^{-3}m^3$ υπάρχει ιδανικό αέριο σε πίεση $P_1=10^5N/m^2$. Να βρείτε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου μέχρι η πίεσή του να γίνει $P_2=4 \cdot 10^5N/m^2$.

Δίνεται: $C_V = \frac{3}{2}R$

Απ. $\Delta U = +450J$

4. Ποσότητα $n=3$ moles ιδανικού αερίου υποβάλλονται σε ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή από αρχική πίεση $P_1=4 \cdot 10^5 N/m^2$ σε τελική πίεση $P_2=3 \cdot 10^5 N/m^2$. Κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής το αέριο αποβάλλει στο περιβάλλον θερμότητα ίση με 3750J.

α) Να υπολογίσετε την αρχική και την τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

β) Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου.

γ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα U-V και U-P της παραπάνω μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

Δίνονται: $R=25/3 J/mol.K$, $C_V=3R/2$.

Απ: α) $T_1=400K$, $T_2=300K$ β) $V=25 \cdot 10^{-3}m^3$

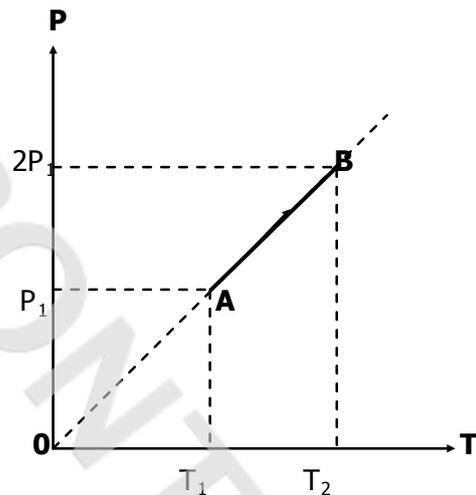
5. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση A, πίεσης $P_1=1 \cdot 10^5 N/m^2$, όγκου $V_1=4 \cdot 10^{-3}m^3$, θερμοκρασίας $T_1=400K$ και υποβάλλεται στην μεταβολή που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

α) Να χαρακτηρίσετε το είδος της μεταβολής και να υπολογίσετε τα moles του αερίου σε συνάρτηση με την σταθερά R.

β) Να υπολογίσετε το έργο και τη θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του, καθώς και τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

γ) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα U-P της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

Απ: α) $n=1/R$ mole β) $W=0$, $Q=\Delta U=600J$



Ισοβαρής μεταβολή

✓ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

✓ $\Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$

✓ $Q = nC_P(T_2 - T_1)$

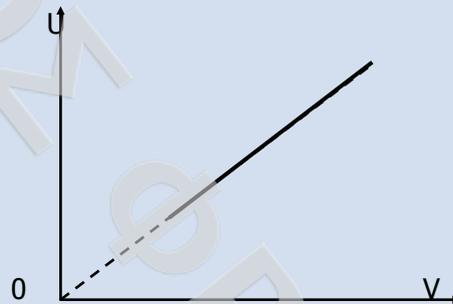
✓ $W = P \cdot (V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1)$

✓ $\frac{Q}{\Delta U} = \frac{C_P}{C_V}$, $\frac{Q}{W} = \frac{C_P}{R}$, $\frac{W}{\Delta U} = \frac{R}{C_V}$

✓ Η ισοβαρής θέρμανση είναι ταυτόχρονα και εκτόνωση, ενώ η ισοβαρής ψύξη είναι ταυτόχρονα και συμπίεση.

✓ **Διάγραμμα U-V.**

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow U = \frac{3}{2} \cdot P \cdot V \Leftrightarrow U = \text{σταθ} \cdot V$$



6. Ποσότητα $n=4/R$ mole ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση A, θερμοκρασίας $T_A=400K$ και μεταβαίνει ισοβαρώς σε κατάσταση B, θερμοκρασίας $T_B=600K$.

α) Να υπολογίσετε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα U-T της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες.

γ) Να αποδείξετε ότι αν η ίδια ποσότητα του αερίου υποστεί ισοβαρή μεταβολή σε οποιαδήποτε πίεση, μεταξύ των θερμοκρασιών T_A και T_B τότε η εσωτερική ενέργεια μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσό και το αέριο ανταλλάσσει το ίδιο ποσό θερμότητας με το περιβάλλον του.

Απ: α) $W=+800J$

7. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση ισορροπίας A, πίεσης P_A και όγκου V_A . Το αέριο εκτελεί την ισοβαρή μεταβολή AB κατά τη διάρκεια της οποίας ανταλλάσσει με το περιβάλλον του θερμότητα $Q=+1000J$.

α) Να υπολογίσετε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του, καθώς και τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

β) Αν η πίεση και ο όγκος του αερίου στην αρχική κατάσταση A είναι $P_A=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και $V_A=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου στην τελική κατάσταση B.

γ) Να υπολογίσετε την εσωτερική ενέργεια του αερίου στην αρχική και στην τελική κατάσταση.

Δίνονται: $C_p=5R/2$, $C_v=3R/2$.

Απ: α) $W=+400\text{J}$, $\Delta U=+600\text{J}$ β) $V_B=6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ γ) $U_A=1200\text{J}$, $U_B=1800\text{J}$

Αδιαβατική μεταβολή

✓ $P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$, $T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$, $T_1 \cdot P_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 \cdot P_2^{(1-\gamma)/\gamma}$

✓ $\Delta U = nC_v(T_2 - T_1)$

✓ $Q=0$

✓ $W = -\Delta U$, $W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}$

✓ Έστω ότι μας δίνεται ότι στη διάρκεια μιας αδιαβατικής μεταβολής είναι

$$P \cdot V^\gamma = 800 \text{ N} \cdot \text{m}^3$$

Οι μονάδες της παράστασης $P \cdot V^\gamma$ είναι:

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot (\text{m}^3)^\gamma = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^{3\gamma} = \text{N} \cdot \text{m}^{3\gamma-2}$$

Άρα

$$\text{N} \cdot \text{m}^{3\gamma-2} = \text{N} \cdot \text{m}^3 \Leftrightarrow 3\gamma - 2 = 3 \Leftrightarrow \gamma = \frac{5}{3}$$

8. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση ισορροπίας A, με πίεση $P_1=32 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, και όγκο $V_1=2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και παθαίνει μια αδιαβατική μεταβολή AB με αποτέλεσμα η πίεσή του να ελαττωθεί 32 φορές.

α) Να υπολογίσετε τον τελικό όγκο του αερίου.

β) Να υπολογίσετε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του.

γ) Να υπολογίσετε την τελική θερμοκρασία του αερίου και να σχεδιάσετε το διάγραμμα P-V της μεταβολής σε βαθμολογημένους άξονες, αν η αρχική θερμοκρασία του αερίου ήταν $T_1=800\text{K}$.
Δίνεται: $\gamma=5/3$.

Απ: $\alpha) V_2=16 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$ $\beta) W=+7200\text{J}$ $\gamma) T_2=200\text{K}$

9. Ιδανικό μονατομικό αέριο ποσότητας $n=1/\text{R}$ mole βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση ισορροπίας A, όγκου $V_1=4 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$ και θερμοκρασίας $T_1=400\text{K}$ και παθαίνει μια αδιαβατική μεταβολή AB με αποτέλεσμα η θερμοκρασία του να τετραπλασιαστεί.

α) Να υπολογίσετε τον τελικό όγκο του αερίου.

β) Να υπολογίσετε την τελική πίεση του αερίου.

γ) Να υπολογίσετε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του, καθώς και τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

δ) Αν το αέριο πάθει μια ισόθερμη μεταβολή ΑΓ έτσι ώστε $V_\Gamma=V_B$, να υπολογίσετε το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του στη μεταβολή αυτή.

Δίνονται: $\gamma=5/3$ και $\ln 2=0,7$.

Απ: $\alpha) V_2=0,5 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$ $\beta) P_2=32 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ $\gamma) W=-1800\text{J}$, $\Delta U=+1800\text{J}$ $\delta) W=-840\text{J}$

Τυχαία μεταβολή

✓ Το έργο του αερίου υπολογίζεται από το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής σε άξονες P-V και τον άξονα των V.

✓ Η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο υπολογίζεται από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο $Q=\Delta U+W$.

✓ $\Delta U = nC_V(T_2-T_1)$

10. Ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_1=3 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$. Το αέριο θερμαίνεται και εκτονώνεται σε όγκο $V_2=9 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$. Αν σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής ισχύει η σχέση $P=10^8 \cdot V$ (S.I) να υπολογίσετε:

α) το παραγόμενο έργο

β) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας

γ) τη θερμότητα που απορροφήθηκε.

Δίνεται: $C_V = \frac{3}{2}R$

Απ. $\alpha) W=+3600\text{J}$ $\beta) \Delta U=+10800\text{J}$ $\gamma) Q=+14400\text{J}$

11. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση A με $P_A=10^5\text{N/m}^2$, $V_A=2\text{ m}^3$ και $T_A=300\text{ K}$. Το αέριο εκτελεί μεταβολή AB στην διάρκεια της οποίας το πηλίκο της πίεσης προς τον όγκο παραμένει σταθερό. ($P/V=\text{σταθ.}$) Αν $P_B=4\cdot 10^5\text{ N/m}^2$ να υπολογίσετε την θερμότητα, το έργο και τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής.

Απ. $Q=60\cdot 10^5\text{ J}$, $W=15\cdot 10^5\text{ J}$, $\Delta U=5\cdot 10^5\text{ J}$

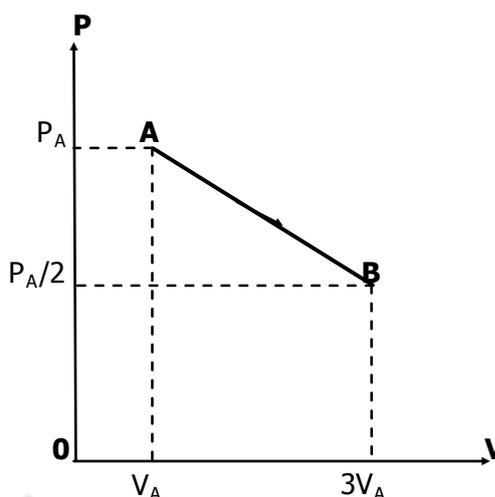
12. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αντιστρεπτή μεταβολή AB στην οποία υπόκειται ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου. Η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B είναι ίση με $T_B=1200\text{K}$ και το έργο του αερίου ισούται με $W=+800\text{J}$. Να υπολογίσετε:

α) την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A.

β) τον αριθμό των moles του αερίου σε συνάρτηση με τη σταθερά R.

γ) το ποσό της θερμότητας που ανταλλάξε το αέριο με το περιβάλλον του.

Δίνεται: $C_V=3R/2$.



Απ: $a) T_A=800\text{K}$ $\beta) n=2/3R\text{ mole}$ $\gamma) Q=+1200\text{J}$

13. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί αντιστρεπτή μεταβολή AB κατά την οποία η πίεση και ο όγκος του αερίου μεταβάλλονται σύμφωνα με τη σχέση $P=-2\cdot 10^8\cdot V+12\cdot 10^5$ (S.I). Ο αρχικός όγκος του αερίου είναι $V_A=2\cdot 10^{-3}\text{m}^3$, ενώ η τελική πίεση είναι $P_B=4\cdot 10^5\text{ N/m}^2$. Να υπολογίσετε:

α) την αρχική πίεση και τον τελικό όγκο και να σχεδιάσετε την μεταβολή σε διάγραμμα P-V σε βαθμολογημένους άξονες.

β) το έργο που παράγει το αέριο κατά τη διάρκεια της μεταβολής.

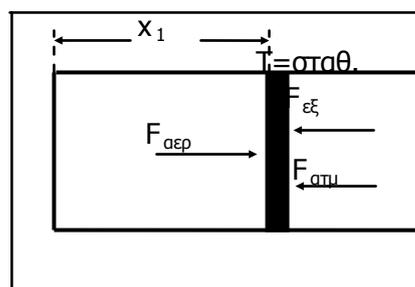
γ) την θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του.

Απ: $a) P_B=8\cdot 10^5\text{ N/m}^2$ $V_B=4\cdot 10^{-3}\text{m}^3$ $\beta) W=+1200\text{J}$ $\gamma) Q=+1200\text{J}$

Δοχεία

✓ Όταν λέμε έργο του αερίου εννοούμε το έργο της δύναμης που ασκεί το αέριο στο έμβολο.

14. Ποσότητα $n=3$ mole ιδανικού αερίου βρίσκονται σε κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα, το ένα μέρος του οποίου κλείνει με έμβολο. Το έμβολο έχει εμβαδό $A=500\text{cm}^2$, μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και ισορροπεί με τη βοήθεια δύναμης $F_{εξ}$ σε θέση για την οποία είναι $x_1=1\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το δοχείο βρίσκεται σε λουτρό νερού σταθερής θερμοκρασίας $T=400\text{K}$ και η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{ατμ}=1\text{atm}$.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$.

β) Αυξάνοντας αργά το μέτρο της $F_{εξ}$ συμπιέζουμε το αέριο, ώστε στην τελική θέση ισορροπίας του εμβόλου η πίεση του αερίου να έχει διπλασιαστεί. Να υπολογίσετε:

i) την απόσταση x_2 του εμβόλου από την βάση του δοχείου στην τελική του θέση

ii) το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή αυτή

iii) το έργο της εξωτερικής δύναμης κατά τη μεταβολή αυτή.

Δίνονται: $1\text{atm}=10^5 \text{ N/m}^2$, $R=25/3 \text{ J/mol.K}$ και $\ln 2=0,7$.

Απ: α) $F_{εξ}=5000 \text{ N}$ β) $x_2=0,5\text{m}$, $W=-7000\text{J}$, $W_{F(εξ)}=+4500\text{J}$

15. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου θερμοκρασίας $T_1=300\text{K}$ βρίσκεται σε κυλινδρικό δοχείο με αδιαβατικά τοιχώματα το ένα άκρο του οποίου κλείνει με αδιαβατικό έμβολο βάρους $w=200\text{N}$ όπως στο σχήμα. Το έμβολο έχει εμβαδό $A=100\text{cm}^2$, μπορεί να κινείται ελεύθερα χωρίς τριβές και ισορροπεί σε απόσταση $h_1=50\text{cm}$ από τη βάση του κυλίνδρου. Η ατμοσφαιρική πίεση ισούται με $P_{ατμ}=1\text{atm}$.

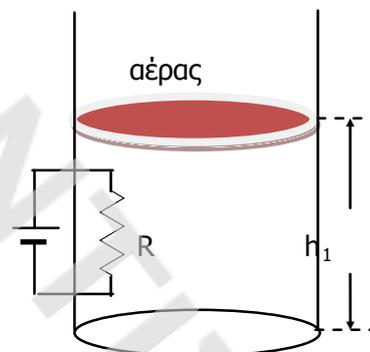
α) Να υπολογίσετε τον αριθμό των moles του αερίου που περιέχονται στο δοχείο σε συνάρτηση με τη σταθερά R .

β) Με την βοήθεια ενός αντιστάτη που διαρρέεται από ρεύμα παρέχουμε στο αέριο θερμότητα ίση με 1500J . Να υπολογίσετε:

i) πόση από την ενέργεια αυτή δίνεται πίσω στο περιβάλλον υπό την μορφή έργου

ii) την απόσταση h_2 της νέας θέσης ισορροπίας του εμβόλου από τη βάση του κυλίνδρου στο τέλος της μεταβολής.

Δίνονται: $C_p=5R/2$ και $1\text{atm}=10^5 \text{ N/m}^2$.



Απ: α) $n=2/R \text{ mole}$

β) $W=+600\text{J}$, $h_2=1\text{m}$

Διαδοχικές μεταβολές

✓ Στις ασκήσεις με διαδοχικές μεταβολές είναι χρήσιμο να φτιάχνουμε ένα πίνακα, κάθε τετραγωνάκι του οποίου παριστάνει ένα από τα μεγέθη P, V και T για κάθε μια από τις καταστάσεις ισορροπίας από τις οποίες περνά το αέριο. Συμπληρώνουμε αρχικά τα τετράγωνα που γνωρίζουμε από την εκφώνηση του προβλήματος και τα υπόλοιπα τετράγωνα τα συμπληρώνουμε καθώς προχωράμε στην επίλυση του προβλήματος.

✓ Η συνολική θερμότητα υπολογίζεται αθροίζοντας τις επιμέρους θερμότητες.

$$Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{BG} + \dots$$

✓ Το συνολικό έργο υπολογίζεται αθροίζοντας τα επιμέρους έργα.

$$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BG} + \dots$$

✓ Η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας μπορεί να υπολογιστεί με έναν από τους παρακάτω τρόπους.

$$\Delta U_{ολ} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BG} + \dots$$

$$\Delta U_{ολ} = nC_V(T_{τελ} - T_{αρχ})$$

$$\Delta U_{ολ} = Q_{ολ} - W_{ολ} \quad (1^{ος} \text{ θερμοδυναμικός νόμος})$$

16. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στη κατάσταση ισορροπίας A ($P_A, V_A=1L, T_A=100K$) και υφίσταται τις παρακάτω διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές:

AB: ισοβαρή εκτόνωση, μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του αερίου.

BΓ: ισόθερμη εκτόνωση, μέχρι να υποδιπλασιαστεί η πίεση του αερίου.

Ο αριθμός των μole του αερίου είναι $n=2/R$ (όπου R η παγκόσμια σταθερά των αερίων) και η ειδική γραμμομοριακή θερμότητα του αερίου υπό σταθερό όγκο είναι $C_V=3R/2$.

α) Να σχεδιάσετε τις παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα P-V.

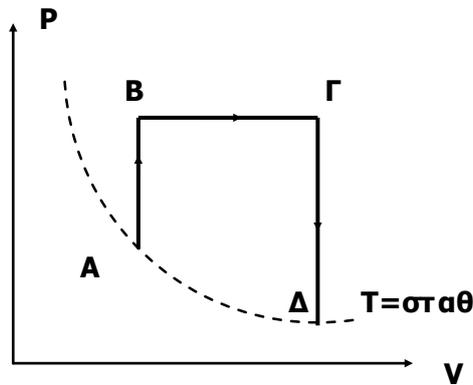
β) Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου στη κατάσταση Γ.

γ) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μετάβαση του αερίου από τη κατάσταση A στη κατάσταση Γ.

δ) Αν η μέση τιμή της κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου στη κατάσταση A είναι $K_A=3 \cdot 10^{-20}J$, πόση είναι η παραπάνω τιμή στη κατάσταση B;

Απ: β) $V_\Gamma=4 \cdot 10^{-3}m^3$ γ) $\Delta U_{A\Gamma}=300J$ δ) $K_B=6 \cdot 10^{-20}J$

17. Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί τη μεταβολή ΑΒΓΔ που παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-V.



Δίνονται: $Q_{AB}=70 \text{ J}$, $Q_{\Gamma\Delta}=-100 \text{ J}$ και $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$.

Να υπολογίσετε:

- α) τη θερμότητα στη μεταβολή ΒΓ
β) το έργο της μεταβολής ΒΓ

Απ. α) $Q_{B\Gamma}=50 \text{ J}$ β) $W_{B\Gamma}=20 \text{ J}$

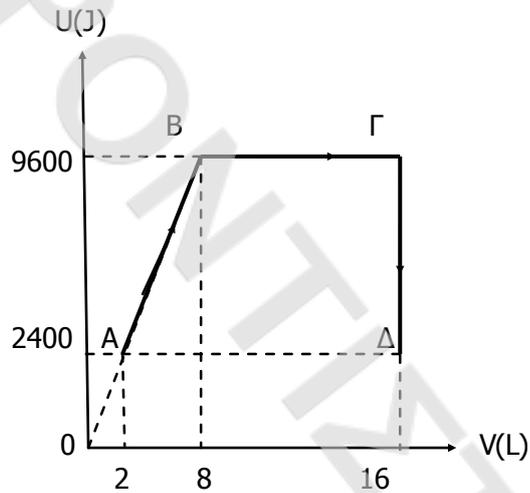
18. Ποσότητα $n=4/R$ mole ιδανικού μονατομικού αερίου υποβάλλεται στις διαδοχικές μεταβολές που φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.

α) Να χαρακτηρίσετε το είδος των μεταβολών και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

β) Να υπολογίσετε την πίεση και την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου σε κάθε μια από τις καταστάσεις ισορροπίας Α, Β, Γ και Δ.

γ) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα U-P, P-V και P-T σε βαθμολογημένους άξονες.

δ) Να υπολογίσετε το συνολικό έργο και τη συνολική θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του.



Απ: β) $P_A=8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_A=400 \text{ K}$, $T_B=1600 \text{ K}$, $P_\Gamma=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_\Gamma=1600 \text{ K}$, $P_\Delta=8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_\Delta=400 \text{ K}$ δ) $W_{ολ}=+9280 \text{ J}$, $Q_{ολ}=+9280 \text{ J}$

Κυκλική μεταβολή

✓ Η κυκλική μεταβολή αποτελείται από διαδοχικές μεταβολές που καταλήγουν στην αρχική κατάσταση ισορροπίας. Επομένως ισχύει επιπλέον ότι $\Delta U_{ολ}=0$ και άρα $Q_{ολ}=W_{ολ}$.

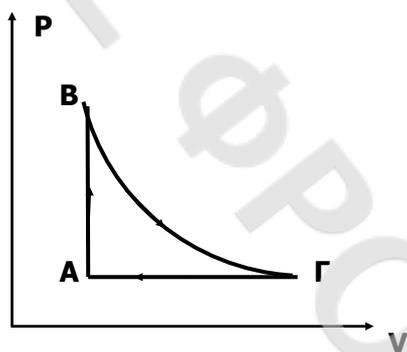
✓ Η συνολική θερμότητα υπολογίζεται αθροίζοντας τις επιμέρους θερμότητες.

$$Q_{ολ}=Q_{AB}+Q_{BG}+\dots\dots\dots$$

✓ Το συνολικό έργο υπολογίζεται αθροίζοντας τα επιμέρους έργα.

$$W_{ολ}=W_{AB}+W_{BG}+\dots\dots\dots$$

19. Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί τη κυκλική μεταβολή που παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-V.



Δίνεται ότι $P_B=2P_A$, η ΒΓ είναι ισόθερμη μεταβολή, $W_{\Gamma A}=-200\text{ J}$ και $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

Να υπολογίσετε:

- α)** τη θερμότητα στη μεταβολή AB
- β)** το έργο στη μεταβολή ΒΓ. (Δίνεται $\ln 2=0,7$)

Απ. α) $Q_{AB}=300\text{ J}$ β) $W_{BG}=280\text{ J}$

20. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση Α με $P_A=10^5\text{ N/m}^2$, $V_A=10\text{ m}^3$ και $T_A=300\text{ K}$ και εκτελεί τις πιο κάτω διαδοχικές μεταβολές:

- ΑΒ: Ισοβαρής εκτόνωση με $V_B=20\text{ m}^3$
- ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση με $T_\Gamma = T_A$
- ΓΑ: Ισόθερμη συμπίεση

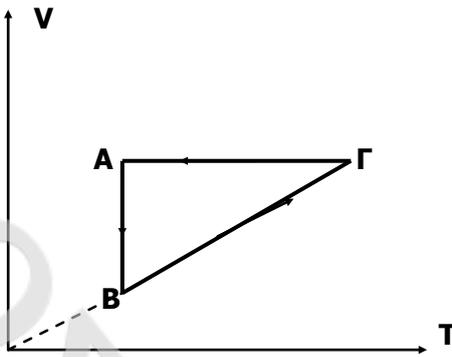
Να υπολογίσετε:

- α)** το έργο που παράγεται σε κάθε επιμέρους μεταβολή
- β)** το συνολικό έργο της κυκλικής μεταβολής

Δίνονται: $C_p = \frac{5}{2}R$, $C_v = \frac{3}{2}R$

Απ. α) $W_{AB} = 10 \cdot 10^5 J$, $W_{BF} = 15 \cdot 10^5 J$, $W_{FA} = -25 \cdot \ln 2 \cdot 10^5 J$ β) $W_{ολ} = 25 \cdot 10^5 (1 - \ln 2) J$

21. Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί τη κυκλική μεταβολή που παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα V-T.

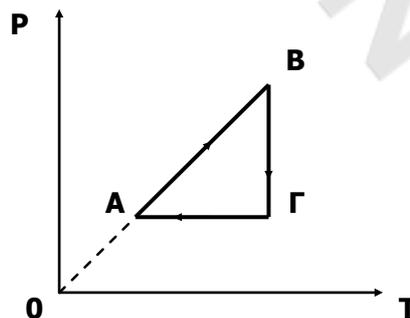


Δίνονται: $P_A = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A = 2 \text{ m}^3$, $T_A = 400 \text{ K}$, $V_B = 1 \text{ m}^3$, $T_\Gamma = 800 \text{ K}$, $C_v = \frac{3}{2}R$.

- α) Να υπολογίσετε το έργο κατά την διάρκεια της κυκλικής μεταβολής
 β) Να υπολογίσετε τη θερμότητα Q_{BF}

Απ. α) $W_{ολ} = 8 \cdot 10^5 (1 - \ln 2) J$ β) $Q_{BF} = 20 \cdot 10^5 J$

22. Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί τη κυκλική μεταβολή που παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-T.



Δίνονται: $P_A = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A = 2 \text{ m}^3$, $T_A = 200 \text{ K}$, $T_B = 300 \text{ K}$ και $C_v = \frac{3}{2}R$.

Να υπολογίσετε:

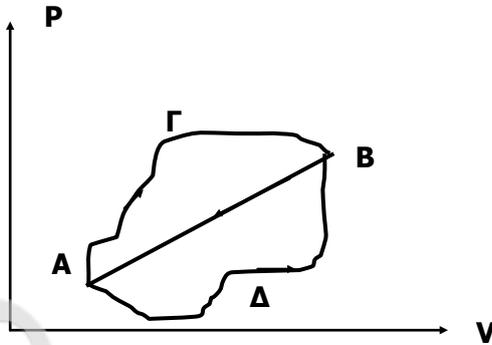
- α) τη θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του σε κάθε μία μεταβολή
 β) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου σε κάθε μία μεταβολή
 γ) το έργο που παράγεται σε κάθε μία μεταβολή

Απ. α) $Q_{AB} = 6 \cdot 10^5 J$, $Q_{B\Gamma} = 12 \cdot 10^5 (\ln 3 - \ln 2) J$, $Q_{\Gamma A} = -10 \cdot 10^5 J$

$$\beta) \Delta U_{AB} = 6 \cdot 10^5 \text{ J} \quad , \quad \Delta U_{BG} = 0 \quad , \quad \Delta U_{GA} = -6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\gamma) W_{AB} = 0 \quad , \quad W_{BG} = 12 \cdot 10^5 (\ln 3 - \ln 2) \text{ J} \quad , \quad W_{GA} = -4 \cdot 10^5 \text{ J}$$

23. Μία ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί τις δύο κυκλικές μεταβολές ΑΓΒΑ και ΑΔΒΑ όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-V.



Δίνονται: $Q_{AGB} = +80 \text{ J}$, $W_{AGB} = +40 \text{ J}$, $Q_{BA} = -50 \text{ J}$ και $Q_{ADB} = +70 \text{ J}$.

Να υπολογίσετε:

- α)** το έργο στη μεταβολή ΑΔΒ
β) το έργο στη μεταβολή ΒΑ

Απ. $a) W_{ADB} = +30 \text{ J}$

$\beta) W_{BA} = -10 \text{ J}$

24. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου πραγματοποιεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρή εκτόνωση

ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση

ΓΔ: Ισοβαρή συμπίεση

ΔΑ: Ισόθερμη συμπίεση

Δίνονται: $Q_{AB} = 500 \text{ J}$, $Q_{BG} = 500 \text{ J}$, $Q_{DA} = -100 \text{ J}$ και $\Delta U_{AB} = 300 \text{ J}$

Να υπολογίσετε:

- α)** το έργο στην ισοβαρή συμπίεση
β) το συνολικό έργο της κυκλικής μεταβολής

Απ. $a) W_{\Gamma\Delta} = -200 \text{ J}$

$\beta) W_{ολ} = +400 \text{ J}$

25. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου πραγματοποιεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση

ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση

ΓΑ: Ισοβαρή συμπίεση

Δίνονται: $Q_{AB} = 300 \text{ J}$, $W_{ολ} = +200 \text{ J}$ και $\gamma = \frac{5}{3}$

Να υπολογίσετε:

- α)** τις θερμότητες που ανταλλάσει το αέριο με το περιβάλλον του στις μεταβολές ΒΓ και ΓΑ

β) το έργο της μεταβολής ΓΑ

Απ. α) $Q_{BF}=+400J$, $Q_{GA}=-500J$

β) $W_{GA}=-200J$

26. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου πραγματοποιεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση

ΓΑ: Ισοβαρή συμπίεση

Δίνονται: $T_A=300K$, $T_B=600K$, $T_G=400K$, $P_A=2 \cdot 10^5 N/m^2$, $V_A=5L$ και $\gamma=\frac{5}{3}$.

Να υπολογίσετε το έργο της αδιαβατικής εκτόνωσης.

Απ: $W_{BF}=1000J$

27. Ποσότητα $n=4/R$ mole ιδανικού αερίου βρίσκονται στη κατάσταση ισορροπίας Α, πίεσης $P_A=4 \cdot 10^5 N/m^2$ και όγκου $V_A=3 \cdot 10^{-3} m^3$. Το αέριο υποβάλλεται στις παρακάτω διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρής εκτόνωση κατά την οποία το αέριο απορροφά θερμότητα 3000J.

ΒΓ: Αδιαβατική μεταβολή μέχρι την αρχική του θερμοκρασία.

ΓΑ: Ισόθερμη μεταβολή μέχρι την αρχική του κατάσταση.

Να υπολογίσετε:

α) την μέγιστη και την ελάχιστη απόλυτη θερμοκρασία του αερίου κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής

β) το ηηλίκο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή, προς την μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας κατά την αδιαβατική μεταβολή

γ) το ηηλίκο της θερμότητας που αποβάλλει το αέριο στο περιβάλλον, προς τη θερμότητα που απορροφά από το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής.

Δίνονται: $C_p=5R/2$, $\ln 2=0,7$ και $\gamma=\frac{5}{3}$

Απ: α) $T_{min}=300K$, $T_{max}=600K$ β) -1 γ) 0,7

28. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου υποβάλλεται σε κυκλική μεταβολή η οποία αποτελείται από τις παρακάτω μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση

ΓΑ: Ισοβαρής συμπίεση

Κατά την διάρκεια της ισόχωρης μεταβολής το αέριο αντάλλαξε με το περιβάλλον του θερμότητα $Q_{AB}=+9300J$, ενώ κατά τη διάρκεια της ισοβαρούς μεταβολής η εσωτερική του ενέργεια μεταβλήθηκε κατά $\Delta U_{GA}=-2100J$. Να υπολογίσετε:

α) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την αδιαβατική εκτόνωση

β) το έργο και τη θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του κατά την ισοβαρή συμπίεση

γ) το ολικό έργο του αερίου.

Δίνονται: $C_V=3R/2$

Απ: $a) \Delta U_{BF}=-7200J$ $\beta) W_{\Gamma A}=-1400J$, $Q_{\Gamma A}=-3500J$ $\gamma) W_{ολ} =5800J$

29. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε κυκλική μεταβολή η οποία αποτελείται από τις παρακάτω μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση κατά την οποία η εσωτερική ενέργεια του αερίου μεταβάλλεται κατά 1200J

ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση

ΓΑ: Ισοβαρής συμπίεση

Το ολικό έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του ισούται με $W_{ολ}=+320J$.

Να υπολογίσετε:

α) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή συμπίεση

β) τη θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του κατά την ισοβαρή μεταβολή

γ) το έργο του αερίου σε κάθε μια μεταβολή χωριστά.

Δίνεται: $\gamma=3/2$

Απ: $a) \Delta U_{\Gamma A}=-1200J$ $\beta) Q_{\Gamma A}=-1800J$ $\gamma) W_{AB}=0$, $W_{\beta\Gamma}=+920J$, $W_{\Gamma A}=-800J$

Θερμικές μηχανές (γενικά)

- ✓ Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$$

- ✓ Πρέπει λοιπόν να γνωρίζουμε σε ποιες μεταβολές το αέριο απορροφά θερμότητα από την θερμή δεξαμενή (Q_h) και σε ποιες μεταβολές το αέριο αποβάλλει θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή (Q_c). Τονίζουμε λοιπόν ότι:

α) Στην ισόθερμη μεταβολή ισχύει $Q=W$, δηλαδή η θερμότητα έχει το ίδιο πρόσημο με το έργο. Άρα στην ισόθερμη εκτόνωση είναι $Q>0$, ενώ στην ισόθερμη συμπίεση είναι $Q<0$.

β) Στην ισόχωρη μεταβολή ισχύει $Q=nC_v \cdot \Delta T$. Συνεπώς στην ισόχωρη θέρμανση είναι $Q>0$, ενώ στην ισόχωρη ψύξη είναι $Q<0$.

γ) Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύει $Q=nC_p \cdot \Delta T$. Συνεπώς στην ισοβαρή θέρμανση είναι $Q>0$, ενώ στην ισοβαρή ψύξη είναι $Q<0$.

δ) Στην αδιαβατική μεταβολή είναι $Q=0$.

ε) Στην τυχαία μεταβολή το πρόσημο της θερμότητας υπολογίζεται από τον 1^ο θερμοδυναμικό νόμο.

- ✓ Το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο ισούται με το ολικό έργο στον κύκλο αυτό.

$$W_{\omega\phi} = W_{ολ}$$

- ✓ Η ισχύς μιας θερμικής μηχανής (ρυθμός παραγωγής έργου) υπολογίζεται από τον τύπο:

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{ή} \quad P = \frac{W_{ολ}}{T} \quad \text{ή} \quad P = f \cdot W_{ολ}$$

- ✓ Το ολικό έργο μιας θερμικής μηχανής μπορεί να υπολογιστεί και από το εμβαδό που περικλείεται από την κλειστή γραμμή της κυκλικής μεταβολής στο διάγραμμα P-V.

- ✓ Ρυθμός απορρόφησης θερμότητας: $P_h = \frac{Q_h}{T} \quad \text{ή} \quad P_h = f \cdot Q_h$

✓ Ρυθμός αποβολής θερμότητας: $P_c = \frac{|Q_c|}{T}$ ή $P_h = f \cdot |Q_c|$

30. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής πραγματοποιεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρή εκτόνωση κατά την οποία απορροφά ποσό θερμότητας $Q_{AB}=3000J$

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση

ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση κατά την οποία αποβάλλει θερμότητα $Q_{\Gamma\Delta}=1600J$

ΔΑ: Ισόχωρη θέρμανση κατά την οποία απορροφά θερμότητα $Q_{\Delta A}=1800J$

Να υπολογίσετε:

α) τη θερμότητα που απορροφά και τη θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στη διάρκεια ενός κύκλου

β) το συντελεστή απόδοσης της μηχανής

γ) το έργο που αποδίδει η μηχανή στο περιβάλλον στη διάρκεια ενός κύκλου

Απ. α) $Q_h = +4800J$, $Q_c = -1600J$ β) $e = \frac{2}{3}$ γ) $W_{ολ} = +3200 J$

31. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση Α ($P_A=16 \cdot 10^5 N/m^2$, $V_A=10^{-3} m^3$ και T_A). Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι $V_B=8V_A$, στη συνέχεια ψύχεται ισόχωρα μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_Γ και τέλος επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση με αδιαβατική συμπίεση.

Να υπολογίσετε:

α) το ολικό έργο της κυκλικής μεταβολής

β) το συντελεστή απόδοσης μιας θερμικής μηχανής που λειτουργεί με την παραπάνω κυκλική μεταβολή

Δίνονται: $\ln 2 = 0,7$ και $\gamma = \frac{5}{3}$

Απ. α) $W_{ολ} = +1560J$ β) $e = 0,464$

32. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής βρίσκεται σε κατάσταση Α ($P_A=2 \cdot 10^5 N/m^2$, $V_A=2 \cdot 10^{-3} m^3$ και T_A). Στη συνέχεια πραγματοποιεί τις εξής διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρής εκτόνωση μέχρι $V_B=4V_A$

ΒΓ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι $T_\Gamma = T_A$

ΓΑ: Ισόθερμη συμπίεση.

Να υπολογίσετε:

α) τη θερμότητα που απορροφά και τη θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στη διάρκεια ενός κύκλου

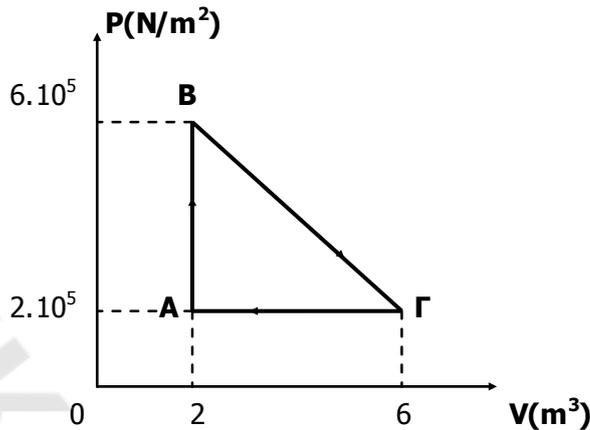
β) το συντελεστή απόδοσης της μηχανής

γ) την ισχύ της μηχανής αν η χρονική διάρκεια ενός κύκλου είναι 10s

Δίνονται: $\ln 2 = 0,7$ $C_p = \frac{5}{2} R$, $C_v = \frac{3}{2} R$

Απ. α) $Q_c = -2360J$, $Q_h = +3000J$ β) $e = 0,213$ γ) $P = 64W$

33. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής υφίσταται μία κυκλική μεταβολή, η οποία παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-V.



Στη διάρκεια της ισόχωρης θέρμανσης το αέριο απορροφά θερμότητα $12 \cdot 10^5$ J.

- α) Να δείξετε ότι $T_B = T_\Gamma$
 β) Να υπολογίσετε τις θερμότητες που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του στις μεταβολές ΒΓ και ΓΑ
 γ) Να βρείτε τις μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας του αερίου που συμβαίνουν στις μεταβολές ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ
 δ) Να υπολογιστεί η απόδοση της θερμικής μηχανής που λειτουργεί με τον παραπάνω κύκλο
 ε) Να υπολογιστεί ο λόγος $\frac{C_p}{C_v}$

Απ. β) $Q_{B\Gamma} = +16 \cdot 10^5$ J, $Q_{\Gamma A} = -20 \cdot 10^5$ J γ) $\Delta U_{AB} = +12 \cdot 10^5$ J, $\Delta U_{B\Gamma} = 0$, $\Delta U_{\Gamma A} = -12 \cdot 10^5$ J
 δ) $e = 2/7$ ε) $\gamma = 5/3$

34. $n = \frac{2}{R}$ moles ιδανικού αερίου βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας Α και

υποβάλλονται στην παρακάτω κυκλική μεταβολή:

ΑΒ: Ισοβαρής εκτόνωση μέχρι διπλασιασμού της απόλυτης θερμοκρασίας

ΒΓ: Αδιαβατική μεταβολή μέχρι η πίεση να ελαττωθεί 32 φορές

ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση μέχρι τον αρχικό όγκο V_A

ΔΑ: Ισόχωρη θέρμανση μέχρι την αρχική κατάσταση Α

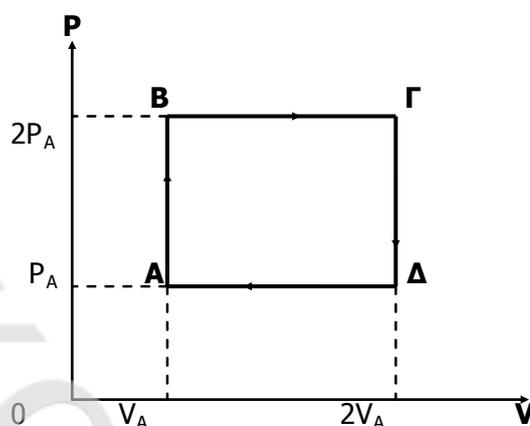
Να υπολογίσετε:

- α) Το πηλίκο των όγκων $\frac{V_B}{V_\Gamma}$
 β) Την απόλυτη θερμοκρασία στην αρχική κατάσταση Α, αν δίνεται ότι $Q_{\Gamma A} = -2240$ J
 γ) Την απόδοση της θερμικής μηχανής που λειτουργεί με τον παραπάνω κύκλο
 δ) Την ισχύ της μηχανής αν η συχνότητα λειτουργίας της είναι $f = 20$ Hz

Δίνονται: $\ln 2 = 0,7$ $C_p = \frac{5}{2} R$, $C_v = \frac{3}{2} R$ $\gamma = \frac{5}{3}$

Απ: α) $1/8$ β) $T_A = 800$ K γ) $e = 0,57$ δ) $P = 59200$ W

35. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής υφίσταται μία κυκλική μεταβολή, η οποία παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα P-V.



Δίνονται: $P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και $C_V = \frac{3}{2} R$

- α) Να υπολογίσετε το έργο της κυκλικής μεταβολής
 β) Να δείξετε ότι το αέριο στις καταστάσεις B και Δ έχει την ίδια εσωτερική ενέργεια
 γ) Να υπολογιστεί η απόδοση της θερμικής μηχανής που λειτουργεί με τον παραπάνω κύκλο
 δ) Να υπολογίσετε την ισχύ της μηχανής αν η συχνότητα λειτουργίας της είναι $f = 2 \text{ Hz}$

Απ. α) $W_{ολ} = +800 \text{ J}$ γ) $e = 0,15$ δ) $P = 1600 \text{ W}$

36. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που καταλαμβάνει όγκο $V_A = 1 \text{ L}$ σε πίεση $P_A = 32 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ υφίσταται μία κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις εξής επιμέρους αντιστρεπτές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι να οκταπλασιαστεί ο όγκος του

ΒΓ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι η πίεσή του να γίνει $P_\Gamma = 10^5 \text{ N/m}^2$

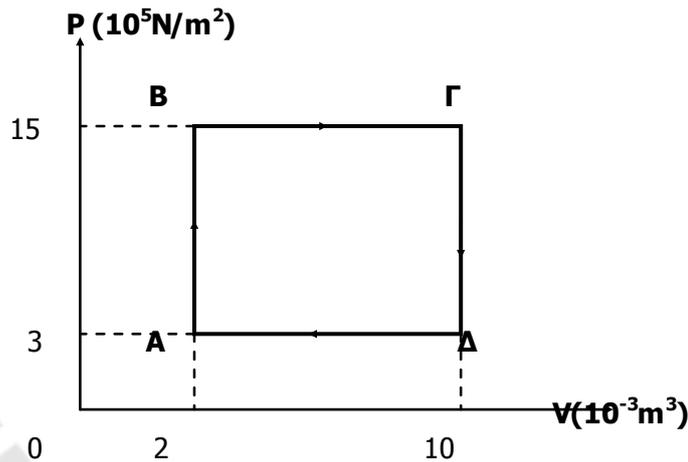
ΓΑ: Αδιαβατική συμπίεση μέχρι την αρχική του κατάσταση.

- α) Να βρείτε τον συντελεστή γ του αερίου.
 β) Να παραστήσετε τη κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα P-V.
 γ) Να υπολογίσετε το ολικό έργο της κυκλικής μεταβολής.
 δ) Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης μιας θερμικής μηχανής, η οποία λειτουργεί με την παραπάνω κυκλική μεταβολή.

Δίνεται $\ln 2 = 0,7$.

Απ. α) $\gamma = \frac{5}{3}$ γ) $W_{ολ} = 3120 \text{ J}$ δ) $e = 0,46$

37. Μία ποσότητα $n = 10/R$ mole ιδανικού αερίου διαγράφει τον κύκλο που φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



- α)** τη θερμότητα που απορροφάται από το αέριο σε κάθε κύκλο
β) το έργο που παράγει το αέριο σε κάθε κύκλο
γ) τη συνολική θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον σε κάθε κύκλο
δ) τις θερμοκρασίες στις κορυφές του κύκλου
ε) τις μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{B\Delta}$ και $\Delta U_{\Gamma A}$
ζ) την απόδοση του κύκλου
η) αν εκτελούνται 20 κύκλοι/sec να υπολογίσετε την ωφέλιμη ισχύ της θερμικής μηχανής που χρησιμοποιεί τον παραπάνω κύκλο
 Δίνονται: $C_V=3R/2$, $C_P=5R/2$

Απ: α) $Q_h=33600J$ β) $W_{ολ}=9600J$ γ) $Q_{ολ}=9600J$ δ) $T_A=60K$, $T_B=300K$,
 $T_\Gamma=1500K$, $T_\Delta=300K$ ε) $\Delta U_{B\Delta}=0$, $\Delta U_{\Gamma A}=-21600J$ ζ) $e=0,28$ η) $P=192000W$

38. Θερμική μηχανή (1) εκτελεί κυκλική μεταβολή κατά την διάρκεια της οποίας αποβάλλει στη ψυχρή δεξαμενή το 70% της θερμότητας που απορροφά από τη θερμή δεξαμενή. Η θερμότητα που αποβάλλεται από τη θερμική μηχανή (1) χρησιμοποιείται ολόκληρη από θερμική μηχανή (2) που έχει συντελεστή απόδοσης $e_2=0,1$.

- α)** Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής (1)
β) Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης του συστήματος των δύο θερμικών μηχανών
γ) Αν η θερμότητα που απορροφά η θερμική μηχανή (1) είναι $10.000J$ να υπολογίστε το ωφέλιμο έργο που αποδίδει το σύστημα των δύο θερμικών μηχανών.

Απ: α) $e_1=0,3$ β) $e_{ολ}=0,37$ γ) $W_{ωφ}=3700J$

Θερμική μηχανή του Carnot

- ✓ Για τον συντελεστή απόδοσης ειδικά της θερμικής μηχανής του Carnot ισχύει ο τύπος $e=1-\frac{T_2}{T_1}$. Επίσης ισχύουν και οι δύο γενικοί τύποι $e = \frac{W_{ολ}}{Q_h}$ και $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$ που ισχύουν για όλες τις θερμικές μηχανές.
- ✓ Αποδεικνύεται ότι το άθροισμα των έργων του αερίου στις δύο αδιαβατικές μεταβολές ισούται με μηδέν.

39. Θέλουμε να κατασκευάσουμε μια θερμική μηχανή, η οποία να λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_c=400K$ και $T_h=800K$, και η οποία να απορροφά θερμότητα $Q_h=800J$ από τη θερμή δεξαμενή και να αποβάλλει θερμότητα $Q_c=-100J$ στην ψυχρή δεξαμενή. Να εξετάσετε αν είναι δυνατό να κατασκευαστεί μια τέτοια θερμική μηχανή.

Απ: Όχι

40. Μια θερμική μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_c=400K$ και $T_h=800K$. Το έργο που παράγει το αέριο κατά την αδιαβατική εκτόνωση είναι $W_{BF}=3000J$, ενώ η θερμότητα που απορροφά το αέριο κατά την ισόθερμη εκτόνωση είναι $Q_{AB}=2800J$. Να υπολογίσετε:

- α)** το συντελεστή απόδοσης της μηχανής
- β)** το έργο του αερίου κατά την αδιαβατική συμπίεση
- γ)** τη θερμότητα που αποβάλλεται στην ψυχρή δεξαμενή σε ένα κύκλο.

Απ: $a) e=0,5$ $β) W_{DA}=-3000J$ $γ) Q_c=-1400J$

41. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής, ποσότητας $\eta = \frac{2}{R}$ mole, που βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση A έχοντας όγκο $10^{-3} m^3$ και θερμοκρασία $400 K$, υφίσταται μία κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις εξής επιμέρους αντιστρεπτές μεταβολές:

AB: Αδιαβατική εκτόνωση κατά τη διάρκεια της οποίας η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου υποδιπλασιάζεται.

BΓ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου να υποδιπλασιαστεί. Κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής το αέριο αποβάλλει θερμότητα $400 J$.

ΓΔ: Ισοβαρή ψύξη.

ΔΑ: Ισόχωρη θέρμανση μέχρι να επανέλθει στην αρχική κατάσταση.

- α)** Να υπολογιστούν τα C_p , C_v και γ
- β)** Να γίνει το διάγραμμα P-V της παραπάνω κυκλικής μεταβολής
- γ)** Να υπολογιστεί το έργο που παράγει η θερμική μηχανή σ' ένα κύκλο καθώς και το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται στο περιβάλλον.

- δ)** Να υπολογιστεί η απόδοση της θερμικής μηχανής
ε) Να υπολογιστεί η απόδοση μιας μηχανής του Carnot η οποία λειτουργεί μεταξύ των ακραίων θερμοκρασιών του παραπάνω κύκλου.

Δίνεται: $R=8,314 \frac{J}{mole.K}$

Απ. α) $C_p=24,942 \frac{J}{mole.K}$, $C_v=16,628 \frac{J}{mole.K}$, $\gamma=\frac{3}{2}$ γ) $W_{ολ}=-650J$, $Q_c=-850J$

δ) $e=\frac{13}{30}$ ε) $e_c=\frac{15}{16}$

42. Ορισμένη ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A=8L$ σε πίεση $P_A=2 \cdot 10^5 N/m^2$ και θερμοκρασία $T_A=300 K$. Το αέριο εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόθερμη συμπίεση μέχρι να αποκτήσει όγκο $V_B=4L$

ΒΓ: Ισοβαρή θέρμανση μέχρι να αποκτήσει τον αρχικό του όγκο V_A

ΓΑ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι να αποκτήσει την αρχική του θερμοκρασία T_A

α) Να υπολογίσετε τις τιμές πίεσης όγκου και απόλυτης θερμοκρασίας στο τέλος κάθε μεταβολής

β) Να σχεδιάσετε την κυκλική μεταβολή σε βαθμολογημένο διάγραμμα P-V

γ) Να υπολογίσετε τη θερμότητα , το έργο και τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας για κάθε επιμέρους μεταβολή και για τη συνολική μεταβολή.

δ) Να υπολογίσετε την απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί με τις ακραίες θερμοκρασίες της παραπάνω κυκλικής μεταβολής.

Δίνεται: $C_v=\frac{3}{2}R$, $C_p=\frac{5}{2}R$, $\ln 2=0,7$

Απ: α) $P_B=P_\Gamma=4 \cdot 10^5 N/m^2$, $V_B=4 \cdot 10^{-3} m^3$, $V_\Gamma=8 \cdot 10^{-3} m^3$, $T_B=300K$, $T_\Gamma=600K$

γ) $Q_{AB}=Q_{B\Gamma}=Q_{\Gamma A}=Q_{ολ}$, $W_{AB}=W_{B\Gamma}=W_{\Gamma A}=W_{ολ}=\Delta U_{AB}=\Delta U_{B\Gamma}=\Delta U_{\Gamma A}=\Delta U_{ολ}$ δ) $e_c=0,5$

43. Ιδανικό αέριο, σταθεράς $\gamma=4/3$, βρίσκεται αρχικά στη κατάσταση A(P_0, V_0, T_0) και υφίσταται διαδοχικά τις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_B=4V_0$.

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_\Gamma=32V_0$.

ΓΔ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει $T_\Delta=T_0$.

ΔΑ: Ισόθερμη συμπίεση και επιστροφή στην αρχική του κατάσταση.

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των μεταβλητών P, V, T στις καταστάσεις ισορροπίας Β,Γ,Δ.

β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα P-V της κυκλικής μεταβολής.

γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης θερμικής μηχανής που λειτουργεί με τη παραπάνω κυκλική μεταβολή ($\ln 2=0,7$)

δ) Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης μηχανής Carnot, η οποία λειτουργεί μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών.

Απ: γ) $e=0,45$ δ) $e=0,75$

44. Θερμική μηχανή περιέχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου η οποία βρίσκεται στη κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας $A(P_0, V_0, T_0)$ και παθαίνει διαδοχικά τις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι την κατάσταση Β στην οποία η πυκνότητα ελαττώνεται στη μισή τιμή

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση μέχρι την κατάσταση Γ, όγκου $V_\Gamma = 16V_0$ ($\gamma = 5/3$)

ΓΔ: Μεταβολή κατά την οποία μένει αμετάβλητη η εσωτερική του ενέργεια

ΔΑ: Ισόχωρη μεταβολή

α) Να γίνει το διάγραμμα P-V της παραπάνω κυκλικής μεταβολής

β) Να υπολογιστούν τα έργα των μεταβολών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, καθώς και το ολικό έργο της κυκλικής μεταβολής ($\ln 2 = 0,7$)

γ) Να υπολογιστεί η απορροφούμενη θερμότητα από τη θερμή δεξαμενή ($C_V = 3R/2$)

δ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής

ε) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot η οποία λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών

Απ: $\beta) W_{AB} = P_0 V_0, W_{B\Gamma} = 2,25 P_0 V_0, W_{\Gamma\Delta} = -1,4 P_0 V_0, W_{\Delta A} = 0, W_{ολ} = 1,85 P_0 V_0$

$\gamma) Q_h = 3,25 P_0 V_0$ $\delta) e = \frac{37}{65}$ $\epsilon) e_c = \frac{3}{4}$

45. Στον κύκλο ΑΒΓΔΑ μίας θερμικής μηχανής Carnot η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη εκτόνωση. Ισχύει $T_h = 4T_c$.

α) Να υπολογίσετε την απόδοση της μηχανής

β) Αν το έργο του αερίου στη μεταβολή ΑΒ είναι $W_{AB} = 200J$, να υπολογίσετε το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο και την ισχύ της μηχανής, αν κάθε κύκλος διαρκεί χρόνο $\Delta t = 0,1s$

γ) Αν για το αέριο της μηχανής ισχύει $\gamma = 5/3$, να αποδείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις, $V_\Gamma = 8V_B$ και $P_B = 32P_\Gamma$

Απ: $a) e = 0,75$

$\beta) W_{ολ} = 150J, P = 1500W$

Θέματα εξετάσεων

46. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής υφίσταται μία κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις εξής επιμέρους αντιστρεπτές μεταβολές:

I. Από τη κατάσταση Α, όπου η πίεση του αερίου είναι $P_A = 160N/m^2$, εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι τη κατάσταση Β, στην οποία ο όγκος του είναι $V_B = 8 m^3$.

II. Ψύχεται ισόχωρα μέχρι τη κατάσταση Γ.

III. Συμπιέζεται αδιαβατικά μέχρι τη κατάσταση Α.

Για την αδιαβατική μεταβολή ΓΑ δίνεται ότι ισχύει $PV^\gamma = 160N \cdot m^3$ με $\gamma = 5/3$.

α) Να αποδώσετε σε άξονες P-V την παραπάνω κυκλική μεταβολή.

β) Να υπολογίσετε το έργο για κάθε μια από τις επιμέρους μεταβολές, καθώς και το ολικό έργο.

γ) Να υπολογίσετε τη θερμότητα για κάθε μια από τις επιμέρους μεταβολές.

δ) Να υπολογίσετε το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

$$\text{Δίνονται: } C_p = \frac{5}{2} R, C_v = \frac{3}{2} R$$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1995

Απ: β) $W_{AB}=1120 \text{ J}$, $W_{BF}=0 \text{ J}$, $W_{FA}=-180 \text{ J}$, $W_{OA}=940 \text{ J}$ γ) $Q_{AB}=2800 \text{ J}$, $Q_{BF}=-1860 \text{ J}$, $Q_{FA}=0 \text{ J}$ δ) $e=47/140$

47. Ιδανικό μονατομικό αέριο εκτελεί κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις εξής αντιστρεπτές μεταβολές:

I. Από τη κατάσταση ισορροπίας 1, με $P_1=3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και $V_1=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ εκτονώνεται ισοβαρώς στη κατάσταση 2 με $V_2=3V_1$

II. Από τη κατάσταση 2 ψύχεται ισόχωρα στη κατάσταση 3, και

III. Από τη κατάσταση 3 συμπιέζεται ισόθερμα στη αρχική κατάσταση 1

Αν η ποσότητα του αερίου είναι $n=3/R \text{ mole}$, ζητείται:

α) να παρασταθούν γραφικά οι παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα P-V.

β) να βρεθεί ο λόγος $(\Delta U_{1,2}/\Delta U_{2,3})$ της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή εκτόνωση προς τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας κατά τη ισόχωρη ψύξη.

γ) να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης ιδανικής μηχανής Carnot που θα λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών της παραπάνω κυκλικής μεταβολής.

δ) να βρεθεί το ολικό ποσό θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια μιας τέτοιας κυκλικής μεταβολής, αν το ποσό του έργου κατά την ισόθερμη συμπίεση του αερίου είναι $W_{3,1} = -1318 \text{ J}$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2001

Απ: β) $\Delta U_{1,2}/\Delta U_{2,3}=-1$ γ) $e_c=2/3$ δ) $Q_{OA}=1082 \text{ J}$

48. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α με όγκο $V_A=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και πίεση $P_A=8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Από την κατάσταση Α, υποβάλλεται διαδοχικά στις παραπάνω αντιστρεπτές μεταβολές:

I. ισόχωρη ψύξη ΑΒ μέχρις ότου η πίεσή του να γίνει $P_B = \frac{P_A}{2}$

II. ισοβαρή εκτόνωση ΒΓ μέχρις ότου ο όγκος γίνει $V_\Gamma = 2V_A$

III. ισόχωρη ψύξη ΓΔ μέχρις ότου η πίεσή του να γίνει $P_\Delta = \frac{P_B}{2}$

Αν τα mole του αερίου είναι $n = \frac{4}{R}$ (S.I), όπου R η παγκόσμια σταθερά των αερίων σε

J/(mole.K), και $C_v = \frac{3}{2} R$ ζητείται:

α) να παραστήσετε γραφικά την παραπάνω σειρά αντιστρεπτών μεταβολών στο ίδιο διάγραμμα P-V.

β) να υπολογίσετε το έργο κατά τη μετάβαση του αερίου από την κατάσταση Α στη κατάσταση Δ ακολουθώντας τη διαδρομή Α Β Γ Δ.

γ) να υπολογίσετε την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την μετάβαση του από την κατάσταση A στη κατάσταση Γ.

δ) να υπολογίσετε την ολική ποσότητα θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά την μετάβαση του από την κατάσταση A στη κατάσταση Δ ακολουθώντας τη διαδρομή A B Γ Δ.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 9/2001

Απ: β) $W=1600J$ γ) $\Delta U=0$ δ) $Q=-8000J$

49. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A με όγκο $V_A=10^{-3}m^3$ και θερμοκρασία $T_A=900K$. Από την κατάσταση A, υποβάλλεται διαδοχικά στις παραπάνω αντιστρεπτές μεταβολές:

I. ισόθερμη εκτόνωση AB μέχρι την κατάσταση B, με όγκο $V_B=1,5 \cdot 10^{-3}m^3$

II. ισόχωρη ψύξη ΒΓ μέχρι την κατάσταση Γ, με θερμοκρασία $T_\Gamma=600K$

III. ισοβαρή συμπίεση ΓΔ μέχρι την κατάσταση Δ, με όγκο ίσο με τον αρχικό όγκο V_A και

IV. ισόχωρη θέρμανση ΔΑ μέχρι την αρχική κατάσταση A.

Αν τα mole του αερίου είναι $n=1/R$ (S.I), όπου R η παγκόσμια σταθερά των αερίων σε $J/(mole \cdot K)$ και το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο στην ισόθερμη εκτόνωση είναι $Q_{AB}=365J$, ζητείται:

α) να παρασταθεί γραφικά (ποιοτικά) η παραπάνω κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα P-V

β) να υπολογιστεί η πίεση στην κατάσταση B και η απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση Δ

γ) να υπολογιστεί το ολικό έργο στην παραπάνω κυκλική μεταβολή

δ) να βρεθεί η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας κατά τη μετάβαση του αερίου από τη κατάσταση Z στην κατάσταση Γ, αν Z είναι σημείο της ισόχωρης ΔΑ στο οποίο η πίεση P_Z είναι ίση με την πίεση P_B .

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 5/2001

Απ: β) $P_B=6 \cdot 10^5 N/m^2$, $T_\Delta=400K$ γ) $W_{ολ}=165J$ δ) $\Delta U=0$

50. Ποσότητα $n=\frac{2}{R}$ mole ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση

θερμοδυναμικής ισορροπίας A με εσωτερική ενέργεια $U_A=1200J$. Από την κατάσταση A το αέριο υποβάλλεται διαδοχικά στις παραπάνω αντιστρεπτές μεταβολές:

I. ισόχωρη θέρμανση AB μέχρι την κατάσταση B, με πίεση $P_B=3P_A$

II. ισοβαρή εκτόνωση ΒΓ μέχρι την κατάσταση Γ, με όγκο $V_\Gamma=2V_A$

III. ισόχωρη ψύξη ΓΔ μέχρι την κατάσταση Δ

IV. ισοβαρή συμπίεση ΔΑ μέχρι την αρχική κατάσταση A.

α) να παρασταθεί γραφικά (ποιοτικά) η παραπάνω κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα P-V

β) να υπολογίσετε την απόλυτη θερμοκρασία της κατάστασης A

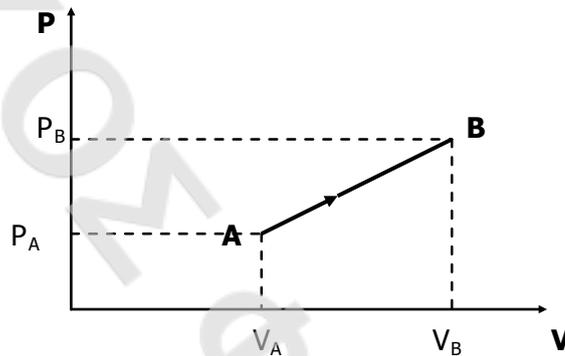
γ) να υπολογίσετε την εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση B

δ) να υπολογίσετε το συνολικό έργο κατά την παραπάνω κυκλική μεταβολή

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 9/2002

Απ: β) $T_A=400\text{ K}$ γ) $U_B=3600\text{ J}$ δ) $W_{ολ}=1600\text{ J}$

51. Ιδανικό μονατομικό αέριο ποσότητας $n=\frac{2}{R}$ mole βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A με όγκο $V_A=2\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$ και πίεση $P_A=10^5\text{ N/m}^2$. Από την κατάσταση A, υποβάλλεται στην αντιστρεπτή μεταβολή του σχήματος απορροφώντας ποσό θερμότητας $Q=1200\text{ J}$ μέχρι να βρεθεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B με όγκο $V_B=2V_A$ και πίεση $P_B=2P_A$.



Να βρεθούν:

- α) η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A
- β) η μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας
- γ) το έργο που παράγεται κατά τη μεταβολή

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ 2003

Απ: α) $T_A=100\text{ K}$ β) $\Delta U=900\text{ J}$ γ) $W=300\text{ J}$

52. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A με όγκο V_A και πίεση $P_A=10^6\text{ N/m}^2$. Από την κατάσταση A, υποβάλλεται διαδοχικά στις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές:

- I. ισοβαρή εκτόνωση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B με όγκο $V_B=4V_A$, κατά την οποία το αέριο παράγει έργο $W_{A,B}=3\cdot 10^3\text{ J}$
- II. αδιαβατική εκτόνωση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ με όγκο V_Γ και πίεση P_Γ .
- III. ισόθερμη συμπίεση μέχρι την κατάσταση A.

Ζητείται:

- α) να παραστήσετε (ποιοτικά) τις παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα P-V.
- β) να υπολογίσετε την τιμή του όγκου V_A .
- γ) να υπολογίσετε την τιμή του λόγου $u_{ε\text{NB}}/u_{ε\text{N}\Gamma}$, όπου $u_{ε\text{NB}}$ και $u_{ε\text{N}\Gamma}$ οι ενεργές ταχύτητες των ατόμων του αερίου στις καταστάσεις B και Γ αντίστοιχα.
- δ) να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που αποδίδεται από το αέριο στο περιβάλλον κατά την ισόθερμη συμπίεση $\Gamma \rightarrow A$, όταν ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής που λειτουργεί διαγράφοντας τον παραπάνω κύκλο είναι $e=0,538$.

Δίνονται : $C_p = \frac{5}{2}R$ και $C_v = \frac{3}{2}R$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002

Απ: β) $V_A = 10^{-3} m^3$ γ) $u_{εB}/u_{εΓ} = 2$ δ) $Q_{ΓA} = -3465J$

53. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας Α σε θερμοκρασία $T_A = 400K$, πίεση $P_A = 4 \cdot 10^5 N/m^2$ και όγκο $V_A = 10^{-3} m^3$. Από τη κατάσταση αυτή το αέριο υποβάλλεται στις παρακάτω διαδοχικές μεταβολές:

I. Ισοβαρή θέρμανση ΑΒ, μέχρι τη κατάσταση ισορροπίας Β με όγκο $V_B = 2 \cdot 10^{-3} m^3$.

II. Αδιαβατική ψύξη ΒΓ, μέχρι τη κατάσταση ισορροπίας Γ με όγκο $V_Γ = 3,2 \cdot 10^{-3} m^3$ και πίεση $P_Γ = 10^5 N/m^2$.

α) να παρασταθούν γραφικά (ποιοτικά) οι παραπάνω μεταβολές σε P-V διάγραμμα.

β) να υπολογιστεί η θερμοκρασία του αερίου στη κατάσταση Β

γ) να υπολογιστεί το παραγόμενο έργο κατά την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ

δ) να υπολογιστεί η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

Δίνονται: $\gamma = 5/3$ και $C_v = \frac{3}{2}R$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

Απ: β) $T_B = 800 K$ γ) $W_{AB} = 400 J$ δ) $\Delta U_{AΓ} = -120 J$

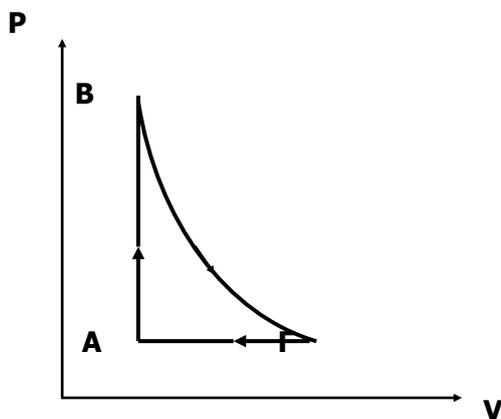
54. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται στη κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α υπό πίεση $P_A = 10^5 N/m^2$ και όγκο $V_A = 10^{-3} m^3$. Από την κατάσταση Α το αέριο υποβάλλεται στις πιο κάτω τρεις διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές:

i) ισόχωρη θέρμανση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β

ii) αδιαβατική εκτόνωση από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ με όγκο $V_Γ = 8 \cdot 10^{-3} m^3$.

iii) ισοβαρή ψύξη από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση Α.

Το ποιοτικό διάγραμμα P-V των πιο πάνω μεταβολών φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

- α)** το έργο που καταναλώνει το αέριο κατά την ισοβαρή ψύξη ΓΑ
β) το ποσό της θερμότητας που αποβάλλει το αέριο στο περιβάλλον κατά την ισοβαρή ψύξη ΓΑ
γ) την πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β
δ) την τιμή του λόγου $\frac{K_{\Gamma}}{K_A}$, όπου K_{Γ} και K_A είναι οι μέσες μεταφορικές κινητικές ενέργειες των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Γ και Α αντίστοιχα.

Δίνεται: $C_p = \frac{5}{2}R$, $\gamma = \frac{5}{3}$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

Απ: α) $W_{\Gamma A} = -700 \text{ J}$ β) $Q_{\Gamma A} = -1750 \text{ J}$ γ) $P_B = 32 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ δ) $\frac{K_{\Gamma}}{K_A} = 8$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

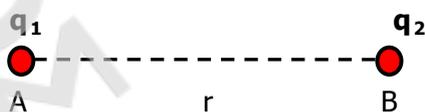
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΛΛΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ,
ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ
ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ – Φυσικός

ΗΛΙΑΣΚΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων

Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σημειακά φορτία q_1 και q_2 τα οποία βρίσκονται στις θέσεις A και B. Τα φορτία αυτά αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με ηλεκτρικές δυνάμεις που είναι διατηρητικές δυνάμεις. Κάθε φορά όμως που ορισμένα σώματα αλληλεπιδρούν με διατηρητικές δυνάμεις, αποταμιεύεται στο σύστημά τους ενέργεια που ονομάζεται **δυναμική ενέργεια**. Άρα και στο σύστημα των δύο αυτών φορτίων είναι αποταμιευμένη δυναμική ενέργεια. Αυτή είναι ίση με την ενέργεια (έργο) που ξοδέψαμε για να τοποθετήσουμε τα φορτία στα σημεία A και B, μεταφέροντάς τα ένα-ένα από πολύ μακριά ώστε να μην αλληλεπιδρούν αρχικά. Αποδεικνύεται λοιπόν ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο αυτών φορτίων ισούται με:

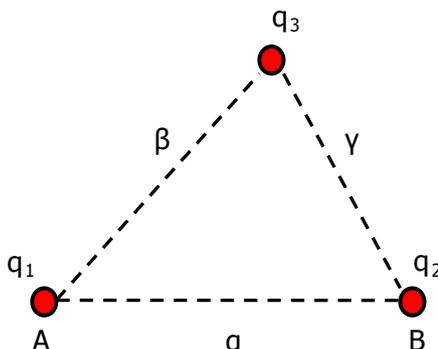


$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

Αν τα φορτία είναι ομώνυμα θα απωθούνται και η δυναμική τους ενέργεια είναι θετική, ενώ αν τα φορτία είναι ετερόνυμα θα έλκονται και η δυναμική τους ενέργεια θα είναι αρνητική. Επομένως αν ένα σύστημα έχει θετική δυναμική ενέργεια επικρατούν οι απωστικές δυνάμεις οπότε διαλύεται από μόνο του, ενώ αν έχει αρνητική δυναμική ενέργεια επικρατούν οι ελκτικές δυνάμεις οπότε χρειάζεται να καταβάλουμε ενέργεια για να διαλυθεί το σύστημα.

Δυναμική ενέργεια συστήματος τριών σημειακών φορτίων

Στην περίπτωση που έχουμε τρία σημειακά φορτία, τα χωρίζουμε σε τρία ζευγάρια και υπολογίζουμε την δυναμική ενέργεια του κάθε ζεύγους ξεχωριστά. Τελικά προσθέτουμε τα τρία αποτελέσματα και βρίσκουμε την δυναμική ενέργεια του συστήματος.



Οπότε η δυναμική ενέργεια του συστήματος θα ισούται με:

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{\alpha} + K_c \frac{q_1 q_3}{\beta} + K_c \frac{q_3 q_2}{\gamma}$$

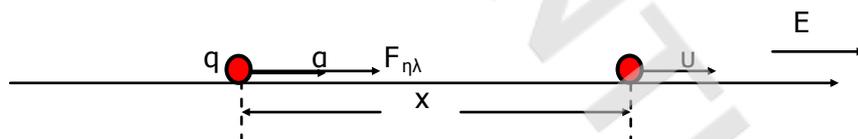
ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Γενικά

Ένα φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο q και μάζα m βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E , το οποίο δημιουργείται μεταξύ των φορτισμένων οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή τάσης V , οι οποίοι απέχουν απόσταση d . Αν θεωρήσουμε ότι η μοναδική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο είναι η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου $F_{\eta\lambda}$ (η οποία είναι σταθερή), θα αποκτήσει μια σταθερή επιτάχυνση η οποία θα υπολογιστεί από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m} \Leftrightarrow \alpha = \frac{qE}{m} \Leftrightarrow \alpha = \frac{qV}{md}$$

Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα



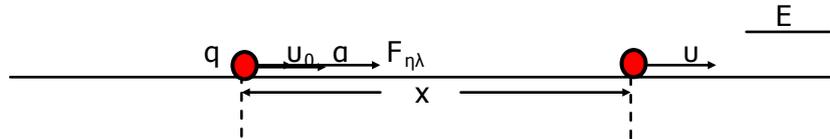
Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς την κατεύθυνση της $F_{\eta\lambda}$, οπότε ισχύουν οι τύποι:

$$v = \alpha \cdot t$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

Κίνηση με αρχική ταχύτητα παράλληλη στις δυναμικές γραμμές

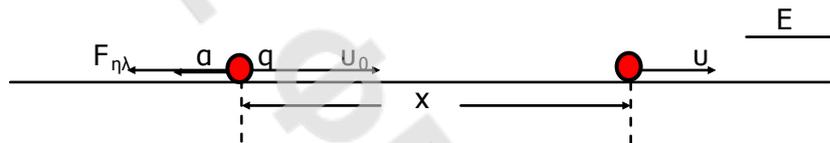
Στην περίπτωση αυτή διακρίνουμε δύο περιπτώσεις ανάλογα με το αν η δύναμη είναι ομόρροπη ή αντίρροπη της αρχικής ταχύτητας. Πιο αναλυτικά έχουμε:



Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς την κατεύθυνση της u_0 , οπότε ισχύουν οι τύποι:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



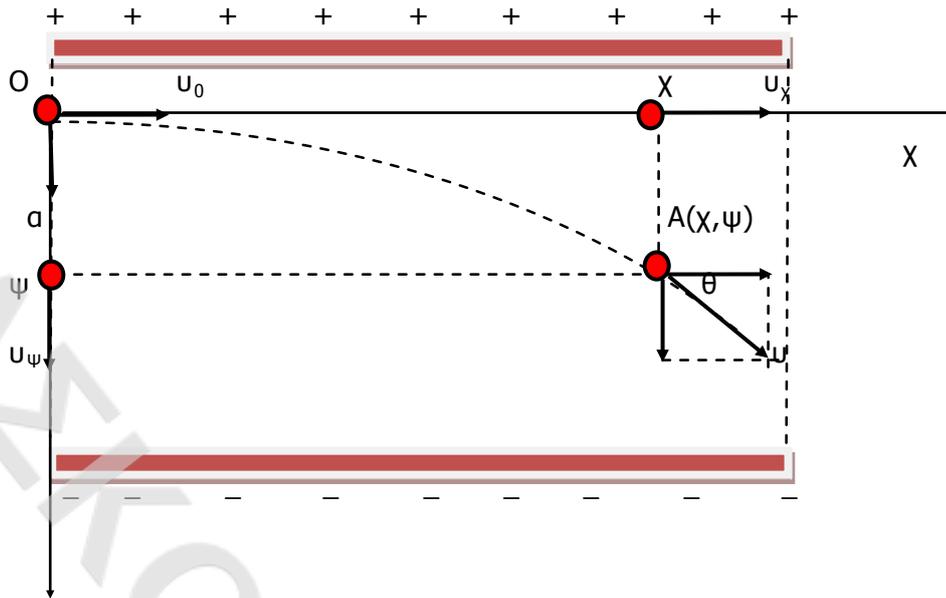
Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση προς την κατεύθυνση της u_0 , οπότε ισχύουν οι τύποι:

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Κίνηση με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές

Η περίπτωση αυτή αντιμετωπίζεται ακριβώς όπως η οριζόντια βολή ενός σώματος, δηλαδή θεωρούμε ότι πρόκειται για σύνθετη κίνηση η οποία αποτελείται από δύο απλούστερες κινήσεις, μια ευθύγραμμη ομαλή κατά την διεύθυνση της u_0 (άξονας Οχ) και μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα κατά την διεύθυνση της $F_{ηλ}$ (άξονας Οψ). Αφού λοιπόν προσδιορίσουμε την θέση και την ταχύτητα του σώματος κάποια χρονική στιγμή στις δύο αυτές υποθετικές κινήσεις, μπορούμε στη συνέχεια να προσδιορίσουμε την θέση και την ταχύτητα του σώματος στην πραγματικότητα.



Για την κίνηση στο άξονα Ox ισχύει:

$$x = v_0 \cdot t$$

$$v_x = v_0$$

Για την κίνηση στον άξονα $O\psi$ ισχύει:

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$v_\psi = \alpha \cdot t$$

Στην πραγματικότητα η θέση του σωματιδίου θα είναι στο σημείο A του επιπέδου με συντεταγμένες τους αριθμούς x και ψ , δηλαδή $A(x, \psi)$ και η ταχύτητά του θα είναι η συνισταμένη των ταχυτήτων v_x και v_ψ . Δηλαδή η ταχύτητα του σωματιδίου θα έχει μέτρο και κατεύθυνση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_\psi^2}$$

$$\epsilon\varphi\theta = \frac{v_\psi}{v_x}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος δύο σημειακών φορτίων που βρίσκονται σε ορισμένη απόσταση μεταξύ τους είναι:
 - α) πάντοτε θετική
 - β) πάντοτε αρνητική
 - γ) άλλοτε θετική και άλλοτε αρνητική
 - δ) είναι θετική όταν τα φορτία είναι ετερόσημα.
2. Αν U_A είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος δύο πρωτονίων που βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους και U_B είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος δύο ηλεκτρονίων που επίσης βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, τότε είναι:
 - α) $U_A > 0$ και $U_B < 0$
 - β) $U_A < 0$ και $U_B > 0$
 - γ) $U_A = -U_B$
 - δ) $U_A = U_B$
3. Ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο συγκρατούνται ακίνητα σε απόσταση r . Αν διπλασιάσουμε αυτήν την απόσταση τότε, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος δύο σημειακών φορτίων:
 - α) θα μειωθεί
 - β) θα μηδενιστεί.
 - γ) θα αυξηθεί
 - δ) θα παραμείνει σταθερή
4. Θεωρούμε δύο ηλεκτρόνια τα (1) και (2). Το ηλεκτρόνιο (1) αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και το ηλεκτρόνιο (2) μπαίνει στο ίδιο πεδίο με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές του γραμμές. Τότε:
 - α) το ηλεκτρόνιο (1) θα πραγματοποιήσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και το ηλεκτρόνιο (2) θα διαγράψει παραβολική τροχιά.
 - β) το ηλεκτρόνιο (1) θα πραγματοποιήσει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και το ηλεκτρόνιο (2) θα διαγράψει παραβολική τροχιά.
 - γ) το ηλεκτρόνιο (1) δεν δέχεται δύναμη από το πεδίο, ενώ το ηλεκτρόνιο (2) δέχεται.
 - δ) οι δυνάμεις που δέχονται τα δύο ηλεκτρόνια είναι κάθετες μεταξύ τους.

Θέματα εξετάσεων

5. Έστω σύστημα τριών ομόσημα φορτισμένων σωματιδίων. Αν διπλασιάσουμε το φορτίο του καθενός σωματιδίου διατηρώντας τις θέσεις τους σταθερές, τότε η ολική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωματιδίων θα:

- α) παραμένει η ίδια
- β) διπλασιασθεί
- γ) τριπλασιασθεί
- δ) τετραπλασιασθεί

6. Δύο ομόσημα φορτία q_1 και q_2 βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους. Αν τα φορτία τοποθετηθούν σε απόσταση $2r$, η δυναμική τους ενέργεια:

- α) διπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) τετραπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερή.

7. Φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από φορτισμένο επίπεδο πυκνωτή, με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου και εξέρχεται από αυτό. Ο χρόνος παραμονής του σωματιδίου στο ηλεκτρικό πεδίο εξαρτάται από:

- α) τη μάζα του σωματιδίου
- β) την τάση του πυκνωτή
- γ) το φορτίο του σωματιδίου
- δ) την ταχύτητα εισόδου του σωματιδίου.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- 1.** Ένα αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο μπορεί να τεθεί σε κίνηση από ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.
- 2.** Ένα ηλεκτρόνιο που κινείται κατά τη φορά μιας δυναμικής γραμμής ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- 3.** Ένα πρωτόνιο εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Τότε θα διαγράψει παραβολική τροχιά.
- 4.** Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι πάντα θετική.

Θέματα εξετάσεων

- 5.** Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος δύο ετερόνυμων σημειακών φορτίων που βρίσκονται σε ορισμένη απόσταση μεταξύ τους είναι θετική.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Ένα πρωτόνιο και ένα σωματίδιο α εισέρχονται με την ίδια ταχύτητα u_0 στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο επίπεδου πυκνωτή, κάθετα προς τις κατακόρυφες δυναμικές γραμμές του. Να αποδείξετε ότι κατά την έξοδό τους από το πεδίο η κατακόρυφη απόκλιση του πρωτονίου είναι διπλάσια της αντίστοιχης του σωματιδίου α . Δίνεται ότι: $q_\alpha = 2q_p$ και $m_\alpha = 4m_p$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Δυναμική ενέργεια δύο ή περισσότερων σημειακών φορτίων

- ✓ Το δυναμικό σε κάποιο σημείο A ηλεκτρικού πεδίου που απέχει απόσταση r από την πηγή του πεδίου Q, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$V_A = K_C \cdot \frac{Q}{r^2}$$

- ✓ Αν το ηλεκτρικό πεδίο έχει παραπάνω από μια πηγές Q_1, Q_2, \dots τότε τα δυναμικά στα σημεία A και B υπολογίζονται αν προσθέσουμε αλγεβρικά τα δυναμικά στα σημεία αυτά που οφείλονται σε κάθε πηγή ξεχωριστά.

$$\text{π.χ: } V_A = \sum_{i=1}^{i=N} V_{A,i} = V_{A,1} + V_{A,2} + \dots$$

- ✓ Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός φορτίου q που βρίσκεται μέσα σε ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τον τύπο:

$$U = q \cdot V_A$$

- ✓ Όταν λέμε «ενέργεια που απαιτείται» εννοούμε την ελάχιστη ενέργεια για να συμβεί η μετακίνηση. Δηλαδή θα πρέπει στο τέλος της μετακίνησης τα φορτία να έχουν μηδενική ταχύτητα.
- ✓ Όταν έχουμε σύστημα πολλών φορτίων η δυναμική ενέργεια κάποιου από αυτά δεν ταυτίζεται με την δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων. Αυτό θα συμβεί μόνο στη περίπτωση που το σύστημα απαρτίζεται από δύο φορτία.

1. Δύο σημειακά φορτία $Q_1 = +4 \mu\text{C}$ και $Q_2 = -2 \mu\text{C}$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- α) τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων,
- β) την ενέργεια που απαιτείται για να διπλασιαστεί η απόσταση των δύο φορτίων.

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Απ: α) -1,8J β) 0,9J

2. Τρία σημειακά φορτία $Q_1 = +2 \mu\text{C}$, $Q_2 = +1 \mu\text{C}$ και Q_3 συγκρατούνται ακίνητα στις κορυφές ABΓ ενός ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς $a = 0,1\text{m}$. Η ηλεκτρική

δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων ισούται με $4,5 \cdot 10^{-2} \text{J}$. Να υπολογίσετε:

α) το φορτίο Q_3 ,

β) τη δυναμική ενέργεια του φορτίου Q_3 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με τα άλλα φορτία,

γ) την ενέργεια που απαιτείται για να μετακινηθεί το φορτίο Q_3 από την κορυφή Γ που βρίσκεται στο άπειρο χωρίς να μετακινηθούν τα άλλα δύο φορτία.

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Απ: α) $-0,5 \cdot 10^{-6} \text{C}$ β) $-0,135 \text{J}$ γ) $-0,135 \text{J}$

Κίνηση ενός φορτίου

✓ Όταν ένα σημειακό φορτίο κινείται μέσα σε χώρο που υπάρχει ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε να εφαρμόσουμε είτε το **Θ.Μ.Κ.Ε** ($K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W$), είτε την **Α.Δ.Μ.Ε** ($K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$). Το ίδιο ισχύει επίσης αν συνυπάρχει και το ομογενές βαρυτικό πεδίο της γης. Πάντως δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, γιατί η επιτάχυνση του σωματιδίου δεν είναι σταθερή.

✓ Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο q εκτοξεύεται προς ή από ακλόνητο σημειακό φορτίο Q και δέχεται απωστική δύναμη και άρα επιβραδύνεται, τότε φτάνει σε ελάχιστη απόσταση από το Q όταν η ταχύτητά του μηδενιστεί.

✓ Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που δέχεται ένα σημειακό φορτίο q κατά τη μετακίνησή του από ένα σημείο Α σε ένα άλλο σημείο Β του ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_{F_{\eta\lambda}} = q(V_A - V_B)$$

Στον παραπάνω τύπο όλα τα μεγέθη αντικαθίστανται με το πρόσημό τους.

✓ Το έργο της βαρυτικής δύναμης εφόσον αυτή θεωρείται σταθερή δίνεται από τον τύπο:

$$W = \pm m \cdot g \cdot h$$

όπου h είναι η υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης του σώματος.

✓ Η βαρυτική δυναμική ενέργεια μιας μάζας μέσα στο ομογενές βαρυτικό πεδίο της γης δίνεται από τον τύπο:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

όπου h είναι το ύψος του σώματος από το έδαφος ή από οποιοδήποτε άλλο

βολικό οριζόντιο επίπεδο στο οποίο θεωρούμε αυθαίρετα ότι η δυναμική ενέργεια μηδενίζεται.

- ✓ Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται.

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F$$

3. Δύο μικρές σφαίρες A και B ίδιας μάζας m έχουν ίσα ηλεκτρικά φορτία $+Q$ η κάθε μία και συγκρατούνται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο σε απόσταση r μεταξύ τους. Αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα B να κινηθεί. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας B, όταν η απόσταση μεταξύ των σφαιρών είναι $4r$. Η βαρυτική αλληλεπίδραση των σφαιρών δεν λαμβάνεται υπ' όψιν.

Εφαρμογή: $m=10^{-2}$ Kg , $Q=2 \cdot 10^{-6}$ C , $r=0,15$ m , $k_c=9 \cdot 10^9$ Nm²/C²

Απ: $u_B=6$ m/s

4. Δύο σημειακά φορτία $Q_1=-2$ μ C και $Q_2=-4$ μ C διατηρούνται ακλόνητα σε σημεία A και B μιας ευθείας χ'χ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση d . Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων ισούται με $U=+0,24$ J.

α) Να υπολογίσετε την απόσταση των φορτίων Q_1 και Q_2 .

β) Τοποθετούμε στο μέσο M του τμήματος AB σωματίδιο φορτίου $q=-2$ μ C και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

(i) Να διερευνήσετε προς τα πού θα κινηθεί το σωματίδιο q και να υπολογίσετε την αρχική δυναμική του ενέργεια

(ii) Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διανύσει το σωματίδιο q μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Δίνεται: $k_c=9 \cdot 10^9$ Nm²/C²

Απ. α) $d=0,3$ m

β) (i) προς το Q_1 , $U=+0,72$ J

(ii) $S=0,05$ m

5. Ακλόνητο σημειακό φορτίο $Q=+1$ μ C βρίσκεται σε σημείο A και απέχει απόσταση $d=10$ cm από μικρό σώμα μάζας $m=10^{-8}$ Kg και φορτίου q το οποίο είναι ακλόνητο σε σημείο B. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων ισούται με $U=+0,18$ J.

α) Να υπολογίσετε το φορτίο q του μικρού σώματος

β) Αφήνουμε το μικρό σώμα ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει.

Δίνεται: $k_c=9 \cdot 10^9$ Nm²/C²

Απ. α) $q=+2$ μ C

β) $u_{max}=6000$ m/s

6. Ένα πρωτόνιο εκτοξεύεται από πολύ μεγάλη απόσταση, με ταχύτητα μέτρου u_0 , κατά μήκος της ευθείας που το ενώνει με το σωματίδιο α (πυρήνας He) το οποίο θεωρούμε ότι δε μπορεί να κινηθεί.

α) Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων.

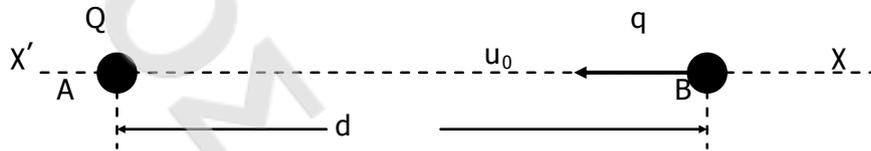
β) Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των σωματιδίων, όταν το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου γίνει $u = u_0/2$

Δίνονται $q_p = e$, $q_\alpha = 2e$, k_c , m_p

Απ: α) $x_{min} = 16k_c e^2 / 3m_p u_0^2$

β) $x = 4k_c e^2 / m_p u_0^2$

7. Ακλόνητο σημειακό φορτίο $Q = -2\mu\text{C}$ βρίσκεται σε σημείο A μιας ευθείας $\chi\chi'$. Από σημείο B της ίδιας ευθείας που απέχει από το A απόσταση $d = 60\text{cm}$, εκτοξεύουμε μικρό σώμα φορτίου $q = -1\mu\text{C}$ και μάζας $m = 3 \cdot 10^{-3}\text{Kg}$ με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10\text{m/s}$ και κατεύθυνση προς το φορτίο Q. Να υπολογίσετε:



α) την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο φορτία

β) την δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων όταν απέχουν μεταξύ τους την ελάχιστη απόσταση

γ) το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q τη στιγμή που τα δύο φορτία απέχουν μεταξύ τους την ελάχιστη απόσταση.

Απ. α) $x_{min} = 0,1\text{m}$

β) $U = +18 \cdot 10^{-2}\text{J}$

γ) $dp/dt = 1,8\text{N}$

8. Σε ένα σημείο A βρίσκεται ακλόνητο φορτίο $Q = 10\mu\text{C}$. Από σημείο B που απέχει $r_1 = 0,2\text{m}$ από το A εκτοξεύεται φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 10^{-3}\text{Kg}$ και φορτίου $q = -1\mu\text{C}$. Να βρείτε:

α) την μέγιστη απόσταση από το A στην οποία θα φθάσει το σωματίδιο, αν εκτοξευθεί με ταχύτητα $u_0 = 20\text{m/s}$, με διεύθυνση την ευθεία AB και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από το A.

β) την ελάχιστη ταχύτητα u με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί το σωματίδιο ώστε να διαφύγει από την έλξη του Q.

Δίνεται: $k_c = 9 \cdot 10^9\text{Nm}^2/\text{C}^2$

Απ: α) $x_{max} = 0,36\text{m}$

β) $u = 30\text{m/s}$

9. Δύο σημειακά φορτία $Q_1 = +2\mu\text{C}$ και Q_2 διατηρούνται ακλόνητα σε σημεία A και B μιας ευθείας $\chi\chi'$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 20\text{cm}$. Η μάζα του φορτίου Q_1 είναι $m = 9 \cdot 10^{-2}\text{Kg}$. Εκτοξεύουμε το φορτίο Q_1 με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 4\text{m/s}$ και διεύθυνση ίδια με αυτή της ευθείας $\chi\chi'$ με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να

απομακρύνεται από το φορτίο Q_2 το οποίο είναι ακλόνητο. Η ταχύτητα του φορτίου Q_1 μηδενίζεται αφού διανύσει διάστημα $d_1=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- α)** το φορτίο Q_2
β) την ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο Q_1 ώστε εκτοξεύοντας το από το σημείο A να διαφύγει από την έλξη του φορτίου Q_2
Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. **α)** $Q_2=-16\mu\text{C}$ **β)** $K=1,44\text{J}$

10. Ακλόνητο σημειακό φορτίο $q_1=+4\mu\text{C}$ είναι τοποθετημένο σε σημείο A. Γύρω από το φορτίο περιστρέφεται, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $r=10^{-4}\text{m}$, ένα σωματίδιο φορτίου $q_2=-4\mu\text{C}$ και μάζας $m=4\cdot 10^{-9}\text{Kg}$. Να υπολογίσετε:

- α)** τη ταχύτητα περιστροφής του σωματιδίου
β) τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων
γ) την ολική ενέργεια του συστήματος
δ) την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο σωματίδιο, ώστε να ξεφύγει από την έλξη του q_1 .
Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ: **α)** $v=6\cdot 10^5 \text{ m/s}$ **β)** $U=-1440\text{J}$ **γ)** $E=-720\text{J}$ **δ)** $E_{\text{πρ}}=720\text{J}$

11. Σε ένα σημείο A ενός οριζόντιου μονωτικού επιπέδου διατηρείται ακλόνητο ένα σημειακό φορτίο $Q=+2\cdot 10^{-6}\text{C}$. Στην ίδια κατακόρυφο με το φορτίο Q και σε απόσταση $d=0,3\text{m}$ από αυτό, αφήνουμε ελεύθερο ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,1\text{Kg}$ και φορτίου $q=+2\cdot 10^{-5}\text{C}$.

- α)** προς τα πού θα κινηθεί το μικρό σώμα
β) σε ποια μέγιστη απόσταση πάνω από το οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει το μικρό σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ: **α)** προς τα πάνω **β)** $h_{\text{max}}=1,5\text{m}$

12. Σημειακό φορτίο $Q=-2\mu\text{C}$ είναι ακλόνητα στερεωμένο σ' ένα σημείο A ενός οριζόντιου μονωτικού δαπέδου. Από σημείο Σ της κατακόρυφου που περνά από το σημείο A και απέχει $d=50\text{cm}$ από αυτό, αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί μικρή φορτισμένη σφαίρα μάζας $m=1,8\cdot 10^{-3}\text{Kg}$ και φορτίου $q=-1\mu\text{C}$.

- α)** Να διερευνήσετε προς τα πού θα κινηθεί η μικρή σφαίρα.
β) Να βρείτε το σημείο στο οποίο η μικρή σφαίρα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά της.
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας της μικρής σφαίρας.
Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. **α)** προς τα πάνω **β)** $r=1\text{m}$ **γ)** $u_{\text{max}}=\sqrt{10} \text{ m/s}$

Κίνηση δύο φορτίων

- ✓ Όταν κινούνται δύο φορτισμένα σωματίδια εξαπίας της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης, θα έχουμε δύο ζητούμενα με αποτέλεσμα να χρειαστούν δύο εξισώσεις. Αυτές είναι:
 - α) η Α.Δ.Μ.Ε για το σύστημα των δύο σωματιδίων,
 - β) η Α.Δ.Ο ($\rho_{ολ,αρχ} = \rho_{ολ,τελ}$)
- ✓ Όταν εκτοξεύσουμε το ένα σωματίδιο προς το άλλο σωματίδιο και αυτά απωθούνται, τότε το ένα θα αρχίσει να επιβραδύνεται και το άλλο που ήταν αρχικά ακίνητο θα αρχίσει να επιταχύνεται. Τα δύο σωματίδια θα πλησιάσουν στην ελάχιστη δυνατή απόσταση μεταξύ τους όταν οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν.

13. Δύο μικρά φορτισμένα σώματα με μάζες $m_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{Kg}$ και $m_2 = 10^{-4} \text{Kg}$ και φορτία $q_1 = -4 \mu\text{C}$ και $q_2 = -2 \mu\text{C}$ αντίστοιχα, διατηρούνται ακίνητα απέχοντας μεταξύ τους απόσταση $d = 30 \text{cm}$. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας κάθε σώματος τη στιγμή που παύουν να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Δίνεται: $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. $u_1 = 20 \text{m/s}$, $u_2 = 60 \text{m/s}$

14. Δύο μικρά φορτισμένα σώματα με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 10^{-3} \text{Kg}$ και ίσα φορτία $q_1 = q_2 = +2 \mu\text{C}$ αντίστοιχα, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,5 \text{m}$ και διατηρούνται ακίνητα. Τα δύο σώματα αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας κάθε σώματος τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση γίνεται διπλάσια της αρχικής. Δίνεται: $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. $u_1 = 6 \text{m/s}$, $u_2 = 6 \text{m/s}$

15. Σε δύο σημεία Α και Β ενός οριζώντιου και λείου μονωτικού δαπέδου συγκρατούνται ακίνητα δύο μικρά σώματα (1) και (2) με μάζες $m_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{Kg}$ και $m_2 = 10^{-2} \text{Kg}$ αντίστοιχα. Τα σώματα είναι φορτισμένα με φορτία $q_1 = q_2 = +10^{-5} \text{C}$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 1 \text{m}$. Αν τα δύο σώματα αφεθούν ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν, να υπολογίσετε για τη στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (2) είναι $u_2 = 4 \text{m/s}$:

α) το μέτρο της ορμής του σώματος (1)

β) τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Δίνεται: $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. α) $p_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$

β) $U = 44 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

16. Δύο μικρά σώματα με φορτία $q_1=+1\mu\text{C}$ και $q_2=-1\mu\text{C}$ συγκρατούνται ακίνητα απέχοντας μεταξύ τους απόσταση $d=0,5\text{m}$. Αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα τα δύο σώματα οπότε αυτά αρχίζουν να κινούνται και αποκτούν ταχύτητες που έχουν κάθε στιγμή ίσα μέτρα.

α) Να αποδείξετε ότι τα δύο μικρά σώματα έχουν ίσες μάζες

β) Να υπολογίσετε τη κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων την στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση γίνεται ίση με το μισό της αρχικής.

γ) Να υπολογίσετε τη κινητική ενέργεια του κάθε σώματος την στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση γίνεται ίση με το μισό της αρχικής.

Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. $\alpha) K_{ολ} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

$\beta) K_1 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}, K_2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

17. Μικρό σώμα φορτίου $q_1=+4\cdot 10^{-5}\text{C}$ και μάζας $m_1=0,2\text{g}$ ηρεμεί σε σημείο A απουσία δύναμης. Από πολύ μακριά εκτοξεύουμε ένα άλλο μικρό σώμα μάζας $m_2=0,6\text{g}$ και φορτίου $q_2=+2\cdot 10^{-5}\text{C}$ προς το πρώτο με ταχύτητα $u_0=400\text{m/s}$.



α) Να εξηγήσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσουν τα δύο σώματα μέχρι τη στιγμή που θα πλησιάσουν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση

β) Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σώματα

γ) Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των δύο σωμάτων όταν βρεθούν ξανά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους.

Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ: $\beta) x_{min} = 0,6\text{m}$

$\gamma) u_1 = 600\text{m/s}, u_2 = 200\text{m/s}$

18. Μικρό φορτισμένο σώμα (1) μάζας $m_1=4\cdot 10^{-6}\text{Kg}$ και φορτίου $q_1=+0,5\mu\text{C}$ είναι ακίνητο σε σημείο A απουσία δύναμης. Δεύτερο μικρό φορτισμένο σώμα (2) μάζας $m_2=m_1$ και φορτίου $q_2=+2\mu\text{C}$ εκτοξεύεται από το άπειρο με ταχύτητα u_0 προς το σώμα (1). Αν η ελάχιστη απόσταση που πλησιάζουν μεταξύ τους τα δύο σώματα ισούται με $x_{min}=0,1\text{m}$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 .

Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. $u_0 = 300 \text{ m/s}$

19. Δύο μικρά φορτισμένα σωματίδια (1) και (2) με μάζες $m_1=10^{-6}\text{Kg}$ και $m_2=4\cdot 10^{-6}\text{Kg}$ και φορτία $q_1=-2\mu\text{C}$ και $q_2=-4\mu\text{C}$ αντίστοιχα, διατηρούνται ακίνητα απέχοντας μεταξύ τους απόσταση $d=3\text{m}$. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε το σωματίδιο (1) με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=200\text{m/s}$ προς το σωματίδιο (2), ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε το σωματίδιο (2) ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογίσετε:

α) τη μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων τη στιγμή της εκτόξευσης του σωματιδίου (1)

β) το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους ελάχιστη απόσταση

γ) τη μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που αποκτά το σύστημα των δύο σωματιδίων

δ) την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σωματίδια
Δίνεται: $k_c=9\cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Απ. α) $E=44\cdot 10^{-3} \text{ J}$ β) $u=40\text{m/s}$ γ) $U_{\max}=40\cdot 10^{-3} \text{ J}$ δ) $x_{\min}=1,8\text{m}$

ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Η διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου

✓ Όταν ζητάμε την ταχύτητα του φορτισμένου σωματιδίου ή την μετατόπισή του και δεν μας δίνεται η επιτάχυνσή του και ο χρόνος κίνησης, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.

✓ Συνήθως τη διαφορά δυναμικού (V_A-V_B) μεταξύ δύο σημείων της τροχιάς του σωματιδίου, τη βρίσκουμε με τη βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε.

✓ Για να υπολογίζουμε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ δύο σημείων A και B έχουμε τρεις επιλογές.

(i) Τη χρήση του τύπου $W_{F_{\eta\lambda}} = \pm F_{\eta\lambda} \cdot (AB)$ επειδή η $F_{\eta\lambda}$ είναι σταθερή δύναμη,

(ii) τη χρήση του γενικού τύπου $W_{F_{\eta\lambda}} = q \cdot (V_A - V_B)$,

(iii) τη χρήση του Θ.Μ.Κ.Ε. $\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_{\eta\lambda}}$, εφόσον το βάρος του σωματιδίου θεωρείται αμελητέο.

✓ Όταν η εκφώνηση μας λέει ότι ένα φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται (από την ηρεμία) από τάση V και θέλουμε να βρούμε την ταχύτητα που θα αποκτήσει όταν βγει από το πεδίο είναι προτιμότερο να εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. ως εξής:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_{\eta\lambda}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |q| \cdot V \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|V}{m}}$$

20. Δύο παράλληλες κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=10\text{cm}$ και είναι φορτισμένες με τάση $V=45,5\text{V}$. Από μία μικρή τρύπα στη θετικά φορτισμένη πλάκα εισέρχεται ηλεκτρόνιο με αρχική ταχύτητα u_0 παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Να υπολογιστούν :

α) η ελάχιστη τιμή του μέτρου της u_0 ώστε το ηλεκτρόνιο να φτάσει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα.

β) ο χρόνος κίνησης του ηλεκτρονίου μέχρι να φτάσει στην αρνητική πλάκα.

Δίνεται το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου $q_e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}\text{Kg}$.

Απ: **α)** $u_{0,\min}=4 \cdot 10^6\text{ m/s}$, **β)** $t=5 \cdot 10^{-8}\text{ s}$

21. Αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας m εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου u_0 σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, έντασης E από μία οπή του θετικά φορτισμένου οπλισμού. Η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι d . Να βρείτε:

α) την ελάχιστη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των πλακών, ώστε το σωματίδιο να φτάνει στην αρνητική πλάκα.

i) με ταχύτητα ίση με μηδέν

ii) με ταχύτητα μέτρου $u=u_0/2$

β) το χρόνο κίνησης του σωματιδίου, σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

Δίνονται τα μεγέθη m , q , u_0 , d .

Απ: **α)** $V=mu_0^2/2q$, $V=3mu_0^2/8q$ **β)** $t=2d/u_0$, $t=4d/3u_0$

22. Ένα αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-8}\text{Kg}$ και φορτίου $q=-2\text{mC}$ εκτοξεύεται από σημείο Α ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου με ταχύτητα μέτρου $u_0=10^3\text{m/s}$ παράλληλη στις δυναμικές γραμμές. Το σωματίδιο εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση και τελικά σταματά στιγμιαία σε σημείο Β μετά από χρόνο $t_1=10^{-5}\text{s}$ από τη στιγμή της εκτόξευσής του. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου

β) τη διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$.

Απ. **α)** $E=500\text{ N/C}$ **β)** $V_A - V_B=2,5\text{ V}$

23. Μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών ενός επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Ο πυκνωτής βρίσκεται υπό τάση $V=40\text{V}$ και οι οπλισμοί του απέχουν απόσταση $d=4\text{cm}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω από σημείο Κ, του αρνητικού οπλισμού ένα σωματίδιο μάζας $m=10^{-7}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+2\mu\text{C}$ με ταχύτητα u_0 .

α) Να υπολογίσετε την ελάχιστη ταχύτητα εκτόξευσης του σωματιδίου, ώστε αυτό να φτάσει στον θετικό οπλισμό.

β) Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια κίνησης του σωματιδίου μέχρι να επιστρέψει στο σημείο Κ, αν εκτοξευτεί με την ταχύτητα του προηγούμενου ερωτήματος.

γ) Αν το σωματίδιο εκτοξευτεί με την μισή ταχύτητα από το ίδιο σημείο Κ, να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσει στον θετικό οπλισμό και την

διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Delta$, όπου Δ το σημείο που το σωματίδιο σταματά στιγμιαία.

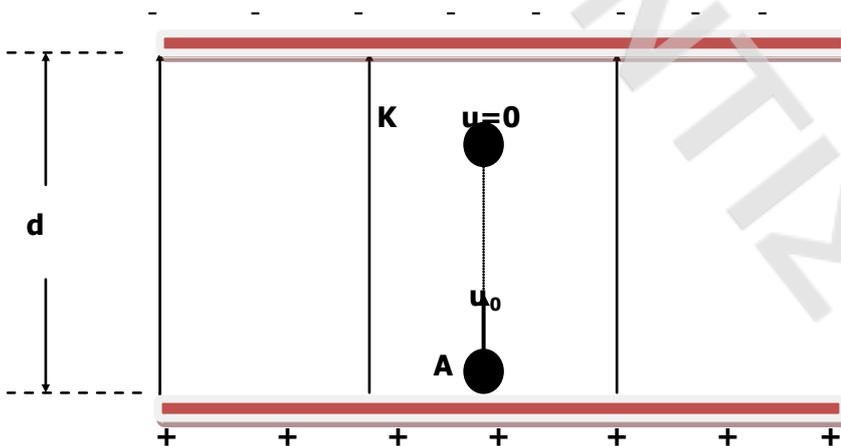
Απ. α) $u_{min}=40 \text{ m/s}$ β) $t=4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ γ) $x_{min}=3 \text{ cm}$, $V_K - V_\Delta = -10 \text{ V}$

24. Ένα φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο $q=3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ και μάζας $m=6,7 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ εκτοξεύεται από σημείο A που βρίσκεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή με ταχύτητα μέτρου $u_0=8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ και με φορά προς το θετικό οπλισμό. Το σωματίδιο μόλις που δεν έρχεται σε επαφή με το θετικό οπλισμό και τελικά διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης μετά από χρόνο $t_1=5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Να υπολογίσετε:

- α)** το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου
- β)** την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή καθώς και το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
- γ)** το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή που συναντά τον αρνητικό οπλισμό
- δ)** το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη στιγμή που φτάνει στον αρνητικό οπλισμό

Απ. α) $a=3,2 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$ β) $d=2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $E=6,7 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ γ) $W=21,44 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
 δ) $u=8 \sqrt{2} \cdot 10^4 \text{ m/s}$

25. Από το σημείο A του θετικού οπλισμού ενός επίπεδου πυκνωτή εκτοξεύεται ένα σωματίδιο μάζας $m=10^{-8} \text{ Kg}$ και φορτίου $q=-2 \mu\text{C}$ με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=300 \text{ m/s}$ και κατεύθυνσης ίδιας με αυτή των δυναμικών γραμμών. Οι οπλισμοί του πυκνωτή απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=20 \text{ cm}$ και η ηλεκτρική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda}=3 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Να υπολογίσετε:



- α)** το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
- β)** τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου A και του σημείου K, όπου το σωματίδιο σταματά στιγμιαία
- γ)** την ελάχιστη απόσταση στην οποία το σωματίδιο πλησιάζει τον αρνητικό οπλισμό

δ) τον συνολικό χρόνο κίνησης του σωματιδίου, μέχρι αυτό να ξαναφτάσει στο σημείο από όπου το εκτοξεύσαμε.

Απ. α) $E=1500 \text{ N/C}$ β) $\Delta V=225V$ γ) $x_{\min}=5\text{cm}$ δ) $t=2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

26. Φορτισμένη σταγόνα λαδιού μάζας m και φορτίου $q=-4\mu\text{C}$ ισορροπεί στο μέσο K της απόστασης μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών ενός επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή. Η τάση του πυκνωτή είναι $V=20V$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι $d=20\text{cm}$.

α) Να υπολογίσετε τη μάζα της σταγόνας

β) Διπλασιάζουμε ακαριαία τη τάση του πυκνωτή.

(i) Να βρείτε προς τα πού θα αρχίσει να κινείται η σταγόνα του λαδιού.

(ii) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητάς της, τη στιγμή που θα φτάσει στον ένα από τους δύο οπλισμούς.

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$

Απ. α) $m=4 \cdot 10^{-5} \text{ Kg}$ β) προς τα πάνω , $u=\sqrt{2} \text{ m/s}$.

Η διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου

✓ Χρόνος παραμονής στο ηλεκτρικό πεδίο: (t_1)

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος για να βρούμε το χρόνο παραμονής είναι ο τύπος $x = v_0 \cdot t$, διότι όταν το σωματίδιο φτάσει στο σημείο εξόδου έχει διανύσει οριζόντια απόσταση $x=L$ κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά.

$$L = v_0 \cdot t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{L}{v_0}$$

Ένας άλλος τρόπος είναι όταν γνωρίζουμε την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου από το πεδίο.

$$v_{\psi,1} = a \cdot t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{v_{\psi,1}}{a}$$

✓ Απόκλιση (εκτροπή) στην έξοδο από το ηλεκτρικό πεδίο: (y_1)

Για να βρούμε την εκτροπή του σωματιδίου στην έξοδό του από το πεδίο, χρησιμοποιούμε τον τύπο $y = \frac{1}{2} a \cdot t^2$, διότι όταν το σωματίδιο φτάσει στο σημείο εξόδου μετά από χρόνο $t=t_1$, έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση $y = y_1$ κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα.

$$y_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

✓ Ταχύτητα στην έξοδο από το ηλεκτρικό πεδίο: (\bar{v}_1)

Βρίσκουμε τις δύο συνιστώσες της ταχύτητας τη στιγμή της εξόδου από τους τύπους $v_{1,x} = v_0$ και $v_{1,y} = at_1$ και στη συνέχεια υπολογίζουμε το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας από του τύπους

$$v_1 = \sqrt{v_{1,x}^2 + v_{1,y}^2} \quad , \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{1,y}}{v_{1,x}}$$

Αν μας ενδιαφέρει μόνο το μέτρο της ταχύτητας εξόδου τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_{\eta\lambda}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = |q| \cdot V \Leftrightarrow$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2|q|V}{m}}$$

✓ Γωνιακή εκτροπή στην έξοδο από το ηλεκτρικό πεδίο: (θ)

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από πεδίο είναι η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας εξόδου με τη διεύθυνση της ταχύτητας εισόδου και βρίσκεται από τη σχέση

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{1,y}}{v_{1,x}}$$

✓ Εξίσωση της τροχιάς: ($y=f(x)$)

Η εξίσωση της τροχιάς βρίσκεται αν πάρουμε τις εξισώσεις που δίνουν τη θέση του σωματιδίου πάνω στους δυο άξονες μια τυχαία χρονική στιγμή και απαλείψουμε το χρόνο.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = v_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2}at^2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}at^2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}a \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 \Leftrightarrow y = \frac{a}{2v_0^2} \cdot x^2$$

Η εξίσωση της τροχιάς είναι της μορφής $y = Cx^2$ ($C = \text{σταθερό}$) οπότε η τροχιά που διαγράφει το σωματίδιο είναι παραβολική.

- ✓ Μέγιστη τάση πυκνωτή ώστε το σωματίδιο να εξέλθει από το ηλεκτρικό πεδίο:
Υποθέτουμε ότι το σωματίδιο εξέρχεται από το πεδίο και γράφουμε τον τύπο υπολογισμού της εκτροπής του στην έξοδο

$$y_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2} \frac{|q| \cdot V}{m \cdot d} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

Στη συνέχεια γράφουμε την ανισότητα $y_1 \leq d_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{|q| \cdot V}{m \cdot d} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \leq d_1$ την οποία λύνουμε ως προς την τάση V.

- ✓ Ελάχιστη ταχύτητα εισόδου ώστε το σωματίδιο να εξέλθει από το ηλεκτρικό πεδίο:

Υποθέτουμε ότι το σωματίδιο εξέρχεται από το πεδίο και γράφουμε τον τύπο υπολογισμού της εκτροπής του στην έξοδο

$$y_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2} \frac{|q| \cdot V}{m \cdot d} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

Στη συνέχεια γράφουμε την ανισότητα $y_1 \leq d_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{|q| \cdot V}{m \cdot d} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \leq d_1$ την οποία λύνουμε ως προς την ταχύτητα εισόδου u_0 .

27. Από σημείο Ο ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών ενός επιπέδου πυκνωτή εκτοξεύεται ένα σωματίδιο ειδικού φορτίου $\frac{q}{m} = 100 \text{ C/Kg}$, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10^3 \text{ m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή που έχουν μήκος $L = 1 \text{ m}$, δημιουργείται πεδίο έντασης $E = 10^4 \text{ N/C}$. Το σωματίδιο εξέρχεται από τον πυκνωτή με ταχύτητα u_1 .

α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα εξόδου u_1 .

β) Να γράψετε την εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου και να εξετάσετε αν το σωματίδιο διέρχεται από το σημείο $M(0,1 \text{ m} , 0,005 \text{ m})$

Απ. $a) u_1 = 1000 \sqrt{2} \text{ m/s} , \theta = 45^\circ$ $\beta) y = 0,5 x^2 , \text{ ναι}$

28. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 10^{-5} \text{ Kg}$ και φορτίου $q = +4 \mu\text{C}$ εισέρχεται από σημείο Ο σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που έχει ένταση μέτρου $E = 10^4 \text{ N/C}$, με ταχύτητα u_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το πεδίο εκτείνεται σε απόσταση $L = 40 \text{ cm}$ και το σωματίδιο εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα u_1 που σχηματίζει γωνία $\theta = 45^\circ$ με τη διεύθυνση της ταχύτητας εισόδου. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας εισόδου

β) την απόσταση των σημείων εισόδου και εξόδου του σωματιδίου από το πεδίο

γ) την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου

Απ. α) $u_0=40\text{m/s}$ β) $y=0,2\sqrt{5}\text{ m}$ γ) $\Delta V=2000\text{V}$

29. Από σημείο Ο μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών ενός επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου $u_0=100\text{m/s}$ παράλληλη στους οπλισμούς ένα σωματίδιο μάζας $m=10^{-6}\text{Kg}$ και φορτίου $q=-2\mu\text{C}$. Το μήκος των οπλισμών ισούται με $L=40\text{cm}$, η απόσταση μεταξύ τους είναι $d=10\text{cm}$ και το σημείο Ο απέχει από το θετικό οπλισμό απόσταση $d_1=8\text{cm}$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της τάσης φόρτισης του πυκνωτή, ώστε το σωματίδιο να εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

Απ. $V_{\max}=500\text{V}$

30. Οι οπλισμοί ενός επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή έχουν μήκος $L=0,5\text{m}$, είναι οριζόντιοι και ανάμεσά τους δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-6}\text{Kg}$ εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου $u_0=10^4\text{m/s}$ παράλληλη στους οπλισμούς και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα u . Αν η ηλεκτρική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο πεδίο ισούται με $F_{\eta\lambda}=200\text{N}$, να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου

β) την ταχύτητα εξόδου u

Απ. α) $a=2\cdot 10^8\text{ m/s}^2$ β) $u=\sqrt{2}\cdot 10^4\text{ m/s}$, $\theta=45^\circ$

31. Ένα φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t=0$ στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από έναν επίπεδο πυκνωτή με οριζόντιους οπλισμούς, με ταχύτητα μέτρου u_0 παράλληλη στους οπλισμούς του και τη χρονική στιγμή $t_1=10^{-3}\text{s}$ εξέρχεται από αυτό. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας εξόδου του σωματιδίου από το πεδίο έχει μέτρο $u_x=300\text{m/s}$, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα έχει μέτρο $u_y=400\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας εισόδου u_0

β) την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο.

Απ. α) $u_0=300\text{m/s}$ β) $y=0,2\text{m}$

32. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=2\cdot 10^{-10}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+2\mu\text{C}$ εισάγεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή, με ταχύτητα μέτρου $u_0=8\cdot 10^3\text{m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με τάση $V=2400\text{V}$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι $d=10\text{cm}$. Το σωματίδιο εξέρχεται από το

πεδίο μετά από χρόνο $t_1=2,5 \cdot 10^{-5}$ s από τη στιγμή της εισόδου του σε αυτό. Να υπολογίσετε:

- α)** την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο
- β)** την κινητική ενέργεια εξόδου του σωματιδίου από το πεδίο
- γ)** το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που δέχθηκε το σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο πεδίο.

Απ. $a) \gamma=75\text{mm}$ $\beta) K=10^2 \text{ J}$ $\gamma) W=36 \cdot 10^4 \text{ J}$

33. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-9}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+4\mu\text{C}$ εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή, με ταχύτητα μέτρου $u_0=3 \cdot 10^3\text{m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Οι οπλισμοί απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=25 \text{ cm}$ και έχουν μήκος $L=30\text{cm}$. Το σωματίδιο εισέρχεται από σημείο Α που απέχει από το θετικό οπλισμό απόσταση $d_1=5\text{cm}$ και εξέρχεται εφαιπτομενικά από τον αρνητικό οπλισμό. Να υπολογίσετε:

- α)** το χρόνο κίνησης του σωματιδίου στο ηλεκτρικό πεδίο
- β)** την τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή
- γ)** την ταχύτητα εξόδου του σωματιδίου από το πεδίο

Απ. $a) t=10^4 \text{ s}$ $\beta) V=2500 \text{ V}$ $\gamma) u=5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta=4/3$

34. Φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m}=100\text{C/Kg}$ εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή μήκους $L=20\text{cm}$, με ταχύτητα μέτρου u_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το σωματίδιο εισέρχεται στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t=0$ και εξέρχεται από αυτό τη στιγμή $t_1=2 \cdot 10^{-3}\text{s}$, έχοντας υποστεί κατακόρυφη εκτροπή $\gamma_1=10\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- α)** το μέτρο της ταχύτητας u_0
- β)** την εξίσωση τροχιάς του σωματιδίου
- γ)** τη γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο.

Απ. $a) u_0=100\text{m/s}$ $\beta) \gamma=2,5x^2$ $\gamma) \theta=45^0$

35. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=4 \cdot 10^{-8}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+3\mu\text{C}$ εισέρχεται από σημείο Α στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E , που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή, με ταχύτητα μέτρου $u_0=10^3\text{m/s}$, κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το ηλεκτρικό πεδίο εκτείνεται σε μήκος $L=2\text{cm}$ στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας. Το σωματίδιο εξέρχεται από το πεδίο από σημείο Γ με ταχύτητα u_1 η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία $\phi=60^0$ με τη διεύθυνση της ταχύτητας εισόδου. Να υπολογίσετε:

- α)** το μέτρο της ταχύτητας εξόδου
- β)** τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου από το πεδίο
- γ)** την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου κατά την έξοδό του από το πεδίο
- δ)** την απόσταση ΑΓ μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου.

Απ. α) $u_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ β) $\Delta V = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$ γ) $y = \sqrt{3} \text{ cm}$ δ) $d = \sqrt{7} \text{ cm}$

36. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Kg}$ και φορτίου $q = +2 \mu\text{C}$ εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E = 16 \cdot 10^5 \text{ N/C}$, που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή μήκους $L = 20 \text{ cm}$, με ταχύτητα μέτρου u_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το σωματίδιο εξέρχεται από το πεδίο με κινητική ενέργεια που είναι διπλάσια της κινητικής ενέργειας εισόδου. Να υπολογίσετε:

- α) τη γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο
 β) το μέτρο της ορμής του σωματιδίου τη στιγμή της εισόδου του στο πεδίο
 γ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο πεδίο.

Απ. α) $\theta = 45^\circ$ β) $p = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$ γ) $dp/dt = 3,2 \text{ N}$

37. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 10^{-6} \text{ Kg}$ και φορτίου $q = +2 \mu\text{C}$ εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή μήκους $L = 20 \text{ cm}$, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 40 \text{ m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου δίνεται από

τον τύπο $y = \frac{5}{4} x^2 \text{ (S.I.)}$. Να υπολογίσετε:

- α) την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου κατά την έξοδό του από το πεδίο
 β) το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
 γ) το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που δέχθηκε το σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο πεδίο.

Απ. α) $y = 5 \text{ cm}$ β) $E = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ γ) $W = 2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

38. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 10^{-9} \text{ Kg}$ και φορτίου $q = +1 \mu\text{C}$ εισέρχεται από σημείο Ο σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή μήκους $L = 40 \text{ cm}$, που είναι φορτισμένος με τάση $V = 6000 \text{ V}$, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Οι οπλισμοί απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 20 \text{ cm}$. Το σωματίδιο εξέρχεται από σημείο Β του πεδίου. Να υπολογίσετε:

- α) το χρόνο κίνησης του σωματιδίου στο πεδίο
 β) την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου κατά την έξοδό του από το πεδίο
 γ) την ταχύτητα εξόδου
 δ) την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου.

Απ. α) $t = 10^{-4} \text{ s}$ β) $y = 15 \text{ cm}$ γ) $u = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, $\epsilon\phi\theta = 3/4$ δ) $\Delta V = 4500 \text{ V}$

39. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-4}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+20\mu\text{C}$ εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=5\cdot 10^3\text{N/C}$, που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 20\text{m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Να υπολογίσετε:

- α)** τη γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο στο σημείο A, στο οποίο η ταχύτητά του είναι $u_1 = \sqrt{2} u_0$
- β)** την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου
- γ)** το χρόνο κίνησης του σωματιδίου στο πεδίο
- δ)** τις συντεταγμένες του σημείου A

Απ. *α)* $\theta=45^\circ$ *β)* $\Delta V=10^3\text{ V}$ *γ)* $t=2\cdot 10^{-2}\text{ s}$ *δ)* $A(0,4\text{ m} , 0,2\text{ m})$

40. Δύο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες έχουν μήκος $d=9\text{cm}$, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $l=3\text{cm}$ και είναι φορτισμένες με τάση $V=10\text{V}$. Τη στιγμή της εισόδου το ηλεκτρόνιο ισαπέχει από τις δύο πλάκες. Να βρείτε:

- α)** την ελάχιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας u_0 , ώστε το ηλεκτρόνιο μόλις να εξέρχεται από το πεδίο.
- β)** το χρόνο κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο.
- γ)** τη ταχύτητα εξόδου.

Δίνεται το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου $q_e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ C}$, $m_e=9,1\cdot 10^{-31}\text{ Kg}$.

Απ: *α)* $u_0=4\cdot 10^6\text{ m/s}$ *β)* $t=0,75\cdot 10^{-8}\text{ s}$ *γ)*

41. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο έχει ειδικό φορτίο $q/m=10^8\text{C/Kg}$ και κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0=10^5\text{m/s}$. Κάποια στιγμή εισέρχεται σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του οποίου η ένταση έχει μέτρο $E=10^3\text{N/C}$ και φορά προς τα κάτω. Μετά από χρόνο $t=10^{-6}\text{s}$ από τη στιγμή εισόδου του σωματιδίου στο πεδίο να βρεθούν:

- α)** η οριζόντια και η κατακόρυφη μετατόπιση του σωματιδίου στο πεδίο
- β)** το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας του σωματιδίου
- γ)** η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου που βρίσκεται το σωματίδιο και του σημείου εισόδου του στο πεδίο

Απ: *α)* $x=0,1\text{ m}$ $\psi=0,05\text{ m}$ *β)* $u=10^5\sqrt{2}\text{ m/s}$, $\theta=45^\circ$ *γ)* $\Delta V=50\text{ V}$

42. Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τάση V_1 και στη συνέχεια εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου από το μέσο της απόστασης d των οριζόντιων και παράλληλων οπλισμών πυκνωτή, μήκους οπλισμών l και τάσης V_2 . Κατά την έξοδό του παρατηρείται κατακόρυφη απόκλιση $d/3$. Να υπολογίσετε το λόγο των τάσεων V_1/V_2 . Δίνεται $l=100d$.

Απ: $V_1/V_2=7500$

43. Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τάση V_1 και εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο παράλληλα των οπλισμών και από το μέσο της απόστασης αυτών d . Εάν το μήκος των οπλισμών είναι l και η τάση του πυκνωτή είναι V_2 , να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της V_1 ώστε το ηλεκτρόνιο να εξέρχεται από το πυκνωτή.

$$\text{Απ: } V_1 \geq \frac{V_2 \cdot l^2}{2d^2}$$

44. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=4 \cdot 10^{-13} \text{Kg}$ και φορτίου $q=9 \cdot 10^{-6} \text{C}$ επιταχύνεται με τάση $V_1=2000 \text{V}$. Στη συνέχεια το σωματίδιο εισέρχεται στο χώρο μεταξύ δύο οριζόντιων πλακών, οι οποίες έχουν μήκος $L=36 \text{cm}$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=27 \text{cm}$. Οι πλάκες είναι ετερόνυμα φορτισμένες και έχουν τάση $V_2=4000 \text{V}$. Αν η ταχύτητα εισόδου του σωματιδίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου, να υπολογιστούν:

α) η ταχύτητα εισόδου του σωματιδίου.

β) ο χρόνος κίνησης του σωματιδίου κατά την έξοδο από το πεδίο.

γ) η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου κατά την έξοδο του από το πεδίο.

δ) η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σωματιδίου μεταξύ των σημείων εξόδου – εισόδου.

ε) η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου – εξόδου.

Το βάρος του σωματιδίου δε λαμβάνεται υπ' όψιν.

$$\text{Απ: } \begin{array}{llll} \text{α)} u_0=3 \cdot 10^5 \text{ m/s} & \text{β)} t=12 \cdot 10^{-7} \text{ s} & \text{γ)} y=24 \text{ cm} & \text{δ)} \Delta K=32 \cdot 10^{-3} \text{ J} \\ \text{ε)} \Delta V=3555 \text{ V} & & & \end{array}$$

43. Το μήκος του κάθε οπλισμού ενός επίπεδου πυκνωτή είναι 10cm και η απόστασή τους είναι 5cm . Οι οπλισμοί του πυκνωτή είναι οριζόντιοι και φορτίζονται με τάση 10V . Σε απόσταση 10cm από το τέλος των οπλισμών του πυκνωτή βρίσκεται κατακόρυφο διάφραγμα. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο πεδίο του πυκνωτή με ταχύτητα $u=4 \cdot 10^5 \text{m/s}$ οριζόντια και κάθετα στο διάφραγμα. Να βρείτε την απόκλιση των ηλεκτρονίων στο διάφραγμα. Δίνεται το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου $q_e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, $m_e=9,1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$.

$$\text{Απ: } y=3,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

44. Δέσμη ηλεκτρονίων επιταχύνεται από τάση $V_0=45 \text{V}$ και αμέσως μετά εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζεται από τους οριζόντιους οπλισμούς επίπεδου πυκνωτή κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Η τάση των οπλισμών του πυκνωτή είναι $V=30 \text{V}$, η μεταξύ τους απόσταση είναι $d=8 \text{cm}$ και το μήκος τους είναι $l=12 \text{cm}$. Βγαίνοντας τα ηλεκτρόνια από το πεδίο εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και πέφτουν πάνω σε φθορίζουσα οθόνη που είναι τοποθετημένη σε απόσταση D από το πλησιέστερο άκρο του πυκνωτή. Η θέση στην οποία πέφτουν είναι μετατοπισμένη κατακόρυφα κατά $\psi=5 \text{cm}$ σε σχέση με την αρχική διεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας εισόδου των ηλεκτρονίων στο ομογενές πεδίο

β) το μέτρο της ταχύτητας εξόδου

γ) την απόσταση D

δ) τη συνολική διάρκεια κίνησης ενός ηλεκτρονίου από τη στιγμή που εισήλθε μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, μέχρι να πέσει πάνω στην οθόνη.

Δίνεται το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Απ: $a) u_0 = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ $\beta) u = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$ $\gamma) D = 4 \text{ cm}$ $\delta) t = 4 \cdot 10^8 \text{ s}$

45. Δύο φορτισμένα σωματίδια (I) και (II) με μάζες $m_1 = 10^{-10} \text{ Kg}$, $m_2 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Kg}$ και φορτία $q_1 = +10^{-6} \text{ C}$, $q_2 = +5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ αντίστοιχα, απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και διατηρούνται ακίνητα. Κάποια στιγμή αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν και αρχίζουν να κινούνται σε οριζόντια διεύθυνση. Φθάνοντας σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους το σωματίδιο (I) εισέρχεται σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που έχει ένταση μέτρου $E = 10^3 \text{ N/C}$, με την οριζόντια ταχύτητα u_1 που απέκτησε από την προηγούμενη κίνησή του. Το σωματίδιο αυτό εξέρχεται από το πεδίο έχοντας διανύσει διάστημα $L = 20 \text{ cm}$ στην αρχική διεύθυνση της κίνησής του και έχοντας υποστεί κατακόρυφη απόκλιση $y_1 = 20 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας u_1

β) το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (II) τη στιγμή που τα δύο σωματίδια φτάνουν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους

γ) την απόσταση d

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

Απ. $a) u_1 = 10^3 \text{ m/s}$ $\beta) u = 500 \text{ m/s}$ $\gamma) d = 0,6 \text{ m}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΔΥΝΑΜΗ LAPLACE,
ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΜΕΣΑ ΣΕ
ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ - Φυσικός

ΗΛΙΑΣΚΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΔΥΝΑΜΗ ΠΟΥ ΑΣΚΕΙ ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ (ΔΥΝΑΜΗ LORENTZ)

□ Η δύναμη Lorentz είναι η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο πάνω σε κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο. Η δύναμη Lorentz έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Μέτρο: $F_L = B \cdot v \cdot q \cdot \eta \mu \varphi$

B: είναι το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου.

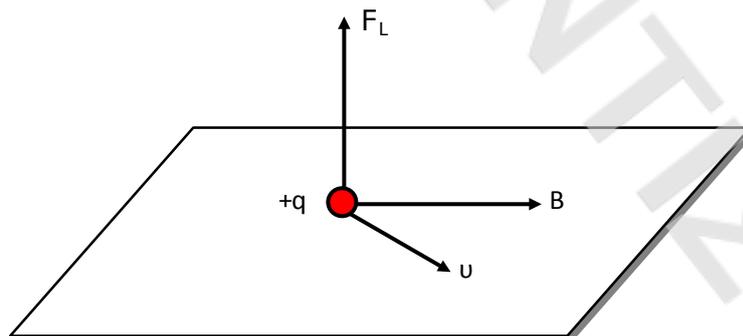
v: είναι το μέτρο της ταχύτητας του φορτισμένου σωματιδίου.

q: είναι η απόλυτη τιμή του φορτίου του σωματιδίου.

φ : είναι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Διεύθυνση: Το διάνυσμα της δύναμης Lorentz είναι ταυτόχρονα κάθετο και στο διάνυσμα της ταχύτητας και στο διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Φορά: Η φορά του διανύσματος της δύναμης Lorentz βρίσκεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό ο αντίχειρας, ο δείκτης και ο μέσος σχηματίζουν ένα τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων. Ο δείκτης είναι πάντα ομόρροπος του \vec{B} , ο αντίχειρας είναι ομόρροπος της ταχύτητας \vec{v} αν το φορτίο είναι θετικό και αντίρροπος της ταχύτητας αν το φορτίο είναι αρνητικό, ενώ ο μέσος μας δείχνει την κατεύθυνση της δύναμης Lorentz.



□ Επειδή η δύναμη Lorentz είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα, θα είναι πάντα κάθετη και στην κάθε στοιχειώδη μετατόπιση του σωματιδίου. Επομένως το στοιχειώδες έργο της δύναμης Lorentz θα είναι μηδέν, άρα και το έργο της για μια πεπερασμένη μετατόπιση θα είναι επίσης μηδέν δηλαδή $W_{F_L} = 0$.

□ Αν εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάποια μετατόπιση του σωματιδίου υπό την επίδραση της δύναμης Lorentz έχουμε:

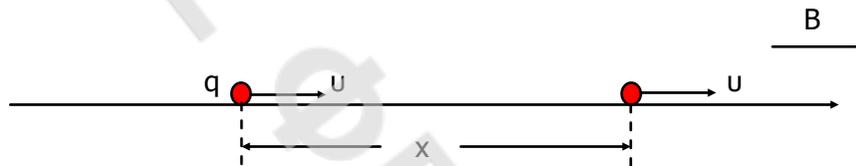
$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow \Delta K = W_{F_L} \Leftrightarrow \Delta K = 0 \Leftrightarrow K = \text{σταθ.}$$

Επομένως όταν ένα σωματίδιο κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο η δύναμη Lorentz που ασκείται πάνω του δεν μεταβάλλει την κινητική του ενέργεια, άρα ούτε και το μέτρο της ταχύτητάς του. Αλλάζει όμως η κατεύθυνση της ταχύτητας του σωματιδίου.

ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Κίνηση παράλληλα στις δυναμικές γραμμές

Αν ένα σωματίδιο κινείται παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές τότε η γωνία φ είναι 0° ή 180° ανάλογα με το αν κινείται ομόρροπα ή αντίρροπα με τις δυναμικές γραμμές. Και στις δύο περιπτώσεις όμως είναι $\eta\mu\varphi=0$ οπότε $F_L=0$. Επομένως στη περίπτωση αυτή το σωματίδιο θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



Το σωματίδιο εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** προς την κατεύθυνση της ταχύτητας, οπότε ισχύουν οι τύποι:

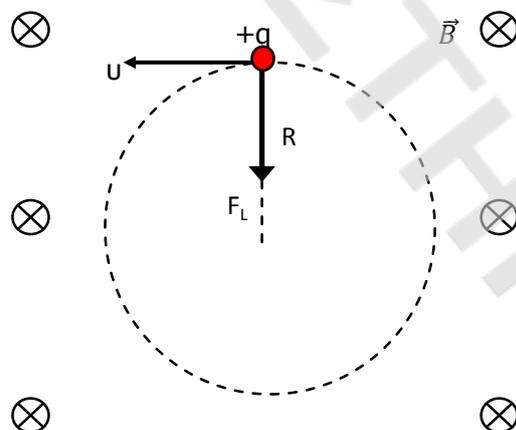
$$v = \text{σταθ.}$$

$$x = v \cdot t$$

Κίνηση κάθετα στις δυναμικές γραμμές

Στη περίπτωση αυτή η δύναμη Lorentz επειδή είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα και ταυτόχρονα διαρκώς κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, δρα ως κεντρομόλος δύναμη και αναγκάζει το σωματίδιο να εκτελέσει **ομαλή κυκλική κίνηση** σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές.

Επειδή $\varphi=90^\circ$ και $\eta\mu 90^\circ=1$, το μέτρο της δύναμης Lorentz θα ισούται με $F_L=Bvq$.



Αποδεικνύεται ότι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς δίνεται από τον τύπο:

$$R = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

Δηλαδή για ένα συγκεκριμένο σωματίδιο σε συγκεκριμένο μαγνητικό πεδίο η ακτίνα της τροχιάς είναι ανάλογη με την ταχύτητα της κίνησης.

Επίσης η περίοδος της κίνησης δίνεται από τον τύπο:

$$T = \frac{2\pi m}{B \cdot q}$$

Δηλαδή ένα συγκεκριμένο σωματίδιο κινούμενο μέσα σε συγκεκριμένο μαγνητικό πεδίο έχει περίοδο που είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας της κίνησης. Έτσι αν στο ίδιο μαγνητικό πεδίο κινούνται π.χ. ηλεκτρόνια κάθετα στις δυναμικές γραμμές που έχουν διαφορετικές ταχύτητες, θα κινούνται σε κυκλικές τροχιές διαφορετικών ακτίνων οι οποίες όμως θα έχουν την ίδια περίοδο.

Συνήθη ερωτήματα

- Χρόνος παραμονής στο μαγνητικό πεδίο: (t_1)

$$\omega = \frac{\varphi}{t_1} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\varphi}{t_1} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\varphi \cdot T}{2\pi}$$

- Μήκος τροχιάς στο μαγνητικό πεδίο: (S)

$$S = v \cdot t_1$$

Κίνηση με τυχαία γωνία ως προς τις δυναμικές γραμμές

- Στην περίπτωση αυτή το σωματίδιο θα εκτελέσει **ελικοειδή κίνηση** με τον άξονα της έλικας να είναι παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές. Η κίνηση αυτή μπορεί να αναλυθεί σε δύο απλούστερες κινήσεις, μια **ομαλή κυκλική κίνηση** σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές και μια **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές.



□ Πιο αναλυτικά αναλύουμε την ταχύτητα v σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη στις δυναμικές γραμμές και μια παράλληλη στις δυναμικές γραμμές και σκεφτόμαστε ως εξής.

Αν το σωματίδιο είχε μόνο την παράλληλη συνιστώσα $v_{||}$ θα εκτελούσε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κατά μήκος της δυναμικής γραμμής και θα ίσχυαν οι τύποι:

$$v_{||} = \text{σταθ.}$$

$$x = v_{||} \cdot t \quad \text{ή} \quad x = v \cdot \sin\phi \cdot t$$

Αν είχε μόνο την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας θα εκτελούσε ομαλή κυκλική κίνηση σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές και θα ίσχυαν οι τύποι:

$$R = \frac{m \cdot v_{\perp}}{B \cdot q} \quad \text{ή} \quad R = \frac{m \cdot v \cdot \eta\mu\phi}{B \cdot q}$$

$$T = \frac{2\pi m}{B \cdot q}$$

□ Σε χρόνο μιας περιόδου το σωματίδιο προχωράει κατά μήκος της δυναμικής γραμμής και κατά ορισμένο μήκος που ονομάζεται **βήμα της έλικας** και ισούται με :

$$\beta = v_{||} \cdot T = v \cdot \sin\phi \cdot \frac{2\pi m}{B \cdot q}$$

Πρακτικά το βήμα τις έλικας μας δείχνει την πυκνότητα των σπειρών της ελικοειδούς τροχιάς.

Συνήθη ερωτήματα

□ Χρόνος παραμονής στο μαγνητικό πεδίο: (t_1)

$$l = v_{\pi} \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{l}{v_{\pi}}$$

$$N = T \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{N}{T}$$

- Μήκος ελικοειδούς τροχιάς: (S)

$$S = v \cdot t_1$$

- Αριθμός περιστροφών μέχρι την έξοδο από το μαγνητικό πεδίο: (N)

$$N = \frac{l}{\beta}$$

$$N = \frac{t_1}{T}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Η διεύθυνση της δύναμης Lorentz:
 - α) συμπίπτει με τη διεύθυνση της ταχύτητας του φορτισμένου σωματιδίου.
 - β) συμπίπτει με τη διεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου.
 - γ) είναι κάθετη στη ταχύτητα φορτισμένου σωματιδίου αλλά όχι και στην ένταση του μαγνητικού πεδίου.
 - δ) είναι κάθετη και στη ταχύτητα φορτισμένου σωματιδίου και στην ένταση του μαγνητικού πεδίου.
2. Ένα νετρόνιο μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η τροχιά που θα διαγράψει το νετρόνιο μέσα στο πεδίο είναι:
 - α) τμήμα κύκλου
 - β) τμήμα παραβολής
 - γ) τμήμα έλλειψης
 - δ) ευθύγραμμη.
3. Ένα σωματίδιο μάζας m και φορτίου q πραγματοποιεί μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B κυκλική κίνηση, της οποίας η συχνότητα:
 - α) εξαρτάται μόνο από το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου.
 - β) είναι ανάλογη της ακτίνας της τροχιάς του σωματιδίου.
 - γ) δεν εξαρτάται ούτε από την ταχύτητα του σωματιδίου, αλλά ούτε και από την ακτίνα της τροχιάς που διαγράφει.
 - δ) είναι αντιστρόφως ανάλογη του μέτρου της ταχύτητας και της ακτίνας της τροχιάς του.
4. Ένα πρωτόνιο μπαίνει μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα κάθετη προς τις δυναμικές του γραμμές. Συνεπώς θα εκτελέσει:
 - α) ομαλή κυκλική κίνηση
 - β) ελικοειδή κίνηση
 - γ) ευθύγραμμη ομαλή
 - δ) ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Θέματα εξετάσεων

5. Φορτισμένο σωματίδιο αμελητέου βάρους εκτοξεύεται με ταχύτητα u παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η κίνησή του εντός του πεδίου είναι:
 - α) ευθύγραμμη ομαλή
 - β) ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
 - γ) ομαλή κυκλική
 - δ) ελικοειδής.

6. Φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα που σχηματίζει γωνία 45° με τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η κίνηση του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

- α) κυκλική
- β) παραβολική
- γ) ευθύγραμμη
- δ) ελικοειδής.

7. Φορτισμένο σωματίδιο αφήνεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο χωρίς αρχική ταχύτητα. Αν η επίδραση του πεδίου βαρύτητας δεν ληφθεί υπόψη, το σωματίδιο:

- α) εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση
- β) παραμένει ακίνητο
- γ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
- δ) εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

8. Φορτισμένο σωματίδιο κινείται με ταχύτητα u μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο παράλληλα με τις δυναμικές του γραμμές. Τότε η δύναμη Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο είναι:

- α) μηδέν
- β) κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας
- γ) παράλληλη και της ίδιας φοράς με την ταχύτητα
- δ) παράλληλη και αντίθετης φοράς με την ταχύτητα.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

9. Ένα φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε μία περιοχή του χώρου όπου δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι στο χώρο αυτό δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

10. Δύο σωματίδια, τα Α και Β, με ίσα φορτία και ίσες κινητικές ενέργειες εισέρχονται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του. Να βρείτε τον λόγο των ακτίνων των τροχιών που διαγράφουν μέσα στο πεδίο, αν ο

λόγος των μαζών τους είναι $\frac{m_A}{m_B} = 4$.

11. Δύο σωματίδια Α και Β με το ίδιο φορτίο εισέρχονται σε χώρο όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Αν για τα μέτρα των δυνάμεων που δέχονται από το μαγνητικό πεδίο ισχύει $F_A = 4F_B$ και τα σωματίδια διαγράφουν κυκλικές τροχιές με ίσες ακτίνες, να υπολογιστούν οι παρακάτω λόγοι:

α) $\frac{u_A}{u_B}$

β) $\frac{m_A}{m_B}$

γ) $\frac{T_A}{T_B}$

Θέματα εξετάσεων

12. Δύο ηλεκτρόνια A και B εισέρχονται κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Αν το μέτρο της ταχύτητας του A είναι μεγαλύτερο από αυτό του B τότε κυκλική τροχιά με μεγαλύτερη ακτίνα θα διαγράψει το ηλεκτρόνιο:

- α) A
- β) B

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Δύο σωματίδια με μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_1=2m_2$ έχουν το ίδιο φορτίο q και διαγράφουν κυκλική τροχιά μέσα στο ίδιο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Ποιο από τα δύο θα εκτελέσει γρηγορότερα μια πλήρη περιστροφή;

- α) το σωματίδιο μάζας m_1
- β) το σωματίδιο μάζας m_2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Δύο ηλεκτρόνια A και B εισέρχονται κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Αν το μέτρο της ταχύτητας του A είναι μικρότερο από αυτό του B, τότε για τις περιόδους περιστροφής T_A και T_B αντίστοιχα ισχύει:

- α) $T_A < T_B$
- β) $T_A = T_B$
- γ) $T_A > T_B$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Δύο πρωτόνια εισέρχονται στο ίδιο ομογενές μαγνητικό πεδίο με ταχύτητες u_1 και u_2 ($u_1 > u_2$) κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου και κινούνται σε κυκλικές τροχιές. Για τις περιόδους περιστροφής ισχύει αντίστοιχα η σχέση:

- α) $T_1 > T_2$
- β) $T_1 = T_2$
- γ) $T_1 < T_2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q , εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου B , με ταχύτητα μέτρου u κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Να αποδείξετε ότι:

α) η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο δίνεται από τη σχέση:

$$R = \frac{mu}{q.B}$$

β) η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σωματιδίου είναι ανεξάρτητη της ταχύτητάς του.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- 15.** Η φορά της δύναμης Lorentz εξαρτάται από το πρόσημο του φορτίου του σωματιδίου.
- 16.** Η δύναμη Lorentz είναι παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου.
- 17.** Ένα αρχικά ακίνητο πρωτόνιο δεν μπορεί να τεθεί σε κίνηση από ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο.
- 18.** Ένα ηλεκτρόνιο που εισέρχεται παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- 19.** Ένα νετρόνιο εισέρχεται κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η κίνηση που θα εκτελέσει θα είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Θέματα εξετάσεων

- 20.** Η επιτάχυνση που αποκτά φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, λόγω της δύναμης από το πεδίο, είναι σταθερή.
- 21.** Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητάς του.
- 22.** Η δύναμη Lorentz που ασκείται σε ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο που βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι διάφορη του μηδενός.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

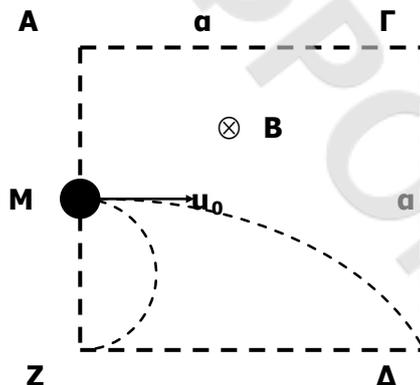
Με ταχύτητα παράλληλη ή κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου

1. Ένα σωματίδιο φορτίου $q=-10\mu\text{C}$ εκτοξεύεται από σημείο Α ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου με ορμή που έχει μέτρο $p=8\cdot 10^{-5}\text{Kg}\cdot\text{m/s}$ και είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η δύναμη που δέχεται το σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο είναι $F_L=16\cdot 10^{-4}\text{N}$ και η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B=4\text{T}$. Να υπολογίσετε:

- α) την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου
β) το χρόνο που χρειάζεται το σωματίδιο για να εκτελέσει 10 περιστροφές

Απ. α) $R=2\text{m}$ β) $t=\pi\text{ s}$

2. Η κάθετη τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B=2\text{T}$ έχει σχήμα τετραγώνου ΑΓΔΖ πλευράς a . Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=16\cdot 10^{-9}\text{Kg}$ και φορτίου $q=-2\mu\text{C}$ εισέρχεται στο πεδίο από το μέσο Μ της πλευράς ΑΖ με ταχύτητα u_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές και στο όριο του πεδίου όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α) Αν το μέτρο της ταχύτητας εισόδου ισούται με $u_0=10\text{m/s}$ τότε το σωματίδιο εξέρχεται από την κορυφή Ζ. Να υπολογίσετε την πλευρά a του τετραγώνου
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας εισόδου ώστε το σωματίδιο να εξέλθει από την κορυφή Δ

Απ. α) $a=0,16\text{m}$ β) $u_0=50\text{m/s}$

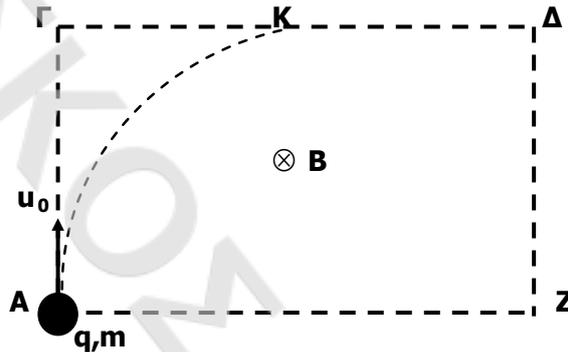
3. Εκτοξεύουμε ένα φορτισμένο σωματίδιο από σημείο Α ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου με ταχύτητα μέτρου $u_0=10\text{m/s}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του, οπότε εκτελεί $N=\frac{5}{\pi}$ περιστροφές σε χρονική διάρκεια $\Delta t=0,5\text{s}$. Να υπολογίσετε:

- α) την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου
β) το έργο της δύναμης Lorentz που δέχεται το σωματίδιο στην παραπάνω χρονική διάρκεια.

Απ. α) $R=0,5m$

β) $W=0$

4. Στο παρακάτω σχήμα το ομογενές μαγνητικό πεδίο έχει ένταση μέτρου $B=1T$ και η κάθετη τομή του είναι παραλληλόγραμμο ΑΓΔΖ. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=2 \cdot 10^{-11}Kg$ και φορτίου $q=-10^{-8}C$ εκτοξεύεται από την κορυφή Α με ταχύτητα μέτρου $u_0=100m/s$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές και στο όριο του πεδίου. Το σωματίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά με κέντρο την κορυφή Ζ και εξέρχεται από σημείο Κ της πλευράς ΓΔ μετά από χρόνο $t_1 = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-3} s$. Να υπολογίσετε:



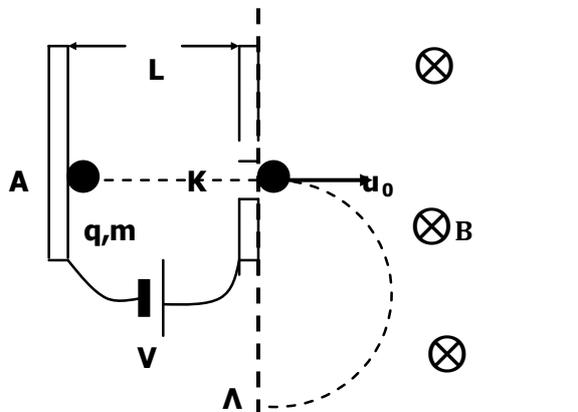
- α) την περίοδο και την ακτίνα της κυκλικής κίνησης του σωματιδίου
- β) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο πεδίο
- γ) τα μήκη των πλευρών του παραλληλογράμμου.

Απ. α) $R=0,2m$, $T=4\pi \cdot 10^{-3}s$

β) $dp/dt=10^6 N$

γ) $\Gamma\Delta=0,2m$, $A\Gamma= 0,1 m$

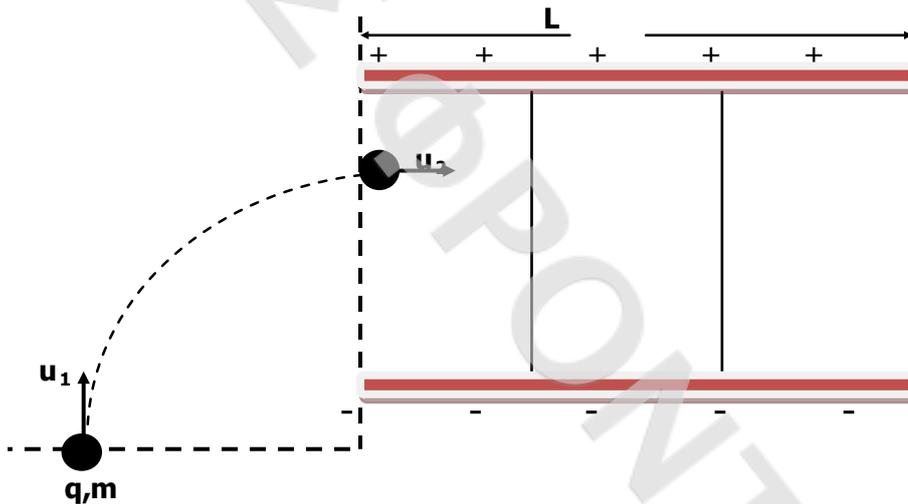
5. Στο παρακάτω σχήμα το σωματίδιο μάζας $m=10^{-8}Kg$ και φορτίου $q=-4\mu C$ αφήνεται ελεύθερο από σημείο Α του αρνητικού οπλισμού ενός επίπεδου πυκνωτή φορτισμένου σε τάση V , του οποίου οι οπλισμοί απέχουν απόσταση $L=10 cm$. Το σωματίδιο αφού επιταχυνθεί από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή εισέρχεται από σημείο Κ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=5T$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και εξέρχεται από το σημείο Λ που απέχει από το Κ απόσταση $d=20cm$. Να υπολογίσετε:



- α)** την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο στο ομογενές μαγνητικό πεδίο
β) την τάση V μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή
γ) την χρονική διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι να βγει από το μαγνητικό πεδίο. ($\pi=3,14$)

Απ: α) $R=10\text{cm}$ β) $V=50\text{V}$ γ) $t=2,57 \cdot 10^{-3}\text{ s}$

- 6.** Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m} = 2 \cdot 10^3\text{ C/Kg}$, το οποίο εισέρχεται πρώτα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$ με ταχύτητα u_1 κάθετη στις δυναμικές γραμμές και αφού διαγράψει τεταρτοκύκλιο εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή μήκους $L=40\text{cm}$. Το σωματίδιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο με ταχύτητα u_2 που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του και εξέρχεται από αυτό μετά από χρόνο $t_2=2 \cdot 10^{-3}\text{s}$ από τη στιγμή της εισόδου του σε αυτό.



- α)** Να βρείτε την φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου
β) Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης t_1 του σωματιδίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας εισόδου u_1 του σωματιδίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο

Απ. α) προς τα έξω β) $t_1 = \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-3}\text{ s}$ γ) $u_1 = 200\text{m/s}$

- 7.** Σωματίδιο ($m, +q$) επιταχύνεται από τάση V και στη συνέχεια εισέρχεται κάθετα στη διαχωριστική γραμμή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B και πλάτους d κάθετα στις δυναμικές του γραμμές.

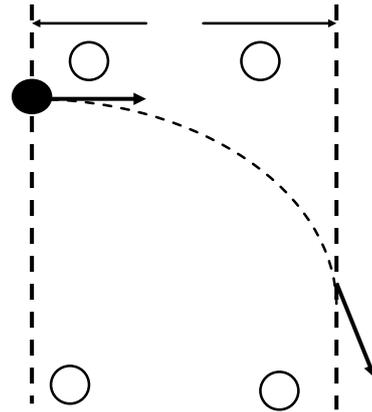
- A)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της τάσης V ώστε το σωματίδιο μόλις να μη βγαίνει από την απέναντι μεριά του πεδίου.

- B)** Αν τώρα η τάση γίνει $V=4V_{\max}$, να υπολογίσετε:
- α)** την ακτίνα της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο
- β)** ποια η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας του σωματιδίου κατά την έξοδο του από το πεδίο με την αρχική της διεύθυνση εισόδου.
- γ)** για πόσο χρόνο κινήθηκε στο μαγνητικό πεδίο.

Απ: A) $V_{\max} = B^2 q d^2 / 2m$

B) $R=2d$, $\varphi=\pi/6$, $\Delta t=\pi m/6 B q$

8. Σωματίδιο με μάζα $m=2 \cdot 10^{-8} \text{Kg}$ και φορτίο $q=-2 \mu\text{C}$, εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$ κάθετα στις δυναμικές του γραμμές με ταχύτητα μέτρου $u=100\text{m/s}$. Το πάχος του πεδίου είναι $d=25\sqrt{3}\text{cm}$. Να υπολογίσετε:



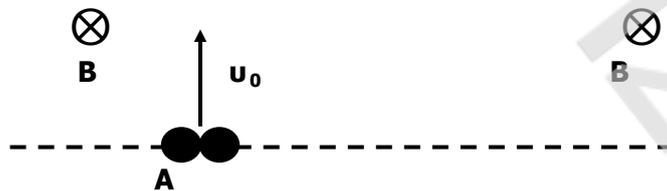
- α)** την κατακόρυφη απόκλιση και την γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου, τη στιγμή της εξόδου του από το πεδίο
- β)** την χρονική διάρκεια της κίνησης μέσα στο πεδίο και το μήκος της τροχιάς
- γ)** την μέγιστη τιμή της ταχύτητας εισόδου του σωματιδίου στο πεδίο, ώστε αυτό να εξέλθει από το πεδίο έχοντας εκτελέσει ημικύκλιο. (Βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, αμελητέες)

Απ: α) $y=0,25\text{ m}$, $\theta=\frac{\pi}{3}$

β) $t=\frac{\pi}{6} \cdot 10^{-2}\text{ s}$, $S=\frac{\pi}{6}\text{ m}$

γ) $u_0=50\sqrt{3}\text{ m/s}$

9. Από σημείο A ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B=2\text{T}$, εκτοξεύονται ταυτόχρονα με την ίδια ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$ δύο σωματίδια (1) και (2) με μάζες και φορτία $m_1=10^{-9}\text{Kg}$, $q_1=-10^{-6}\text{C}$ και $m_2=1,5 \cdot 10^{-9}\text{Kg}$, $q_2=-10^{-6}\text{C}$ αντίστοιχα. Το μαγνητικό πεδίο εκτείνεται απεριόριστα πάνω από το όριο του πεδίου απ' όπου εκτοξεύονται τα δύο σωματίδια. Να υπολογίσετε:



- α)** τις ακτίνες της τροχιάς του κάθε σωματιδίου
- β)** την απόσταση των σημείων εξόδου των δύο σωματιδίων από το πεδίο
- γ)** την χρονική διαφορά εξόδου των δύο σωματιδίων από το πεδίο
- δ)** την απόσταση των δύο σωματιδίων τη στιγμή που εξέρχεται και το δεύτερο σωματίδιο από το πεδίο

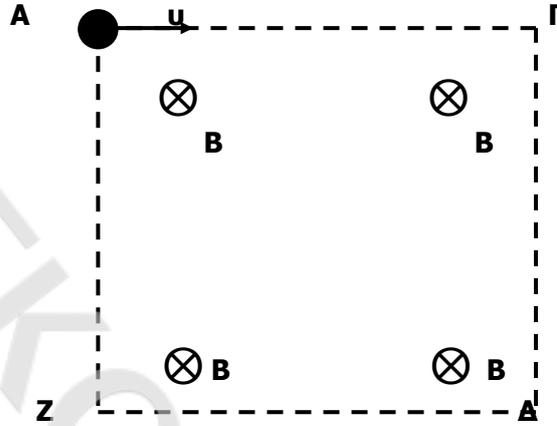
Απ: α) $R_1=0,050\text{m}$, $R_2=0,075\text{m}$

β) $d=0,05\text{m}$

γ) $t=\frac{\pi}{4} \cdot 10^{-3}\text{ s}$

δ) $d'=0,093\text{m}$

10. Η κάθετη τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B , είναι τετράγωνο πλευράς $a=12\text{cm}$. Σωματίδιο μάζας $m=24\cdot 10^{-10}\text{Kg}$ και φορτίου $q=-2\mu\text{C}$ εκτοξεύεται από τη κορυφή A με ταχύτητα $u=100\text{m/s}$ κάθετα στις μαγνητικές γραμμές.

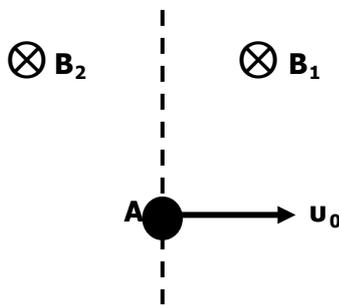


Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου καθώς και τον χρόνο κίνησης του σωματιδίου στο πεδίο, αν το σωματίδιο εξέρχεται από:

- α) το μέσο M της πλευράς AZ
- β) την κορυφή Z
- γ) την κορυφή Δ
- δ) το σημείο N της πλευράς $Z\Delta$ για το οποίο ισχύει $ZN=4\sqrt{3}\text{ cm}$

Απ: α) $B=4\text{T}$, $t=3\pi\cdot 10^{-4}\text{s}$ β) $B=2\text{T}$, $t=2\pi\cdot 10^{-4}\text{s}$ γ) $B=1\text{T}$, $t=6\pi\cdot 10^{-4}\text{s}$
 δ) $B=1,5\text{T}$, $t=16\pi/13\cdot 10^{-4}\text{s}$

11. Το σωματίδιο του σχήματος εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου B_1 . Δίνονται: $B_1=0,1\text{T}$, $B_2=0,15\text{T}$, $m=5\cdot 10^{-10}\text{Kg}$, $q=+3\mu\text{C}$, $u_0=90\text{m/s}$.



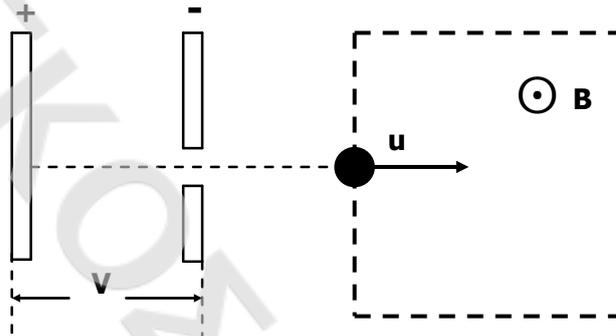
- α) Να υπολογίσετε τις ακτίνες περιστροφής του σωματιδίου στα δύο πεδία
- β) Να σχεδιάσετε την τροχιά του σωματιδίου από τη στιγμή που εκτοξεύεται έως τη στιγμή που συναντά για δεύτερη φορά το όριο των δύο πεδίων
- γ) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του προηγούμενου ερωτήματος;
- δ) Πόσο απέχει το σωματίδιο από το σημείο A τη στιγμή που συναντά το όριο των δύο πεδίων για δεύτερη φορά;

Απ: α) $R_1=0,15m, R_2=0,10m$

γ) $t=\frac{25\pi}{9} \cdot 10^{-3}s$

δ) $d=10cm$

12. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,1\text{ T}$ κάθετα προς τις δυναμικές του γραμμές και εξέρχεται μετά από χρόνο $t=\frac{\pi}{2} \cdot 10^{-7}\text{ s}$ αφού έχει διαγράψει τεταρτοκύκλιο.

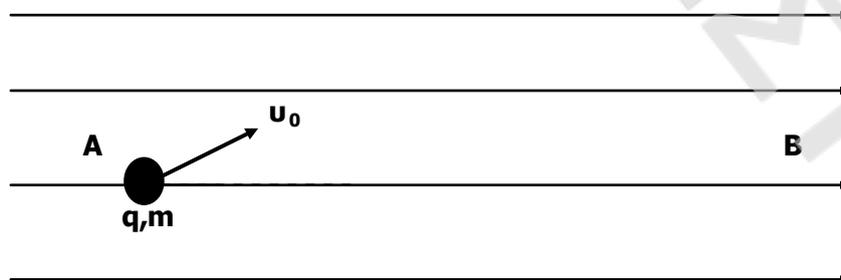


Ποια είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο αν πριν την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο έχει επιταχυνθεί από τάση $V=1000\text{ V}$;

Απ:

Με ταχύτητα που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου

13. Από σημείο Α ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B=2\text{ T}$, εκτοξεύεται φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-8}\text{ Kg}$ και φορτίου $q=-1\mu\text{C}$ με ταχύτητα $u_0=100\text{ m/s}$ και γωνία 30° ως προς τις δυναμικές γραμμές.



Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα και την περίοδο της ελικοειδούς κίνησης του φορτίου καθώς και το βήμα της έλικας

β) το μήκος της τροχιάς που έχει διανυθεί μέχρι τη στιγμή που το φορτίο έχει υποστεί οριζόντια μετατόπιση κατά $x_1=10\sqrt{3}$ m.

γ) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει το σωματίδιο όταν έχει υποστεί οριζόντια μετατόπιση $x_2=50\sqrt{3}$ m

Απ: α) $R=0,25\text{m}$, $T=\pi \cdot 10^{-2}\text{s}$, $\beta=0,5\pi\sqrt{3}\text{m}$ β) $S=20\text{m}$ γ) $N=100/\pi$ περιστροφές

14. Φορτισμένο σωματίδιο εκτοξεύεται από σημείο Α ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης Β με ταχύτητα μέτρου $u_0=4\sqrt{2} \cdot 10^3\text{m/s}$ και με κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\varphi=45^\circ$ με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Το βήμα της ελικοειδούς τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο ισούται με $\beta=0,4\pi$ m. Να υπολογίσετε:

α) την περίοδο της ελικοειδούς κίνησης

β) την ακτίνα της ελικοειδούς τροχιάς

γ) το μήκος της τροχιάς που διέγραψε το σωματίδιο σε χρονική διάρκεια $\Delta t=\frac{\pi}{10}\text{s}$.

Απ. α) $T=\pi \cdot 10^{-4}\text{s}$ β) $R=0,2\text{m}$ γ) $S=4\sqrt{2} \pi \cdot 10^{-2}\text{m}$

15. Από σημείο Κ ομογενούς μαγνητικού πεδίου μεγάλης έκτασης εκτοξεύουμε φορτισμένο σωματίδιο με ταχύτητα u_0 που σχηματίζει γωνία φ (συν $\varphi=0,8$) με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Το σωματίδιο εκτελεί ελικοειδή κίνηση και σε χρόνο $t_1=5\pi \cdot 10^{-7}\text{s}$ από τη στιγμή της εκτόξευσής του έχει διαγράψει 5 περιστροφές και έχει μετατοπιστεί κατά $x_1=8\text{m}$ στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Να υπολογίσετε:

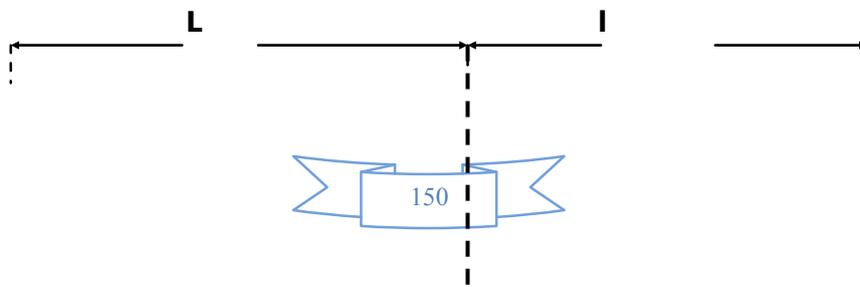
α) την περίοδο της ελικοειδούς κίνησης

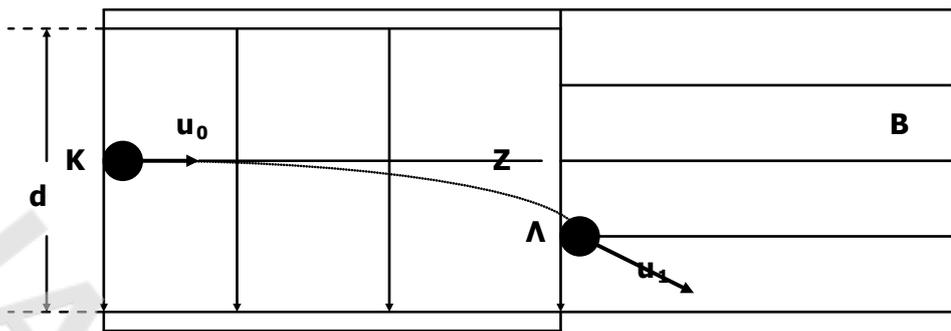
β) το βήμα της έλικας

γ) το μήκος της τροχιάς που έχει διαγράψει το σωματίδιο μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία η οριζόντια μετατόπισή του από το σημείο εκτόξευσης είναι $x_2=16\text{m}$.

Απ. α) $T=\pi \cdot 10^{-2}\text{s}$ β) $\beta=1,6\text{m}$ γ) $S=20\text{m}$

16. Σωματίδιο μάζας $m=4 \cdot 10^{-10}\text{Kg}$ και φορτίου $q=+10^{-6}\text{C}$ εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν οι οριζόντιοι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή με ταχύτητα μέτρου $u_0=100\text{m/s}$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η τάση των οπλισμών του πυκνωτή ισούται με $V=1\text{V}$, η απόσταση μεταξύ τους ισούται με $d=10\text{cm}$ και το μήκος τους είναι ίσο με $L=20\text{cm}$. Το σωματίδιο εξέρχεται από τον πυκνωτή και εισέρχεται αμέσως σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B=1\text{T}$ το οποίο εκτείνεται σε μήκος $l=0,8\pi$ m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε:

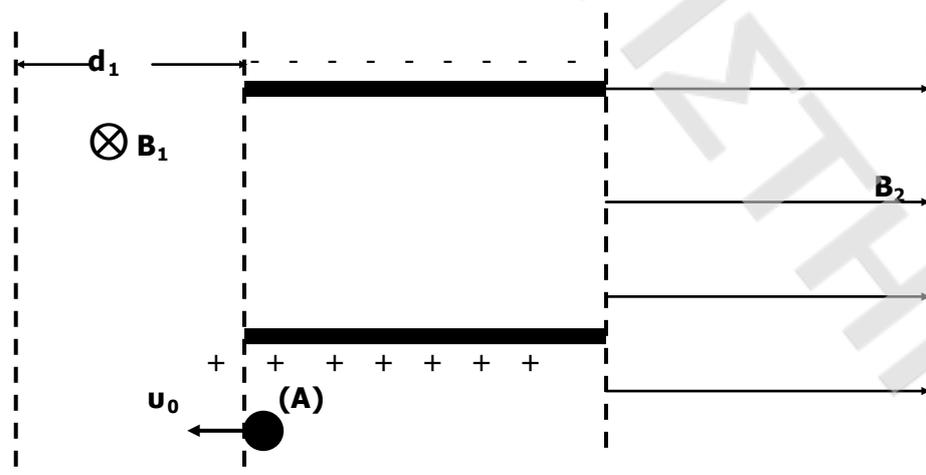




- α) την κατακόρυφη εκτροπή από την διεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας τη στιγμή που βγαίνει από το ηλεκτρικό πεδίο
 β) το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη στιγμή που εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο
 γ) την ακτίνα, την περίοδο και το βήμα της έλικας που διέγραψε το σωματίδιο κατά την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο
 δ) τον αριθμό των περιστροφών που πραγματοποίησε και το μήκος της τροχιάς που διέγραψε το σωματίδιο κατά την κίνησή του στο μαγνητικό πεδίο

Απ. α) $\gamma = 5 \cdot 10^2 \text{ m}$ β) $u_1 = 50 \sqrt{5} \text{ m/s}$ γ) $R = 2 \cdot 10^2 \text{ m}$, $T = 8\pi \cdot 10^4 \text{ s}$,
 $\beta = 8\pi \cdot 10^2 \text{ m}$ δ) $N = 10$ περιστροφές, $S = 0,4\pi \sqrt{5} \text{ m}$

17. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ και φορτίου $q = -16 \cdot 10^{-20} \text{ C}$ εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_1 από το σημείο (Α) με ταχύτητα u_0 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη Lorentz μέτρου $F_L = 36 \cdot 10^{-16} \text{ N}$ και διαγράφει ημικυκλική τροχιά η οποία εφάπτεται στο αριστερό άκρο του μαγνητικού πεδίου B_1 , του οποίου το εύρος είναι $d_1 = 10^{-3} \text{ m}$. Μετά εισέρχεται από το σημείο (Γ) σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές και εξέρχεται από το σημείο (Δ). Κατά τη διαδρομή του από το (Γ) στο (Δ) το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $W_{\eta\lambda} = 32\pi^2 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. Στο σημείο (Δ) εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_2 και εξέρχεται αφού διαγράψει δύο πλήρεις περιστροφές. Δίνεται ότι οι χρόνοι παραμονής του σωματιδίου σε κάθε πεδίο είναι ίσοι. Να βρεθούν:



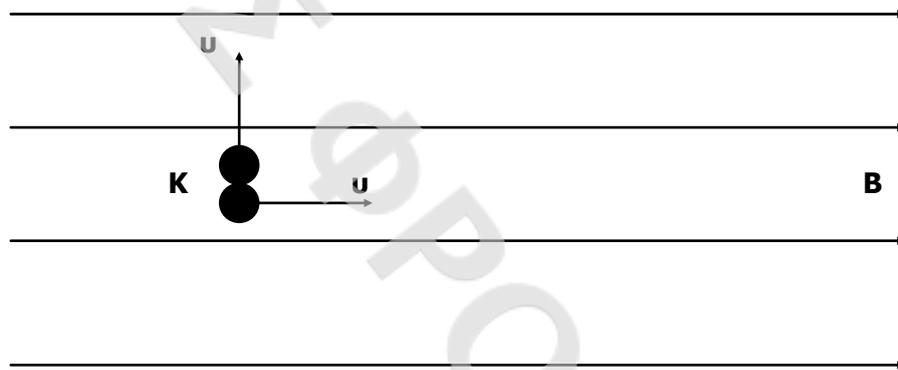
- α) το μέτρο της ταχύτητας u_0

- β)** το μέτρο της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου
γ) το μέτρο της έντασης B_2 του μαγνητικού πεδίου

Απ. α) $u_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ β) $E = 3 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ γ) $B_2 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$

Θέματα εξετάσεων

18. Θεωρούμε σημείο K μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μεγάλης έκτασης με $B = \pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$. Από το σημείο K εκτοξεύουμε ταυτόχρονα με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα $u = \pi \cdot 10^4 \text{ m/s}$, δύο όμοια φορτισμένα σωματίδια, που έχουν λόγο φορτίου προς μάζα $q/m = 5 \cdot 10^{11} \text{ C/Kg}$. Το ένα εκτοξεύεται παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου και το άλλο κάθετα προς αυτές, όπως φαίνεται στο σχήμα. (Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας και οι ηλεκτροστατικές αλληλεπιδράσεις δεν λαμβάνονται υπόψη.)



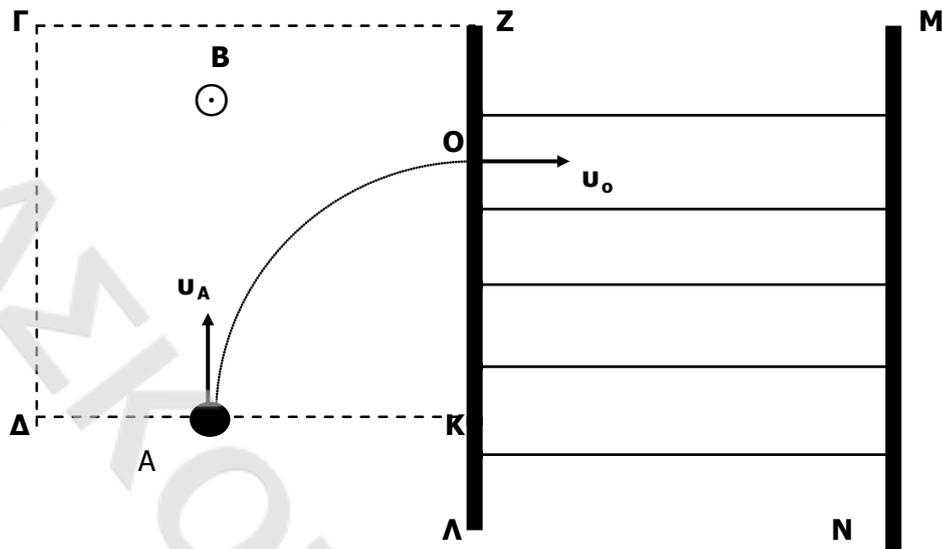
- α)** Να δικαιολογήσετε ποιο σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και ποιο ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
β) Να υπολογίσετε την ακτίνα της παραπάνω κυκλικής τροχιάς
γ) Να υπολογίσετε την περίοδο της παραπάνω ομαλής κυκλικής κίνησης
δ) Πόση θα είναι η απόσταση των δύο σωματιδίων την στιγμή που το ένα σωματίδιο έχει συμπληρώσει $N=100$ πλήρεις περιστροφές.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2001

Απ. β) $R = 0,02 \text{ m}$ γ) $T = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ δ) $d = 4\pi \text{ m}$

19. Σωματίδιο μάζας $m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ και φορτίου $q = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ εισέρχεται στη περιοχή $\Gamma\Delta\text{K}\Sigma\Gamma$ όπου επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 10^{-2} \text{ T}$, με ταχύτητα u_A κάθετη στις μαγνητικές γραμμές και κάθετη στη ΔK . Το σωματίδιο διαγράφει τεταρτοκύκλιο μέχρι το σημείο O , όπου και εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10^6 \text{ m/s}$. Στο σημείο O υπάρχει μικρή οπή μέσω της οποίας το σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζεται ανάμεσα σε δύο μεταλλικές πλάκες $\text{Z}\Lambda$ και MN , με ταχύτητα παράλληλη στις

δυναμικές του γραμμές. Το πεδίο έχει ένταση μέτρου $E=2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ και φορά όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α)** Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας u_A του σωματιδίου όταν εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο
β) Να υπολογίσετε την ακτίνα της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο
γ) Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών ΖΛ και ΜΝ, ώστε το σωματίδιο να φτάσει με μηδενική ταχύτητα στη πλάκα ΜΝ
δ) Να βρεθεί ο συνολικός χρόνος κίνησης του σωματιδίου από τη στιγμή της εισόδου στο μαγνητικό πεδίο μέχρι να φτάσει στη πλάκα ΜΝ.
 Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα. Δίνεται $\pi=3,14$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

Απ: α) $u_A=10^6 \text{ m/s}$ β) $R=1\text{m}$ γ) $\Delta V=-5000 \text{ V}$ δ) $t=5,57 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΑΓΩΓΟΣ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΑ ΣΕ
ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ,
Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ LENZ,
ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΣ ΑΓΩΓΟΣ,
ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΠΛΑΙΣΙΟ-ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ,
ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ,
ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΝΤΑΣΗ-ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΣΗ,
Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE- ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ
ΡΕΥΜΑΤΟΣ,
ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ,
ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ.

ΤΣΙΑΡΔΑΚΛΗΣ ΘΕΟΛΟΓΟΣ - Φυσικός

ΗΛΙΑΣΚΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

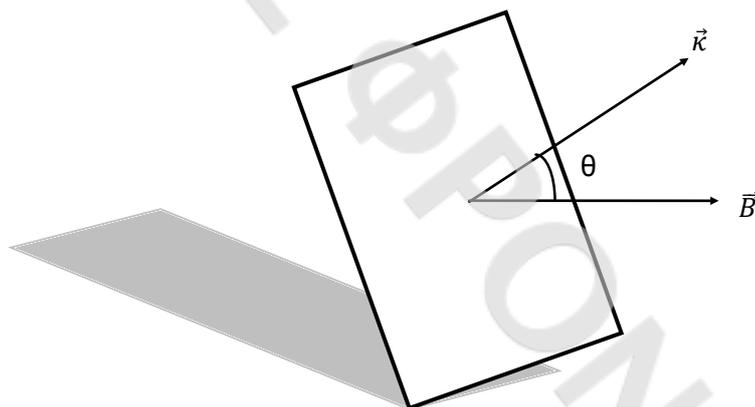
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

Μαγνητική ροή

Έστω ότι ένας αγωγός σχηματίζει ένα επίπεδο πλαίσιο εμβαδού A και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B . Θεωρούμε ένα κάθετο διάνυσμα \vec{k} στην επιφάνεια του πλαισίου το οποίο γενικά σχηματίζει μια γωνία θ με το διάνυσμα B (ή αλλιώς με τις δυναμικές γραμμές). Μέσα από αυτή την επιφάνεια διέρχεται ένα πλήθος δυναμικών γραμμών.

Ορίζουμε ένα μονόμετρο φυσικό μέγεθος το οποίο ονομάζεται μαγνητική ροή Φ και το οποίο εκφράζει το πλήθος των δυναμικών γραμμών που περνούν μέσα από την επιφάνεια.

$$\Phi = B \cdot A \cdot \text{συν}\theta$$



Προφανώς αν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές θα είναι $\theta=0$, άρα $\text{συν}\theta=1$ οπότε και $\Phi=B \cdot A$.

Μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής είναι το 1Wb.

Το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής

Αν για οποιοδήποτε λόγο αλλάζει η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που δημιουργεί ένας μεταλλικός αγωγός είτε με το σχήμα του, είτε με την κίνησή του, αναπτύσσεται πάνω στον αγωγό ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ). Δηλαδή ο αγωγός αυτός συμπεριφέρεται πλέον σαν πηγή με αποτέλεσμα αν αυτός αποτελεί μέρος ενός κλειστού κυκλώματος, το κύκλωμα να διαρρέεται από ρεύμα. Το φαινόμενο αυτό που ανακάλυψε ο Michael Faraday το 1830 ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή** και το ρεύμα που δημιουργείται

ονομάζεται **επαγωγικό ρεύμα**. Αν ο παραπάνω αγωγός δεν αποτελεί μέρος κλειστού κυκλώματος εμφανίζεται στα άκρα του απλώς μια διαφορά δυναμικού που ονομάζεται **επαγωγική τάση**.

Ο νόμος της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής

Ο νόμος που διέπει το φαινόμενο ονομάζεται νόμος της επαγωγής ή **νόμος του Faraday** και διατυπώνεται ως εξής.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που δημιουργείται σε ένα κύκλωμα είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το κύκλωμα.

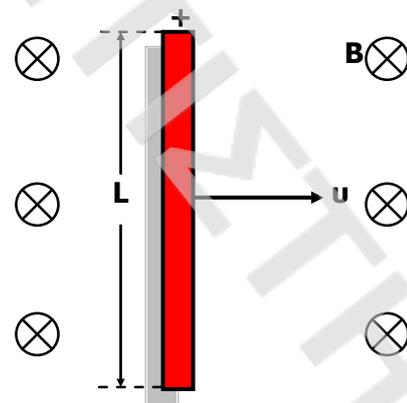
$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

Αν το κύκλωμα αποτελείται από N σπείρες και $\Delta\Phi$ είναι η μεταβολή της μαγνητικής ροής από κάθε σπείρα ξεχωριστά, ο παραπάνω τύπος γράφεται:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \cdot N$$

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ.

Έστω ότι ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους L εκτελεί μεταφορική κίνηση μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , με ταχύτητα u , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Προσεξτε ότι οι διευθύνσεις του αγωγού, της ταχύτητας και της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι ανά δύο κάθετες. Καθώς κινείται ο αγωγός δημιουργεί μια επιφάνεια μέσα από την οποία περνάει μαγνητική ροή, η οποία διαρκώς μεγαλώνει. (Διαφορετικά μπορούμε να πούμε ότι ο αγωγός με την κίνησή του τέμνει δυναμικές γραμμές).



Σύμφωνα με τα προηγούμενα πάνω στον αγωγό θα εμφανιστεί ΗΕΔ από επαγωγή της οποίας η τιμή ισούται με:

$$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot u \cdot L$$

Η πολικότητα αυτής της ΗΕΔ βρίσκεται εύκολα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ LENZ ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

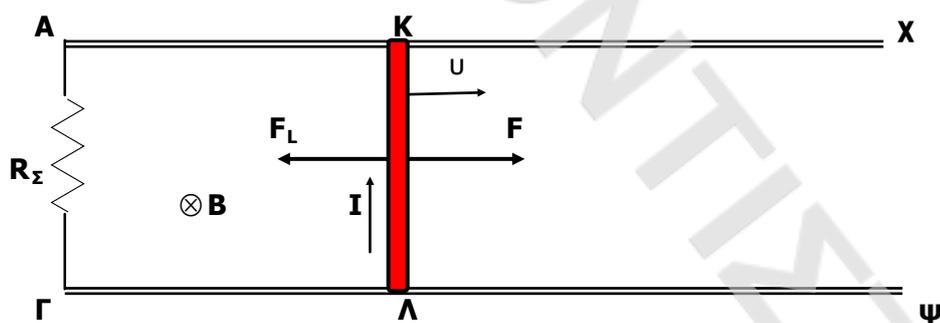
Ο κανόνας του Lenz

Ο κανόνας του Lenz μας επιτρέπει να βρούμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, άρα κατά συνέπεια και την πολικότητα της ΗΕΔ από επαγωγή. Σύμφωνα με αυτόν:

Τα επαγωγικά ρεύματα έχουν τέτοια φορά ώστε να αντπιθενται στην αιτία που τα προκαλεί.

Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Με τη βοήθεια του παρακάτω παραδείγματος θα καταλάβουμε ότι αν θέλουμε να συνεχιστεί η ροή του επαγωγικού ρεύματος σε ένα κύκλωμα θα πρέπει συνεχώς να προσφέρουμε ενέργεια. Επομένως για να παράγουμε ηλεκτρική ενέργεια με το φαινόμενο της επαγωγής θα πρέπει να ξοδεύουμε ενέργεια κάποιας άλλης μορφής, κάτι που είναι απόλυτα σύμφωνο με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.



Καθώς ο αγωγός κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα, δημιουργείται πάνω του ΗΕΔ από επαγωγή με αποτέλεσμα να διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα, το οποίο θα έχει ως συνέπεια να δεχθεί από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα θα έχει την φορά του σχήματος γιατί έτσι η δύναμη Laplace είναι αντίρροπη της κίνησης. Επομένως αν θέλουμε να διατηρηθεί η κίνηση, άρα και το επαγωγικό ρεύμα, θα πρέπει να ασκούμε διαρκώς μια άλλη δύναμη F όπως φαίνεται στο σχήμα, με αποτέλεσμα να παράγουμε έργο και να ξοδεύουμε ενέργεια.

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΑΓΩΓΟ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

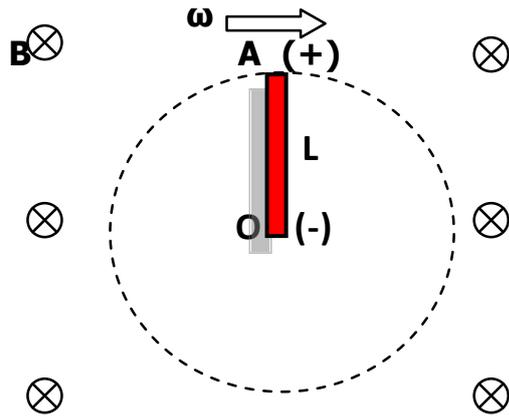
Στρεφόμενος αγωγός

Έστω ότι ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους L , στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο του είναι κάθετος σε αυτόν και ταυτόχρονα παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές. Άρα το επίπεδο περιστροφής του αγωγού είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Στη περίπτωση αυτή διέρχεται μαγνητική ροή από την επιφάνεια που ορίζει ο αγωγός με την κίνησή του, η οποία διαρκώς αυξάνεται.

Επομένως πάνω στον αγωγό αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή η οποία υπολογίζεται από τον τύπο:

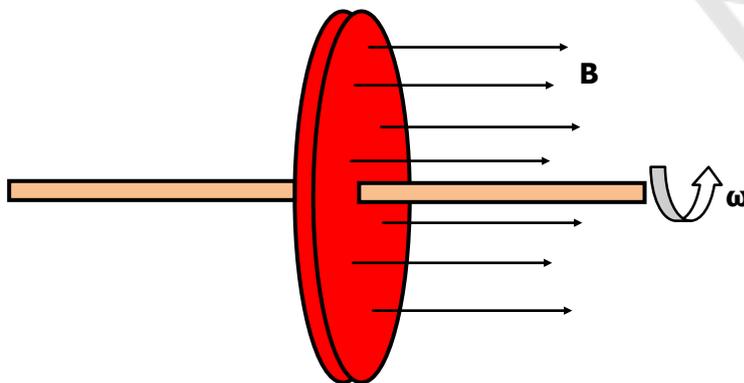
$$E_{\text{επ}} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \omega \cdot L^2$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ από επαγωγή βρίσκεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.



Στρεφόμενος δίσκος

Εύκολα μπορούμε να καταλάβουμε ότι το φαινόμενο της επαγωγής που περιγράψαμε προηγουμένως αναπτύσσεται και πάνω σε στρεφόμενο δίσκο ακτίνας r , αν θεωρήσουμε ότι ο δίσκος αποτελείται από πάρα πολλές ακτίνες ενωμένες μεταξύ τους και η κάθε μια από αυτές συμπεριφέρεται σαν ένας στρεφόμενος αγωγός.



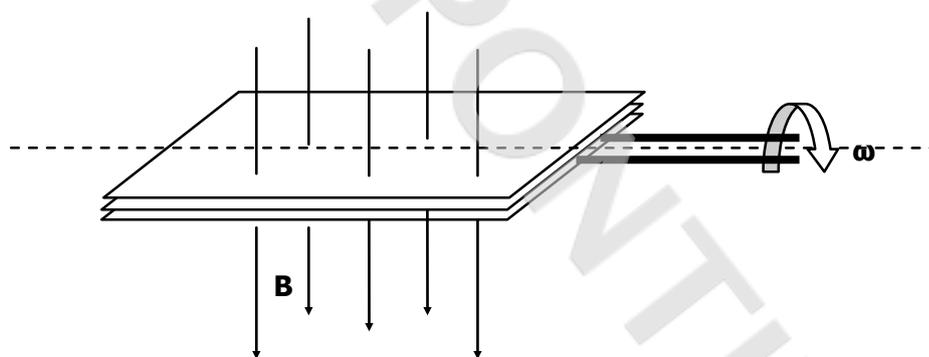
Τελικά ανάμεσα στο κέντρο του δίσκου και σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή της οποίας η τιμή δίνεται από τον τύπο:

$$E_{επ} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \omega \cdot r^2$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ βρίσκεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού και εξαρτάται από τη φορά περιστροφής του δίσκου.

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ – ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

Έστω ότι ένα ορθογώνιο πλαίσιο έχει N σπείρες εμβαδού A η κάθε μια και στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα ο οποίος βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του πλαισίου και είναι ταυτόχρονα κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B . Τότε εξαιτίας της περιστροφής του πλαισίου θα μεταβάλλεται διαρκώς η μαγνητική ροή που διέρχεται από μέσα του με αποτέλεσμα να αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή. Αν τα άκρα του πλαισίου είναι ελεύθερα θα εμφανιστεί σε αυτά μια διαφορά δυναμικού που όπως ξέρουμε ονομάζεται επαγωγική τάση.



Αποδεικνύεται ότι αυτή η τάση υπολογίζεται από τον τύπο:

$$v = N\omega BA \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{ή} \quad v = V \cdot \eta\mu\omega t$$

όπου $V=N\omega BA$, είναι το πλάτος της τάσης. Λόγω της μορφής που έχει η γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης η τάση που παράγεται με αυτό τον τρόπο ονομάζεται ημιπονοειδής και επειδή το πρόσημό της (δηλαδή η πολικότητά της) εναλλάσσεται περιοδικά, ονομάζεται και εναλλασσόμενη. Επομένως το πλήρες όνομά της είναι ημιπονοειδής εναλλασσόμενη τάση.

- **u:** στιγμιαία τάση
- **t:** η αντίστοιχη χρονική στιγμή
- **V:** πλάτος τάσης (μέγιστη τιμή της τάσης)

- **ωt :** φάση
- **ω :** γωνιακή συχνότητα της τάσης (ισούται αριθμητικά με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου)
- **T :** περίοδος της τάσης (ισούται αριθμητικά με τη περίοδο περιστροφής του πλαισίου)
- **f :** συχνότητα της τάσης (ισούται αριθμητικά με τη συχνότητα περιστροφής του πλαισίου)
- Ισχύουν επιπλέον οι τύποι: $\omega = 2\pi f$, $\omega = 2\pi/T$ και $f = 1/T$
- Η τάση που υπάρχει στις πρίζες των σπιτιών μας έχει πλάτος $V = 220\sqrt{2} \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

Όταν μια ημιτονοειδής εναλλασσόμενη τάση εφαρμοστεί στα άκρα ενός αντιστάτη, τότε ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα η ένταση του οποίου υπολογίζεται από το νόμο του Ohm.

$$i = \frac{v}{R} \Leftrightarrow i = \frac{V \cdot \eta\mu\omega t}{R} \Leftrightarrow i = \frac{V}{R} \cdot \eta\mu\omega t \Leftrightarrow i = I \cdot \eta\mu\omega t$$

όπου $I = \frac{V}{R}$ είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος και ονομάζεται πλάτος ρεύματος.

Από την παραπάνω σχέση καταλαβαίνουμε ότι το ρεύμα μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο και για τον λόγο αυτό ονομάζεται ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα. Τόσο οι τιμές του όσο και η φορά του μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο.

Επειδή η εναλλασσόμενη τάση και το εναλλασσόμενο ρεύμα έχουν την ίδια φάση (είναι συμφασικά) παίρνουν ταυτόχρονα τις αντίστοιχες τιμές τους. Δηλαδή γίνονται ταυτόχρονα μέγιστα ή γίνονται ταυτόχρονα μηδέν.

ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΝΤΑΣΗ ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΣΗ

Τόσο η στιγμιαία τάση όσο και το στιγμιαίο ρεύμα δεν έχουν πρακτική αξία. Για τον λόγο αυτό ορίζουμε την ενεργό τάση και την ενεργό ένταση στηριζόμενοι στα θερμικά αποτελέσματα του εναλλασσόμενου ρεύματος, με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι σταθερά μεγέθη και κατά συνέπεια η γνώση τους να έχει πρακτική αξία.

Ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζουμε την σταθερή ένταση του συνεχούς ρεύματος που όταν διαρρέει την ίδια αντίσταση στον ίδιο χρόνο με το εναλλασσόμενο ρεύμα παράγει το ίδιο ποσό θερμότητας.

Δηλαδή ένα εναλλασσόμενο ρεύμα που έχει ενεργό ένταση $I_{\text{εν}} = 5\text{A}$ είναι ισοδύναμο ως προς τα θερμικά του αποτελέσματα με ένα συνεχές ρεύμα που έχει σταθερή ένταση $I = 5\text{A}$. Ισχύει ο τύπος:

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Η συνεχής τάση που παράγει το συνεχές ρεύμα το οποίο είναι ισοδύναμο ως προς τα θερμικά του αποτελέσματα με το εναλλασσόμενο ρεύμα, ονομάζεται ενεργός τάση. Ισχύει ο τύπος:

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

Όταν το εναλλασσόμενο ρεύμα διαρρέει έναν αντιστάτη R για χρόνο t παράγεται θερμότητα ακριβώς όπως και στο συνεχές ρεύμα. Ο τύπος που υπολογίζει αυτή τη θερμότητα είναι γνωστός ως νόμος του Joule.

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R \cdot t$$

ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Στιγμιαία ισχύς

Όταν το εναλλασσόμενο ρεύμα διαρρέει έναν αντιστάτη του παρέχει ενέργεια. Ο στιγμιαίος ρυθμός με τον παρέχεται αυτή η ενέργεια ονομάζεται στιγμιαία ισχύς και υπολογίζεται από τους τύπους:

$$p = i^2 \cdot R \quad \text{ή} \quad p = v \cdot i \quad \text{ή} \quad p = \frac{v^2}{R}$$

Μέση ισχύς

Ο μέσος ρυθμός με τον οποίο το εναλλασσόμενο ρεύμα παρέχει ενέργεια σε έναν αντιστάτη ονομάζεται μέση ισχύς και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\bar{P} = \frac{W}{T}$$

όπου W είναι η ενέργεια που παρέχει το εναλλασσόμενο ρεύμα στον χρόνο μιας περιόδου T.

Επίσης ισχύουν οι σχέσεις:

$$\bar{P} = V_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \quad \text{ή} \quad \bar{P} = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R \quad \text{ή} \quad \bar{P} = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R}$$

ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ

Το φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής

Η αμοιβαία επαγωγή είναι το φαινόμενο της δημιουργίας ΗΕΔ από επαγωγή σε ένα πηνίο εξαιτίας της μεταβολής του ρεύματος σε ένα γειτονικό πηνίο.

Ο νόμος της αμοιβαίας επαγωγής

Η ΗΕΔ από αμοιβαία επαγωγή που αναπτύσσεται σε ένα πηνίο είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το γειτονικό του πηνίο.

$$E_{\alpha\mu, \varepsilon\pi.} = -M \cdot \frac{di}{dt}$$

όπου M είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής που εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου και από τη σχετική θέση των δύο πηνίων.

ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

Το φαινόμενο της αυτεπαγωγής

Η αυτεπαγωγή είναι το φαινόμενο της δημιουργίας ΗΕΔ από επαγωγή σε ένα πηνίο εξαιτίας της μεταβολής του ρεύματος που διαρρέει το ίδιο το πηνίο.

Ο νόμος της αυτεπαγωγής

Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή η οποία αναπτύσσεται πάνω σ ένα πηνίο είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής του ρεύματος που διαρρέει το ίδιο το πηνίο.

$$E_{\alpha\nu\tau} = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Ο συντελεστής αυτεπαγωγής

Ο συντελεστής αναλογίας στο νόμο της αυτεπαγωγής ονομάζεται συντελεστής αυτεπαγωγής και εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου καθώς και από το υλικό του πυρήνα του πηνίου.

$$L = \mu \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2}{A} \cdot L$$

Ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου

Όταν ένα πηνίο διαρρέεται από ρεύμα δημιουργείται μαγνητικό πεδίο στο οποίο αποθηκεύεται ενέργεια. Η ενέργεια αυτή υπολογίζεται από τον τύπο:

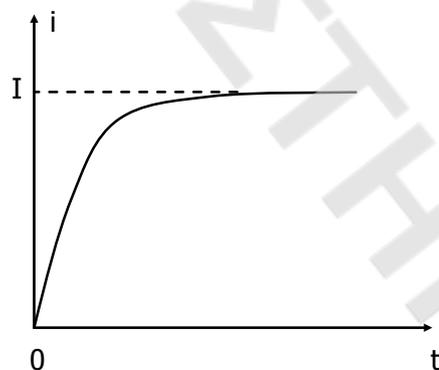
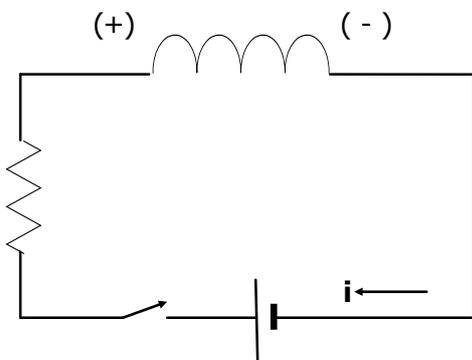
$$U = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή

Όπως όλα τα φαινόμενα ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής έτσι και η αυτεπαγωγή υπακούει στον κανόνα του Lenz. Σύμφωνα με αυτόν **η πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι τέτοια ώστε να προκύπτει αντίσταση στην μεταβολή του ρεύματος που την προκάλεσε.**

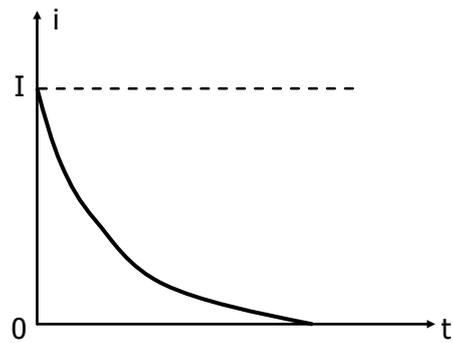
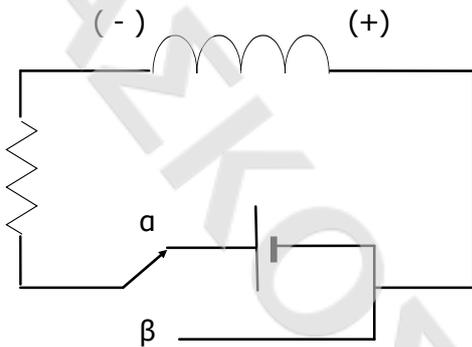
Αποκατάσταση ρεύματος σε κύκλωμα με πηνίο

Όταν κλείσουμε τον διακόπτη σε ένα κύκλωμα που έχει πηνίο τότε εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή πάνω στο πηνίο που οφείλεται στην επερχόμενη αύξηση του ρεύματος και η οποία έχει ως αποτέλεσμα την **καθυστέρηση της αποκατάστασης του ρεύματος.**



Μηδενισμός ρεύματος σε κύκλωμα με πηνίο

Αν μετακινήσουμε τον διακόπτη από την θέση α στη θέση β τότε το ρεύμα πρόκειται να μηδενιστεί. Εξαιτίας του επερχόμενου μηδενισμού του ρεύματος θα δημιουργηθεί πάνω στο πηνίο ΗΕΔ από αυτεπαγωγή η οποία θα έχει ως αποτέλεσμα την **καθυστέρηση του μηδενισμού του ρεύματος**.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Ένα αγώγιμο πλαίσιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και βρίσκεται στο επίπεδό του. Αν διπλασιάσουμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου, τότε:

- α) το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του πλαισίου υποδιπλασιάζεται και η συχνότητά της διπλασιάζεται.
- β) και το πλάτος και η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του πλαισίου διπλασιάζονται.
- γ) το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του πλαισίου τετραπλασιάζεται, αλλά η συχνότητά της δεν μεταβάλλεται.
- δ) το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του πλαισίου και η συχνότητά της δεν μεταβάλλονται.

2. Μια γεννήτρια παράγει αρμονικά εναλλασσόμενη τάση της οποίας η συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση:

$$u = 240 \eta \mu 120t \quad (\text{S.I})$$

Η συχνότητα και η ενεργός τάση είναι:

- α) 60 Hz , 240 V
- β) 60 Hz , 120 V
- γ) 60/π Hz , 120 V
- δ) 60/π Hz , $120\sqrt{2}$ V
- ε) 30π Hz , $120\sqrt{2}$ V.

3. Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής δύο πηνίων εξαρτάται:

- α) μόνο από τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά.
- β) μόνο από τη σχετική τους θέση.
- γ) μόνο από το υλικό του πυρήνα τους.
- δ) από όλα τα παραπάνω.

4. Αν διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο, τότε η αποθηκευμένη στο πηνίο ενέργεια θα:

- α) διπλασιαστεί
- β) υποδιπλασιαστεί
- γ) τετραπλασιαστεί
- δ) μείνει σταθερή

5. Σωληνοειδές πηνίο μήκους l χωρίς πυρήνα έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L . Κόβουμε ένα κομμάτι από το σωληνοειδές με μήκος $\frac{l}{4}$. Τότε ο συντελεστής αυτεπαγωγής του υπόλοιπου τμήματος του σωληνοειδούς θα είναι:

- α) $\frac{L}{4}$
- β) L
- γ) $3\frac{L}{4}$
- δ) $\frac{4L}{3}$

Θέματα εξετάσεων

6. Λεπτός αγώγιμος δίσκος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , περί άξονα κάθετο στο επίπεδό του και διερχόμενο από το κέντρο του, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το επίπεδο του δίσκου είναι παράλληλο προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου, τότε η ΗΕΔ από επαγωγή ανάμεσα στο κέντρο και σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του δίσκου θα:

- α) παραμένει ίση με μηδέν
- β) διπλασιαστεί
- γ) τετραπλασιαστεί
- δ) υποδιπλασιαστεί

7. Η σχέση που δίνει την ένταση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

$$i = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ ημ}20\pi t \text{ (S.I.)}$$

Η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι:

- α) 20 A
- β) 10 A
- γ) 5 A
- δ) 2 A

8. Οι ρευματοδότες της ηλεκτρικής εγκατάστασης στα σπίτια μας λέμε ότι δίνουν 220V. Η τιμή αυτή αναφέρεται:

- α) στο πλάτος της τάσης
- β) στην ενεργό τιμή της τάσης
- γ) στο πλάτος της έντασης του ρεύματος
- δ) στην ενεργό τιμή της έντασης του ρεύματος.

9. Η σχέση $u = 220\sqrt{2} \text{ ημ}(100\pi t) \text{ (S.I)}$ δίνει την τιμή μιας εναλλασσόμενης τάσης u σε συνάρτηση με τον χρόνο. Η ενεργός τάση είναι:

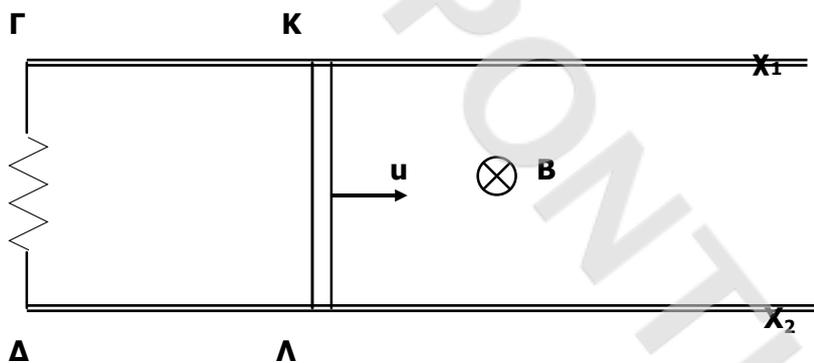
- α) 110 V
- β) 220 V
- γ) $20/\sqrt{2}$ V
- δ) $20\sqrt{2}$ V

- 10.** Ο συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου εξαρτάται από:
- την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει
 - τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει
 - τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου
 - την ωμική αντίσταση του πηνίου.
- 11.** Ο συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου μετριέται σε:
- V (Volt)
 - A (Ampere)
 - H (Henry)
 - T (Tesla).

Ερωτήσεις ανάπτυξης

Θέματα εξετάσεων

- 12.** Αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα u , χωρίς τριβές, πάνω στους παράλληλους αγωγούς $\Gamma\chi_1$ και $\Delta\chi_2$ μένοντας διαρκώς κάθετος και σε επαφή με αυτούς. Τα άκρα Γ και Δ συνδέονται μεταξύ τους με αγωγό $\Gamma\Delta$ ορισμένης ηλεκτρικής αντίστασης. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί και με φορά όπως φαίνεται στο σχήμα.



- I) Η φορά του ρεύματος που θα διαρρέει το σύρμα $\Gamma\Delta$ είναι: (επιλέξτε)
- από το Δ προς το Γ
 - από το Γ προς το Δ
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- II) Χρειάζεται να ασκείται εξωτερική δύναμη στον αγωγό ΚΛ, ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα;
- α) ναι
 - β) όχι
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Αγωγός ΟΓ μήκους L , στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο του O και είναι κάθετος στον αγωγό. Το επίπεδο περιστροφής του είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου B . Αν ελαττώσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του, τότε η επαγωγική τάση στα άκρα του αγωγού:

- α) μειώνεται
- β) αυξάνεται
- γ) παραμένει σταθερή

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Εναλλασσόμενη τάση παράγεται από στρεφόμενο πλαίσιο αμειλητέας αντίστασης. Το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές και βρίσκεται στο επίπεδό του. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης R . Διπλασιάζουμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου. Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη R :

- α) διπλασιάζεται
- β) υπό διπλασιάζεται
- γ) τετραπλασιάζεται

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Αγωγίμο πλαίσιο στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και βρίσκεται στο επίπεδό του. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που παράγεται είναι μεγαλύτερο, όταν το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα:

- α) πιο αργά
- β) πιο γρήγορα

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

16. Αγωγίμο πλαίσιο στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και βρίσκεται στο επίπεδό του. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου διπλασιαστεί, τότε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης:

- α) διπλασιάζεται
- β) παραμένει σταθερό
- γ) υποδιπλασιάζεται

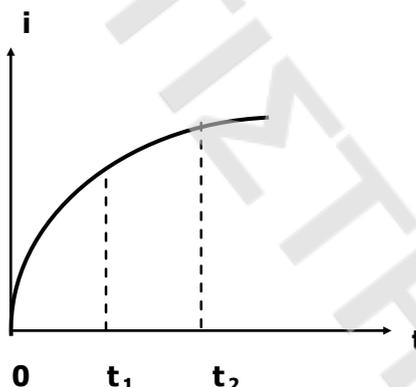
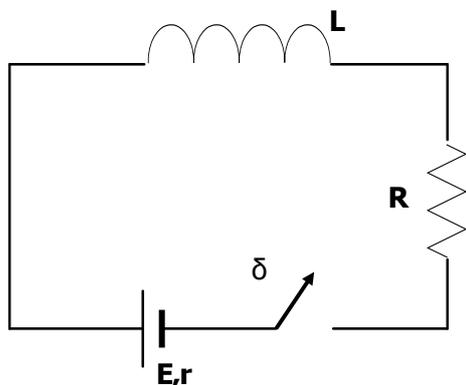
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

17. Στα άκρα ενός αντιστάτη αντίστασης R , εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = V\eta\omega t$, όπου V το πλάτος της τάσης και ω η γωνιακή της συχνότητα.

α) να γράψετε τη σχέση που δίνει το πλάτος της έντασης του ρεύματος I στο κύκλωμα.

β) να δείξετε ότι η μέση ισχύς P στον αντιστάτη R δίνεται από τη σχέση: $P = \frac{V \cdot I}{2}$.

18. Η ένταση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται ανάλογα με τον χρόνο.
19. Η εναλλασσόμενη τάση στα άκρα ενός αντιστάτη και το αντίστοιχο ρεύμα βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.
20. Η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης που μας παρέχει η ΔΕΗ είναι $f=50$ Hz.
21. Η στιγμιαία τιμή μιας εναλλασσόμενης τάσης παίρνει και μεγαλύτερες τιμές από την ενεργό τιμή της.
22. Το βολτόμετρο και το αμπερόμετρο σ' ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος μετρούν ενεργές τιμές.
23. Η μέση ισχύς που προσφέρεται σ' ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος εξαρτάται από την χρονική στιγμή στην οποία αναφερόμαστε.
24. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή στα άκρα ενός πηνίου ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει.
25. Αν αφαιρέσουμε τον πυρήνα από ένα πηνίο, ο συντελεστής αυτεπαγωγής του μειώνεται.
27. Ο διακόπτης του παρακάτω σχήματος κλείνει τη χρονική στιγμή $t=0$ οπότε το ρεύμα στο κύκλωμα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



- α) τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μεγαλύτερο από τη χρονική στιγμή t_2
- β) τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής που περνάει μέσα από το πηνίο είναι μεγαλύτερο από τη χρονική στιγμή t_2

- γ) τη χρονική στιγμή t_1 η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο είναι μεγαλύτερη από τη χρονική στιγμή t_2
- δ) τη χρονική στιγμή t_1 η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι μεγαλύτερη από τη χρονική στιγμή t_2 .

Θέματα εξετάσεων

- 28.** Η ενεργός τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι μεγαλύτερη από το πλάτος της έντασής του.
- 29.** Η ενεργός τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι ίση με το πλάτος της έντασής του.
- 30.** Η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε ένα κύκλωμα εξαπίας της μεταβολής του ρεύματος που συμβαίνει σε ένα άλλο κύκλωμα, λέγεται αμοιβαία επαγωγή.
- 31.** Το φαινόμενο της εμφάνισης ηλεκτρεγερτικής δύναμης σ' ένα κύκλωμα, εξαπίας της μεταβολής της έντασης του ρεύματος που συμβαίνει σ' ένα άλλο κύκλωμα, λέγεται αυτεπαγωγή.
- 32.** Τα επαγωγικά ρεύματα έχουν τέτοια φορά ώστε να αντιτίθενται στην αιτία που τα προκαλεί.

Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

Θέματα εξετάσεων

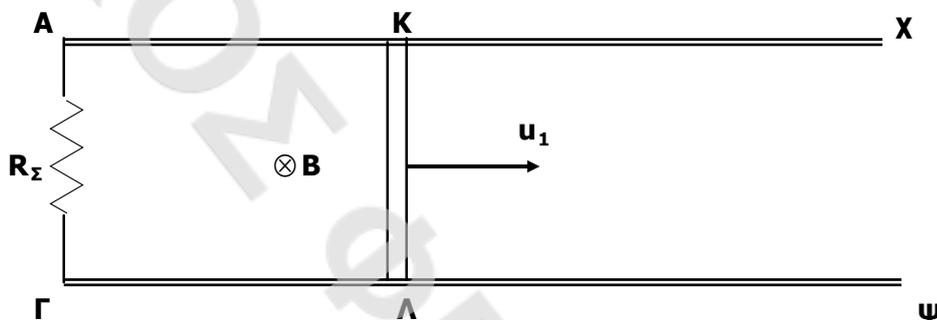
- 33.** Αυτεπαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη σε ένα κύκλωμα, όταν η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή σε ένα κύκλωμα είναι ανάλογη με τον της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΓΩΓΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Με μόνη ΗΕΔ την ΗΕΔ από επαγωγή και σταθερή ταχύτητα

1. Τα αγώγιμα σύρματα Αχ και Γψ του παρακάτω σχήματος έχουν αμελητέα αντίσταση είναι οριζόντια και στα άκρα τους Α, Γ έχει συνδεθεί θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας $P_0=20W$ και $V_0=10V$. Η μέγιστη τάση λειτουργίας της συσκευής χωρίς να καταστρέφεται είναι $V_{max}=12V$. Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους $L=0,5m$ και αντίστασης $R=3\Omega$ κινείται χωρίς τριβές με σταθερή οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1=16m/s$ και τα άκρα του είναι συνεχώς σε επαφή με τα σύρματα Αχ και Γψ. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται ολόκληρο μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2 T$.



- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ.
β) Να εξετάσετε αν η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά.
γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει ο αγωγός ΚΛ, χωρίς να καταστρέφεται η συσκευή.

Απ. α) $F_L=2N$

β) ναι

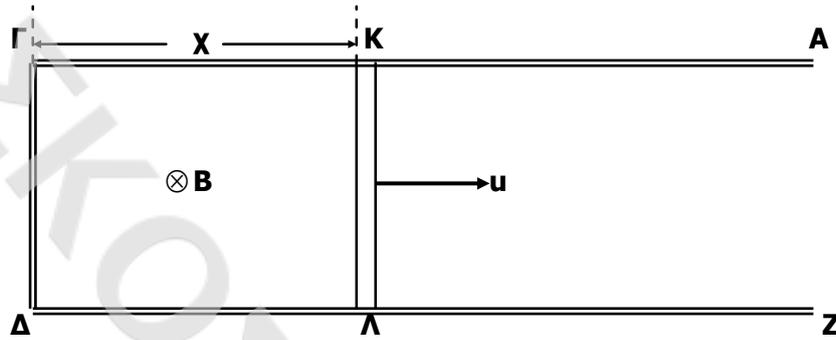
γ) $u_{max}=19,2m/s$

2. Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ αμελητέας αντίστασης και μήκους $L=1m$, που κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα u , βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με δύο οριζόντιες αγώγιμες ράβδους Αχ και Γψ αμελητέας αντίστασης και μεγάλου μήκους, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους $L=1m$. Τα άκρα Α και Γ των δύο ράβδων έχουν συνδεθεί με αντίσταση $R_1=8\Omega$. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται ολόκληρο μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5T$. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων Κ και Λ του χάλκινου σύρματος είναι $12V$.

- α) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κλειστό κύκλωμα που σχηματίζεται από όλους τους αγωγούς σε χρονική διάρκεια $\Delta t=3s$.
β) Να υπολογίσετε το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του σύρματος ΚΛ στην ίδια χρονική διάρκεια Δt .
γ) Για να κινείται το χάλκινο σύρμα με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να του ασκούμε σταθερή δύναμη μέτρου $F=2N$ ομόρροπη της ταχύτητας. Να διερευνήσετε αν ο αγωγός εμφανίζει τριβή ολίσθησης με τις δύο ράβδους. Αν ναι, να υπολογιστεί το μέτρο της.

Απ. α) $\Delta\Phi=36Wb$ β) $q=4,5C$ γ) $T=1,25N$

3. Αγώγιμο σύρμα μεγάλου μήκους με αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 4\Omega/m$ κάμπτεται σχηματίζοντας ανοιχτό οριζόντιο πλαίσιο ΑΓΔΖ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το μήκος του τμήματος ΓΔ είναι $L=0,5m$. Το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B=2T$. Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους $L=0,5m$ και αμελητέας αντίστασης κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u=10m/s$ ώστε να είναι συνεχώς σε επαφή με τα σύρματα ΓΑ και ΔΖ και κάθετος σε αυτά. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο αγωγός ΚΛ ταυτίζεται με τη πλευρά ΓΔ. Να υπολογίσετε:

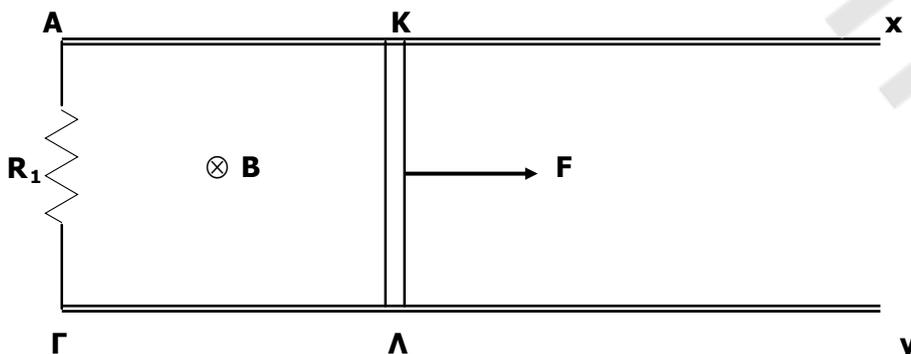


- α) τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΚΓΔΛ σε συνάρτηση με το χρόνο
 β) την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κύκλωμα
 γ) την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απ. α) $\Phi=10t$ (S.I) β) $E_{en}=10V$ γ) $i=\frac{10}{2+80t}$ (S.I)

Με μόνη ΗΕΔ την ΗΕΔ από επαγωγή και οριακή ταχύτητα

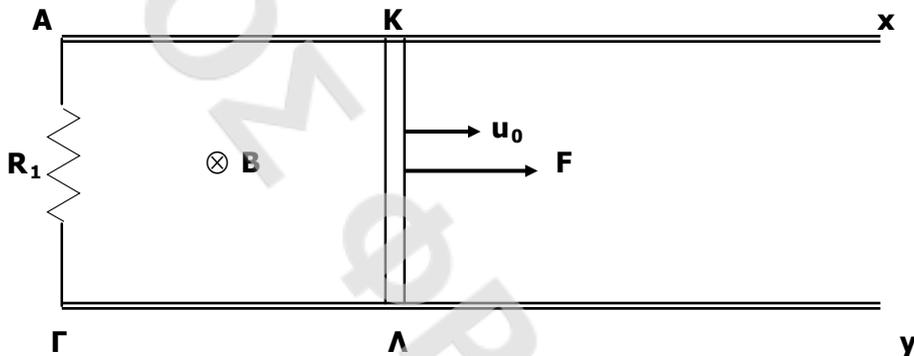
4. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=0,5m$, μάζα $m=0,3kg$, αντίσταση $R=4\Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=0,5$ m και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1 = 2\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2T$. Ασκούμε στον αγωγό ΚΛ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=3N$ με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται χωρίς τριβές, συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς.



- α)** Να εξηγήσετε ποιά είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ και να δικαιολογήσετε γιατί αποκτά οριακή ταχύτητα.
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της οριακής ταχύτητας.

Απ. β) $u_{op}=18m/s$

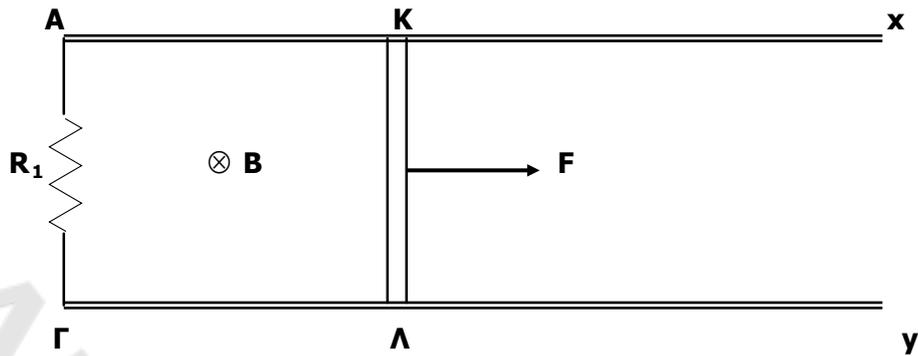
5. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους $L=1m$ και αντίστασης $R=1\Omega$ που τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα u_0 . Ο αγωγός ΚΛ κινείται χωρίς τριβές με τα άκρα του Κ και Λ σε επαφή με δύο μεταλλικούς οδηγούς Αχ και Γψ μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης με τη βοήθεια δύναμης μέτρου $F=1N$, που ασκείται στον αγωγό από τη στιγμή της εκτόξευσής του και μετά. Τα άκρα Α και Γ των δύο οδηγών είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1=3\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5T$.



- α)** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη στιγμή της εκτόξευσής του, αν αυτή έχει μέτρο:
 (i) $u_0=8 m/s$ (ii) $u_0=36 m/s$
β) Να εξηγήσετε ποιο είναι το είδος της κίνησης του αγωγού στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, μέχρι ο αγωγός να αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα.
γ) Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα του αγωγού.

Απ. α) $F_L=0,5N$, $F_L=2,25N$ γ) $u_{op}=16m/s$

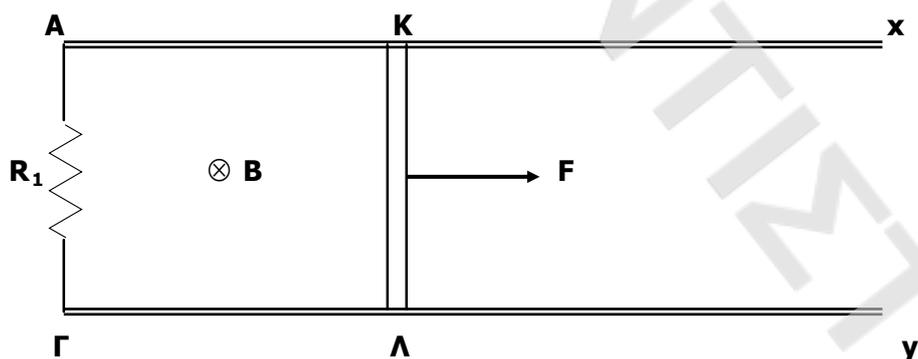
6. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1m$, μάζα $m=0,2Kg$, αντίσταση $R=4\Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1m$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1 =1\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1T$. Ασκούμε στον αγωγό ΚΛ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=2N$ με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται χωρίς τριβές , συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς.



- α)** Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη στιγμή που το μέτρο της επιτάχυνσής του είναι $a=5\text{m/s}^2$
γ) Να βρείτε την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης R_1 τη στιγμή που η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι $u_1=8\text{m/s}$
δ) Να εξηγήσετε ποιοι ενεργειακοί μετασχηματισμοί συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ΚΛ.

Απ: α) $u_{op}=10\text{m/s}$ β) $u=5\text{m/s}$ γ) $P_1=256\text{W}$

7. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1\text{m}$, μάζα $m=0,5\text{kg}$, αντίσταση $R=4\ \Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1\text{m}$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1=1\ \Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$. Ασκούμε στον αγωγό ΚΛ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται χωρίς τριβές, συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς. Κάποια στιγμή ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα μέτρου $u_{op}=10\text{m/s}$.



- α)** Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής δύναμης F που ασκούμε στον αγωγό ΚΛ.
β) Τη στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ισούται με $u_1=5\text{m/s}$, να υπολογίσετε:
 - το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του αγωγού ΚΛ
 - τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ**γ)** Τη στιγμή που ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα καταργούμε ακαριαία την δύναμη F . Να εξετάσετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός από

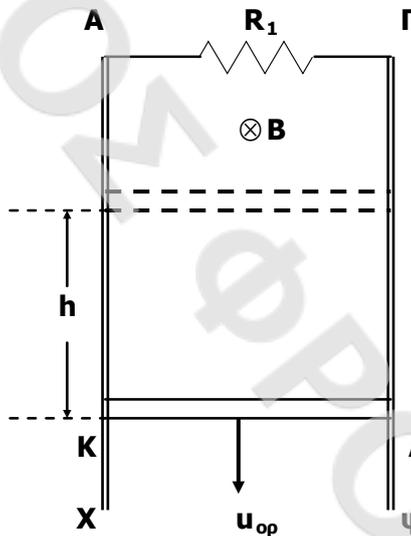
τότε και μέχρι να σταματήσει και να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται από τις αντιστάσεις του κυκλώματος μέχρι να σταματήσει ο αγωγός.

Απ. α) $F=2N$

β) $dp/dt=1N$, $dK/dt=5J/s$

γ) $Q=25J$

8. Οι κατακόρυφοι μεταλλικοί αγωγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα ωμική αντίσταση και απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση $l=0,5m$. Τα άκρα Α και Γ συνδέονται με αγωγό αντίστασης $R_1=0,1\Omega$. Ο αγωγός ΚΛ μήκους $l=0,5m$, μάζας $m=1Kg$ και ωμικής αντίστασης $R=0,1\Omega$, έχει τα άκρα του Κ και Λ συνεχώς σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς Αχ και Γψ αντίστοιχα και αφήνεται ελεύθερος να κινηθεί χωρίς τριβές. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου $B=2T$, όπως στο σχήμα. Ο αγωγός αποκτά την οριακή του ταχύτητα αφού πέσει κατά $h=2m$ από το σημείο που τον αφήσαμε ελεύθερο.



α) Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ.

β) Να υπολογίσετε για τη χρονική διάρκεια από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερος ο αγωγός ΚΛ και μέχρι να αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα:

(i) τη θερμότητα που εκλύθηκε από το κύκλωμα

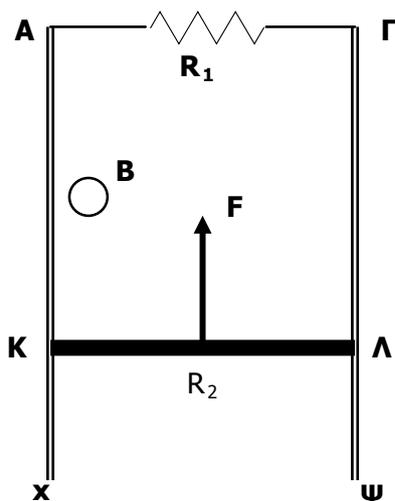
(ii) το φορτίο που διακινήθηκε στο κύκλωμα

Δίνεται: $g=10 m/s^2$

Απ. α) $u_{op}=2m/s$

β) $Q=18J$, $q=10C$

9. Οι κατακόρυφοι μεταλλικοί αγωγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα ωμική αντίσταση και απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση $l=1m$. Τα άκρα Α και Γ συνδέονται με αγωγό αντίστασης $R_1=0,8\Omega$. Ο αγωγός ΚΛ μήκους $l=1m$, μάζας $m=0,8Kg$ και ωμικής αντίστασης $R_2=0,2\Omega$, έχει τα άκρα του Κ και Λ συνεχώς σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς Αχ και Γψ αντίστοιχα και κινείται προς τα πάνω με αμελητέες τριβές και σταθερή ταχύτητα $u=4m/s$ δεχόμενος την επίδραση σταθερής εξωτερικής δύναμης F , όπως στο σχήμα. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου $B=1T$, όπως στο σχήμα.

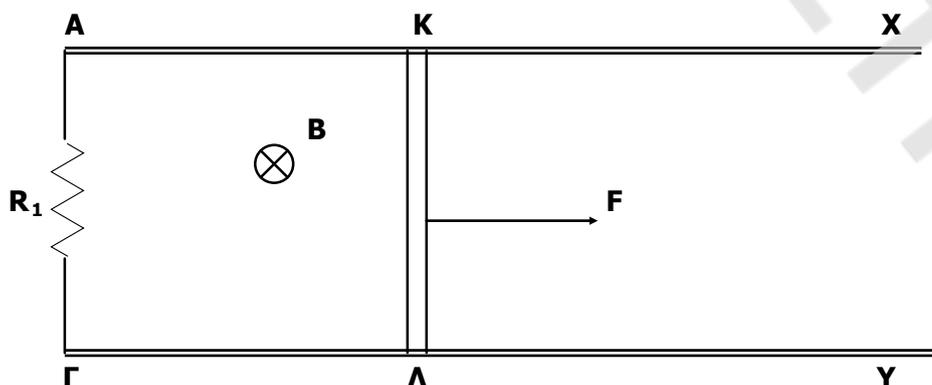


- A.** Να υπολογίσετε:
- την ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ
 - την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα
- B.** Κάποια χρονική στιγμή η εξωτερική δύναμη F μηδενίζεται. Να υπολογίσετε:
- την ένταση του ρεύματος στην αντίσταση R_1 κατά τη χρονική στιγμή που η δύναμη στον αγωγό από το πεδίο είναι $F_L = \frac{mg}{4}$, ενώ ο αγωγός εξακολουθεί να κινείται προς τα πάνω.
 - τη σταθερή ταχύτητα που αποκτά τελικά ο αγωγός κατά τη κάθοδό του.
- Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002

Απ: $A. E_{επ}=4V$, $I_{επ}=4A$ $B. I_{επ}=2A$, $v_{op}=8\text{m/s}$

10. Δύο παράλληλοι μεταλλικοί αγωγοί Αχ και Γγ με αμελητέα αντίσταση βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1\text{m}$. Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός ΚΛ μάζας m και αντίστασης $R=1\Omega$ βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τους αγωγούς Αχ και Γγ και μπορεί να ολισθαίνει παραμένοντας κάθετος σε αυτούς. Τα άκρα Α και Γ των μεταλλικών αγωγών συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης $R_1=2\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B=1\text{T}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί.



Στον ευθύγραμμο αγωγό ΚΛ, που είναι αρχικά ακίνητος, ασκείται σταθερή εξωτερική δύναμη μέτρου $F=3\text{N}$ με κατεύθυνση παράλληλη προς τους αγωγούς Αχ και Γψ, όπως φαίνεται στο σχήμα, με αποτέλεσμα η ράβδος να αρχίσει να κινείται. Στη κίνηση της ράβδου αντπίθεται δύναμη τριβής η οποία εμφανίζεται στα σημεία επαφής Κ και Λ συνολικού μέτρου 1N .

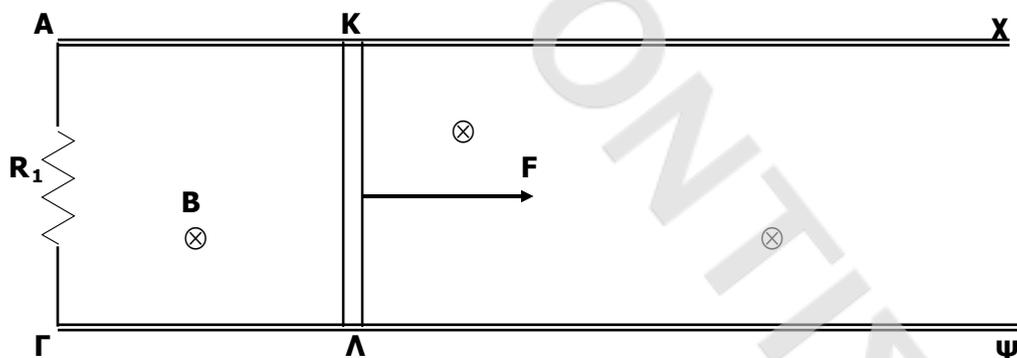
Να υπολογίσετε:

- α) τη μέγιστη ταχύτητα (οριακή ταχύτητα, u_{op}) που θα αποκτήσει ο αγωγός ΚΛ
 β) την τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού είναι $u=3\text{ m/s}$.
 γ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΚΛ τη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητάς της είναι $u=4,5\text{m/s}$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

Απ: α) $u_{op}=6\text{ m/s}$ β) $V_{κλ}=2\text{ V}$ γ) $\frac{\Delta K}{\Delta t}=2,25\text{ J/s}$

11. Δύο παράλληλοι αγωγοί Αχ και Γψ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, έχουν μεγάλο μήκος και ασήμαντη αντίσταση. Τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται με αντιστάτη $R_1=4\Omega$. Μεταλλικός αγωγός ΚΛ μήκους $L=1\text{m}$, μάζας $m=0,1\text{kg}$ και αντίστασης $R_2=1\Omega$ είναι κάθετος στους δύο αγωγούς και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές έχοντας τα άκρα του σε συνεχή επαφή με αυτούς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$.



A) Ασκοούμε στον αγωγό ΚΛ που αρχικά είναι ακίνητος σταθερή δύναμη F . Αν ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα μέτρου $u_{op}=10\text{ m/s}$, να υπολογίσετε:

- το μέτρο της δύναμης F
- την τάση στα άκρα του αγωγού όταν κινείται με οριακή ταχύτητα

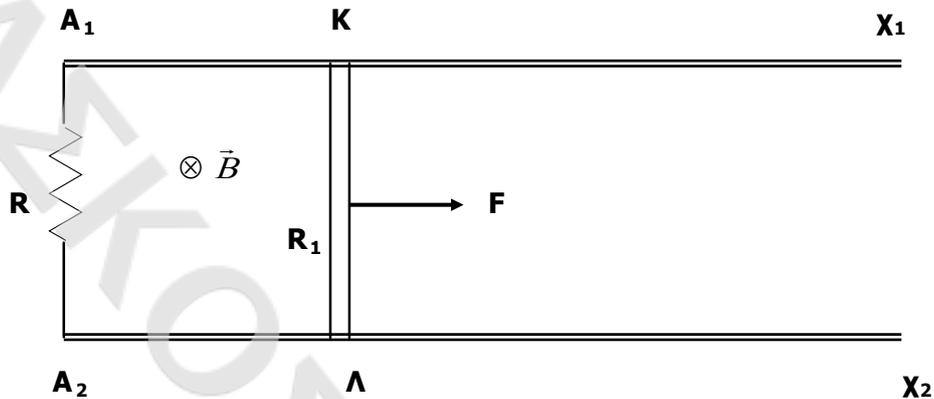
B) Κάποια στιγμή η δύναμη F παύει να ασκείται οπότε η ταχύτητα του αγωγού ελαττώνεται σταδιακά και τελικά μηδενίζεται. Να υπολογίσετε:

- το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του αγωγού τη χρονική στιγμή που η θερμική ισχύς που αποδίδει ο αντιστάτης είναι 4 W .
- το ποσό της θερμότητας που παράχθηκε στις αντιστάσεις του κυκλώματος κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης του αγωγού.

Απ: Α) 2N , 8V

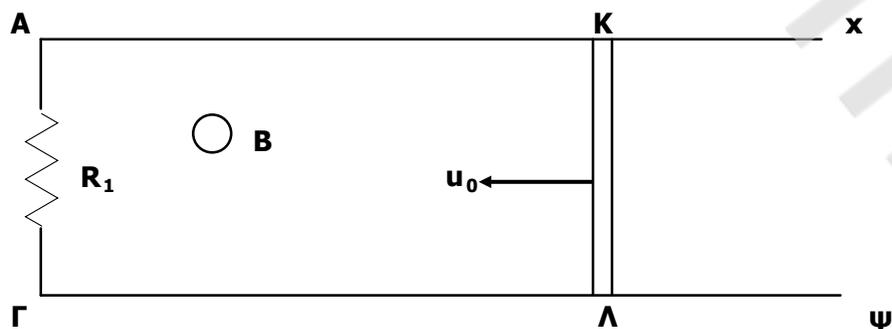
Β) 10m/s^2 , 5J

12. Οι οριζόντιοι μεταλλικοί αγωγοί $A_1\chi_1$ και $A_2\chi_2$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1\text{m}$ και έχουν αμελητέα αντίσταση. Τα άκρα τους A_1 και A_2 συνδέονται μεταξύ τους με αντίσταση $R=4\ \Omega$. Αγωγός ΚΛ μήκους $L=1\text{m}$, μάζας $m=1\text{kg}$ και αντίστασης $R_1=1\ \Omega$ έχει τα άκρα του πάνω στους αγωγούς $A_1\chi_1$ και $A_2\chi_2$ και είναι κάθετος σε αυτούς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$. Αρχικά ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος και τη χρονική στιγμή $t=0$ δέχεται δύναμη $F=10\text{N}$ και αρχίζει να κινείται, δεχόμενος επιπλέον, δύναμη τριβής $T=2\text{N}$.



- α) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση του αγωγού
 β) Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ
 γ) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αγωγού τη στιγμή που η ταχύτητά του είναι ίση με το $\frac{1}{4}$ της οριακής της τιμής.
 δ) Να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού και τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας στον αγωγό λόγω φαινομένου Joule, όταν αυτός κινείται με την οριακή του ταχύτητα.
 Απ. α) 8 m/s^2 β) 40 m/s γ) 6 m/s^2 δ) $32\text{V}, 64\text{ J/s}$

13. Δύο παράλληλοι αγωγοί Αχ και Γψ αμελητέας αντίστασης βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=2\text{m}$ και τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται με αγωγό αντίστασης R_1 . Μεταλλικός αγωγός ΚΛ μήκους $L=2\text{m}$ που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από τα άκρα Α και Γ και είναι διαρκώς κάθετος στους αγωγούς Αχ και Γψ, μπορεί να ολισθαίνει πάνω τους χωρίς τριβές. Ο αγωγός ΚΛ έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και αντίσταση $R=2\ \Omega$. Η διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει φορά προς τα πάνω και ένταση $B=1\text{T}$. Ο αγωγός ΚΛ αρχικά ηρεμεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$, δίνεται στον αγωγό αρχική ταχύτητα $u_0=12\text{m/s}$.

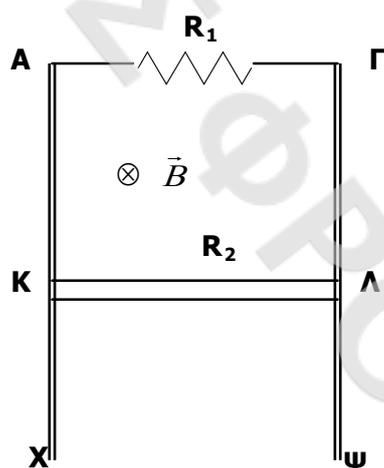


α) Να βρείτε την τιμή της αντίστασης R_1 ώστε το ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα τη στιγμή $t=0$ να έχει τιμή $I_0=3A$ και να υπολογίσετε τη θερμότητα που αναπτύσσεται συνολικά στις αντιστάσεις του κυκλώματος μέχρι τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος να γίνει $I=1A$.

β) Όταν το ρεύμα πάρει τη τιμή $I=1A$, ασκείται κάθετα στον αγωγό κατάλληλη οριζόντια εξωτερική δύναμη F , αντίρροπη προς τη ταχύτητά του, ώστε αυτός να κινείται με σταθερή επιβράδυνση $a=5m/s^2$. Να βρείτε τη συνάρτηση της F με το χρόνο για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή εφαρμογής της μέχρι να σταματήσει στιγμιαία ο αγωγός και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

Απ. α) $6 \Omega, 128 J$ β) $F=8 + 2,5t$

14. Η διάταξη του σχήματος είναι κατακόρυφη, βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1T$ και η ράβδος ΚΛ η οποία συγκρατείται ακίνητη, κάποια στιγμή αφήνεται ελεύθερη να πέσει χωρίς τριβές. Αν γνωρίζετε ότι η ράβδος έχει μάζα $m=0,1kg$, μήκος $L=1m$, αντίσταση $R_2=R_1/3$, να υπολογίσετε:



α) Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο όταν κινείται με την οριακή της ταχύτητα.

β) Την θερμική ισχύ που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_1 τη στιγμή που η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_2 είναι $2W$.

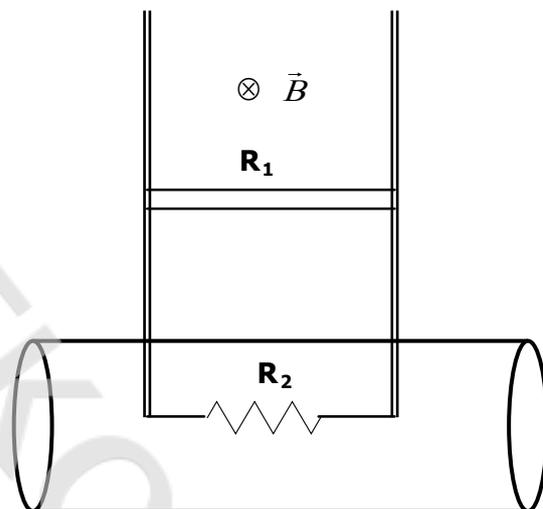
γ) Τη θερμότητα που αναπτύχθηκε στις αντιστάσεις του κυκλώματος στη διάρκεια που η ράβδος έπεσε χαμηλότερα κατά $h=8m$, μετά την ανάπτυξη της οριακής ταχύτητας. Δίνεται $R_2=2\Omega$

δ) Την επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή που το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I=0,5A$.

Απ. α) $1 A$ β) $6 W$ γ) $6 J, 2 J$ δ) $5 m/s^2$

15. Αγωγός μήκους $L=1 m$, μάζας $m=1 Kg$ και αντίστασης $R_1=10 \Omega$ αφήνεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=5 T$, να κινηθεί κατά μήκος κατακόρυφων αγωγών αμελητέας αντίστασης. Στο κάτω μέρος τους οι αγωγοί συνδέονται με αντίσταση $R_2=10 \Omega$ η οποία βρίσκεται μέσα σε κλειστό δοχείο

σταθερού όγκου $V=3 \text{ L}$ που περιέχει αέριο. Το αέριο έχει πίεση $P=10^5 \text{ N/m}^2$ και θερμοκρασία $T=300 \text{ K}$. Να βρεθούν:



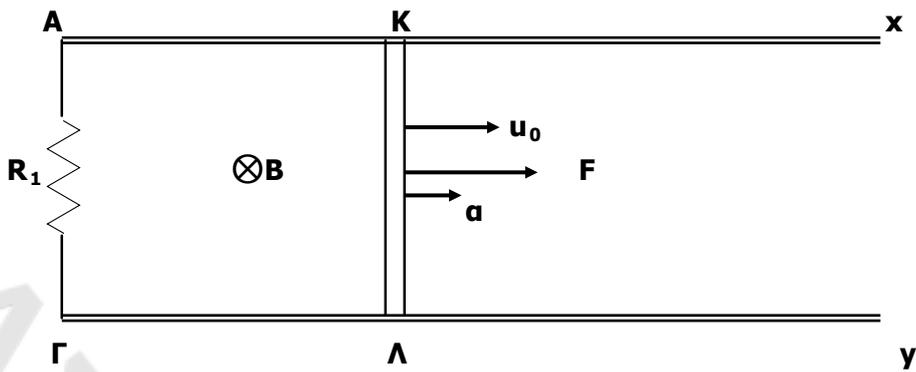
- α) Ο αριθμός των mole του αερίου
 β) Η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός
 γ) Αν μέχρι να αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα ο αγωγός πέφτει κατά $h=5 \text{ m}$ θερμότητα που εκλύεται από τις αντιστάσεις του κυκλώματος.
 δ) Να βρεθεί η μεταβολή της πίεσης του αερίου μέχρι να αποκτήσει ο αγωγός την οριακή του ταχύτητα.

Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $1/R=0,12 \text{ mole} \cdot \text{K/J}$, $C_V=3R/2$

Απ: α) $n=0,12 \text{ mole}$ β) $u_{op}=8\text{m/s}$ γ) $Q_1=Q_2=9\text{J}$ δ) $\Delta P=2 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$

Με μόνη ΗΕΔ την ΗΕΔ από επαγωγή και σταθερή επιτάχυνση

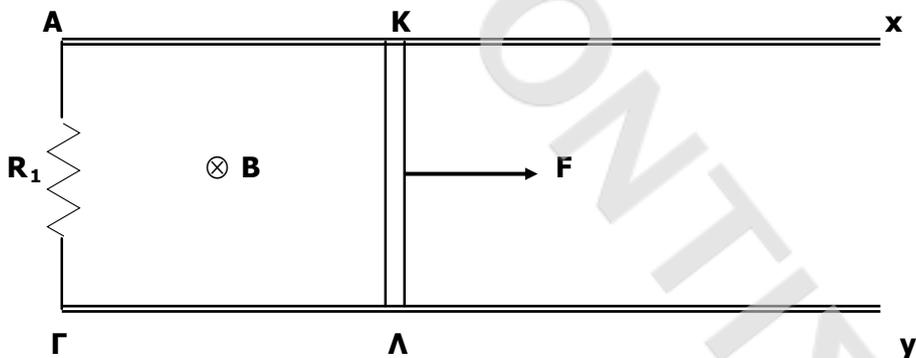
16. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1\text{m}$, μάζα $m=1\text{Kg}$, αντίσταση $R=3\Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1 \text{ m}$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1 = 2\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ με ταχύτητα μέτρου $u_0=5\text{m/s}$ και ταυτόχρονα ασκούμε σε αυτόν οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$ χωρίς τριβές, συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς.



- α) Να βρείτε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό
 β) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος

Απ. α) $i=2+0,8t$ (S.I) β) $+0,8$ A/s

17. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=0,8\text{m}$, μάζα $m=0,2\text{kg}$, αντίσταση $R=1\Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=0,8$ m και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1=3\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$. Από τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούμε στον αγωγό ΚΛ οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται χωρίς τριβές, με σταθερή επιτάχυνση a , συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς. Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ είναι η $i=2t$ (S.I).

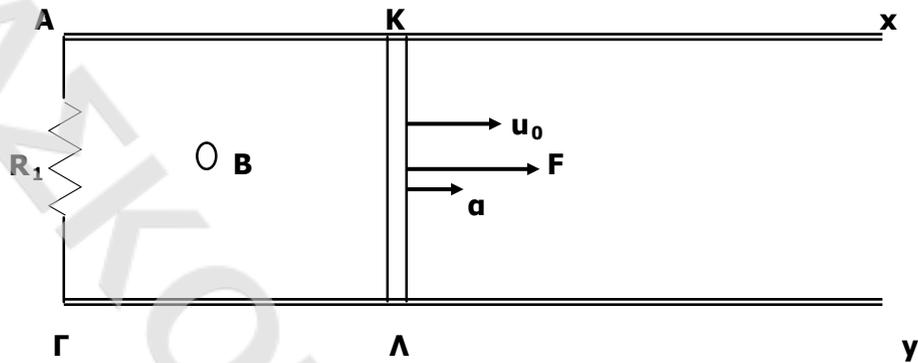


- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης a .
 β) Να βρείτε τις χρονικές συναρτήσεις της δύναμης Laplace και της δύναμης F που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ.
 γ) Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσφέρεται στον αγωγό ΚΛ από τη στιγμή $t=0$ μέχρι τη στιγμή $t_1=3\text{s}$, αν δίνεται ότι η θερμότητα που εκλύεται λόγω φαινομένου Joule από τους αντιστάτες του κυκλώματος κατά τη χρονική αυτή διάρκεια είναι $Q=144\text{J}$.

Απ. α) 10m/s^2 β) $F_L=1,6t$ (S.I) , $F=1,6t+2$ (S.I) γ) 234J

18. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1\text{m}$, μάζα $m=0,5\text{kg}$, αντίσταση $R=4\Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί

οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1\text{ m}$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με αντίσταση $R_1 = 6\Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{ T}$. Από τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούμε στον αγωγό ΚΛ οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κινείται χωρίς τριβές, με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{ m/s}^2$, συνεχώς σε επαφή με τους μεταλλικούς οδηγούς.

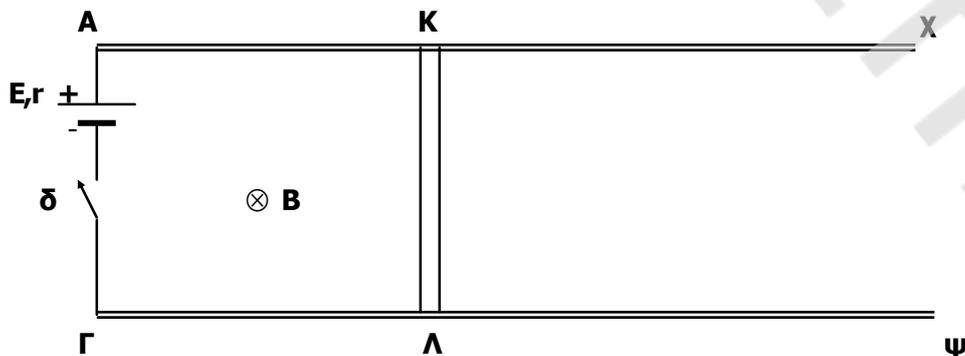


- α) Να υπολογίσετε την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{ s}$.
 β) Να βρείτε τη χρονική εξίσωση της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ.
 γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή t_1 .

Απ. α) 10 V β) $F_L=0,4+0,2t\text{ (S.I)}$ γ) 10 J/s

Με δύο ΗΕΔ στο κύκλωμα

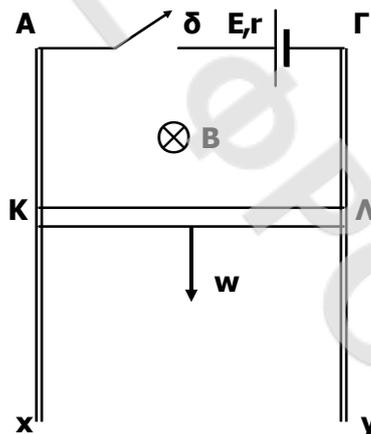
19. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1\text{ m}$, αντίσταση $R=3\ \Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1\text{ m}$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα μέσω διακόπτη με πηγή που έχει ΗΕΔ $E=8\text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r=1\ \Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{ T}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη και αφήνουμε τον αγωγό ελεύθερο να κινηθεί.



- α) Να διερευνήσετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ και να εξηγήσετε γιατί αποκτά οριακή ταχύτητα.
 β) Να υπολογίσετε το μέτρο της οριακής ταχύτητας του αγωγού ΚΛ.
 γ) Να υπολογίσετε τη θερμική ισχύ που καταναλώνει ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του ισούται με το μισό της οριακής της τιμής.

Απ. β) 16 m/s γ) 3 W

20. Δύο παράλληλοι κατακόρυφοι αγωγοί Αχ και Γψ πολύ μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=0,5 \text{ m}$. Οριζόντιος μεταλλικός αγωγός ΚΛ με μάζα m και αντίσταση $R=5 \Omega$ μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας συνεχώς κάθετος στους αγωγούς Αχ και Γψ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2 \text{ T}$. Τα άκρα Α και Γ συνδέονται με τους πόλους πηγής ΗΕΔ $E=12 \text{ V}$ και $r=1 \Omega$. Αρχικά ο αγωγός ΚΛ συγκρατείται ακίνητος. Κάποια στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη και αφήνουμε ελεύθερο τον αγωγό να κινηθεί. Παρατηρούμε ότι ο αγωγός ισορροπεί ακίνητος.

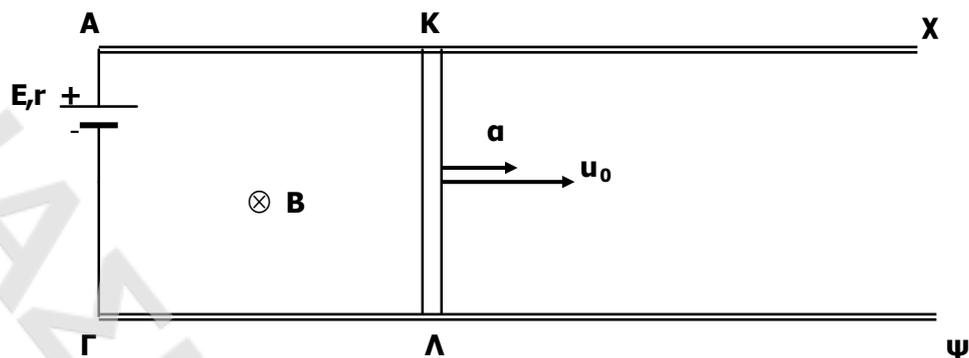


- α) Να υπολογίσετε τη μάζα του αγωγού ΚΛ.
 β) Διπλασιάζουμε ακαριαία το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου.
 (i) να διερευνήσετε προς τα πού θα ξεκινήσει να κινείται ο αγωγός ΚΛ
 (ii) να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός ΚΛ
 Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$.

Απ. α) $0,2 \text{ Kg}$ β) προς τα πάνω , 3 m/s

21. Ο ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός του σχήματος έχει μήκος $L=1 \text{ m}$, μάζα $m=0,2 \text{ Kg}$ και αντίσταση $R=6 \Omega$ και είναι αρχικά ακίνητος. Οι δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οδηγοί Αχ και Γψ έχουν μεγάλο μήκος και αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1 \text{ m}$ και τα άκρα τους Α, Γ είναι συνδεδεμένα με πηγή που έχει ΗΕΔ $E=16 \text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r=2 \Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5 \text{ T}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=8 \text{ m/s}$ και ταυτόχρονα

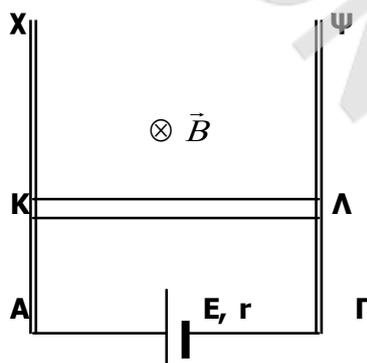
του ασκούμε κατάλληλη δύναμη F ώστε να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a=2 \text{ m/s}^2$, ίδιας φοράς με αυτή της αρχικής ταχύτητας.



- α) Να υπολογίσετε το μέτρο και τη φορά της δύναμης F τη στιγμή $t=0$.
 β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό KL και να υπολογίσετε τις χρονικές στιγμές που η ένταση του ρεύματος είναι ίση με $1A$
 γ) Να βρείτε τις χρονικές εξισώσεις της δύναμης F και της δύναμης Laplace.

Απ. α) $-0,35 \text{ N}$ β) $i=1,5 - 0,125t \text{ (S.I)}$, $4s$, $20s$
 γ) $F=-0,35+6,25 \cdot 10^{-2}t \text{ (S.I)}$, $F_L=0,75 - 6,25 \cdot 10^{-2}t \text{ (S.I)}$

22. Δύο παράλληλοι κατακόρυφοι αγωγοί Ax και $\Gamma\psi$ πολύ μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1 \text{ m}$. Οριζόντιος μεταλλικός αγωγός KL με μάζα $m=1 \text{ Kg}$ και αντίσταση $R=2 \Omega$ μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας συνεχώς κάθετος στους αγωγούς Ax και $\Gamma\psi$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1 \text{ T}$. Τα άκρα A και Γ συνδέονται με τους πόλους πηγής $HE\Delta$ $E=60 \text{ V}$ και $r=1 \Omega$. Αρχικά ο αγωγός KL συγκρατείται ακίνητος.

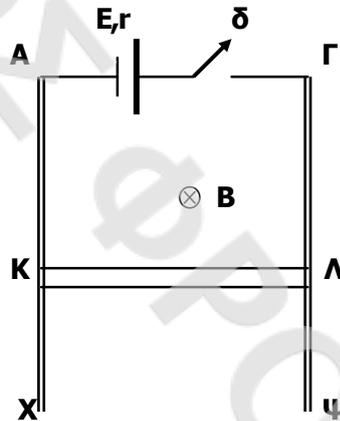


- α) Να βρεθεί η επιτάχυνση του αγωγού KL τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος. Προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί ο αγωγός;
 β) Να αποδείξετε ότι ο αγωγός KL θα αποκτήσει τελικά οριακή ταχύτητα την οποία και να υπολογίσετε.
 γ) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός σε συνάρτηση με την ταχύτητά του και να την παραστήσετε γραφικά.
 δ) Τη στιγμή που το μέτρο της δύναμης Laplace γίνεται ίσο με $\frac{3}{2}mg$ να υπολογίσετε:

- I) το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του αγωγού
 II) το ρυθμό μεταβολής της ορμής του αγωγού
 III) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού
 Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$

Απ. α) 10 m/s^2 β) 30 m/s γ) $F_L=20 - \frac{u}{3} \text{ (S.I)}$ δ) 5 m/s^2 , 5 N , 75 J/s

23. Δύο κατακόρυφοι παράλληλοι αγωγοί Αχ και Γψ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L=1 \text{ m}$ και έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Τα πάνω άκρα των αγωγών Α και Γ συνδέονται μέσω ανοιχτού διακόπτη δ με πηγή ΗΕΔ $E=20\text{V}$ και εσωτερικής αντίστασης $r=0,5\Omega$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αγωγός ΚΛ μήκους $L=1 \text{ m}$, μάζας $m=0,2\text{Kg}$ και αντίστασης $R=1,5 \Omega$ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές μένοντας συνεχώς οριζόντιος και κάθετος στους κατακόρυφους αγωγούς Αχ και Γψ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη και ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον αγωγό. Να βρείτε:



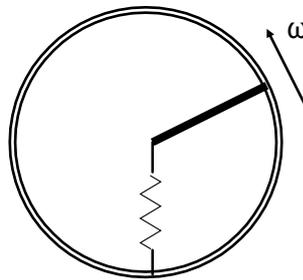
- α) την επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος
 β) τη ταχύτητα του αγωγού τη στιγμή που μηδενίζεται το ρεύμα και στη συνέχεια αλλάζει φορά
 γ) την οριακή ταχύτητα που αποκτά τελικά ο αγωγός
 δ) την τάση στα άκρα του αγωγού τη στιγμή που αυτός έχει ταχύτητα ίση με το μισό της οριακής της τιμής. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

Απ:

ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

24. Ο ευθύγραμμος αγωγός του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $L=1 \text{ m}$, αντίσταση $R=3 \Omega$ και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=100 \text{ rad/s}$ γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο του Κ και είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής. Το άκρο Λ του αγωγού βρίσκεται σε επαφή με κυκλικό αγωγό

αμελητέας αντίστασης ο οποίος συνδέεται με το άκρο Κ του ευθύγραμμου αγωγού μέσω αντίστασης $R_1=2 \Omega$. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5 \text{ T}$, με δυναμικές γραμμές παράλληλες με τον άξονα περιστροφής. Να υπολογίσετε:

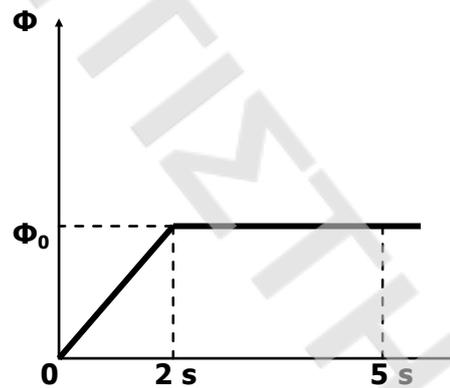
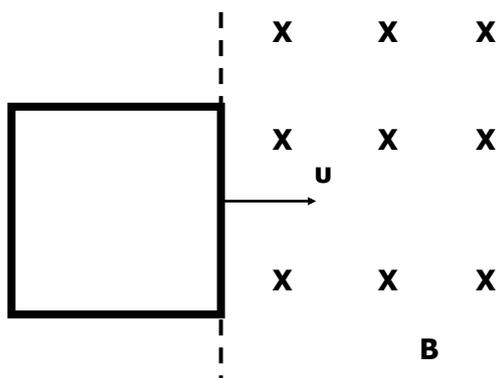


- α) την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον
 β) την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ
 γ) τον ρυθμό με τον οποίο πρέπει να παρέχουμε ενέργεια ώστε ο αγωγός να εκτελεί την περιστροφική του κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=100 \text{ rad/s}$.
 Να θεωρήσετε τις τριβές αμελητέες.

Απ. α) 25 V β) 5 A γ) 125 W

ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

25. Κλειστό μεταλλικό πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα u και τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να εισέρχεται σε εκτεταμένο ομογενές μαγνητικό πεδίο B οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου (σχήμα α). Ο χρόνος που απαιτείται για να εισέλθει όλο το πλαίσιο στο πεδίο είναι 2s. Η αντίσταση του πλαισίου είναι $R=0,5 \Omega$. Η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από το πλαίσιο μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα (σχήμα β), από τη τιμή $\Phi=0$ για $t=0$ ως τη τιμή $\Phi_0=8 \text{ Wb}$ για $t=2s$.



- α) Να βρεθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο στο χρονικό διάστημα από $t=0$ ως $t=2s$.
 β) Να γίνει το διάγραμμα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο από $t=0$ ως $t=5s$.

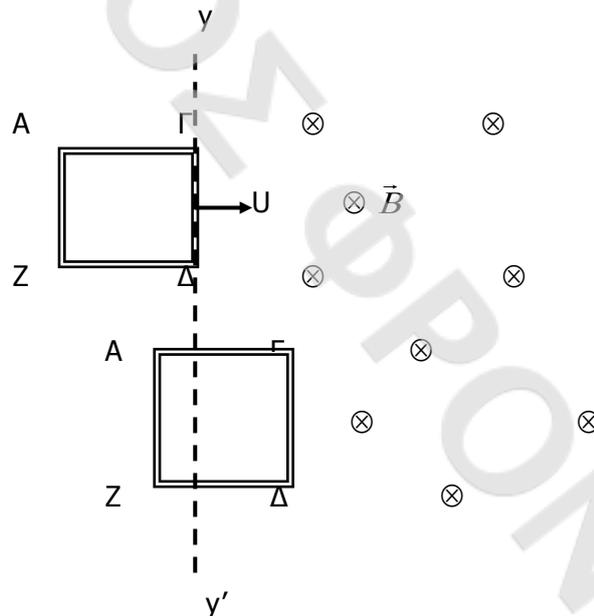
γ) Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος I που διαρρέει το πλαίσιο από $t=0$ ως $t=2s$, καθώς και το πλάτος της έντασης I_0 ενός εναλλασσόμενου ρεύματος το οποίο θα είχε το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα στο πλαίσιο, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

δ) Να βρεθεί το ποσό της θερμότητας που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, στο χρονικό διάστημα από $t=0$ ως $t=5s$.

ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2003

Απ: α) $4 V$ γ) $8 A$, $8 \sqrt{2} A$ δ) $64 J$

26. Το τετράγωνο χάλκινο πλαίσιο του σχήματος έχει μήκος πλευράς $L=10 \text{ cm}$ και αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^*=0,1 \ \Omega/\text{cm}$. Το πλαίσιο αρχίζει να εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με σταθερή ταχύτητα $u=2 \text{ cm/s}$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2 \text{ T}$, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου. Το μαγνητικό πεδίο εκτείνεται σε μεγάλη απόσταση από το όριο $\gamma\gamma'$ του πεδίου.



α) Να βρείτε την εξίσωση και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση των παρακάτω μεγεθών σε συνάρτηση με το χρόνο:

(i) μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από το πλαίσιο

(ii) ΗΕΔ από επαγωγή που δημιουργείται στο πλαίσιο

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκούμε στο πλαίσιο παράλληλα στην ταχύτητά του κατά τη διάρκεια της εισόδου του στο μαγνητικό πεδίο, ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u=2 \text{ cm/s}$.

Απ. α) $\Phi=4 \cdot 10^{-3} t \text{ (S.I.)}$, $0 \leq t \leq 5s$ $E=4 \cdot 10^{-3} V$, $0 \leq t \leq 5s$

$\Phi=0,02 \text{ Wb}$, $t \geq 5s$ $E=0$, $t \geq 5s$

β) $F=2 \cdot 10^{-4} N$

ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

27. Ένας αντιστάτης διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα της μορφής $i=4\eta\mu 10\pi t$ (S.I) και τη χρονική στιγμή $t_1=0,05$ s η τάση στα άκρα του είναι $u_1=+20V$. Να υπολογίσετε:

- α)** το πλάτος της τάσης στα άκρα του αντιστάτη
- β)** την ωμική αντίσταση του αντιστάτη
- γ)** την μέση ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης
- δ)** την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης όταν η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει είναι -1 A.

Απ. α) 20V β) 5 Ω γ) 40 W δ) 5 W

28. Ένας αντιστάτης με αντίσταση R διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα της μορφής $i=0,2 \eta\mu 2t$ (S.I) όταν στα άκρα του εφαρμόσουμε εναλλασσόμενη τάση που δίνεται από την εξίσωση $u=4 \eta\mu 2t$ (S.I). Να υπολογίσετε:

- α)** την ενεργό ένταση του ρεύματος και την ενεργό τιμή της τάσης
- β)** την αντίσταση του αντιστάτη
- γ)** την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης τη στιγμή $t=0,125\pi$ s.

Απ. α) $0,1\sqrt{2}$ A β) 20 Ω γ) 0,4 W

29. Στα άκρα ενός αντιστάτη που έχει αντίσταση $R=5$ Ω επικρατεί εναλλασσόμενη τάση που δίνεται από την εξίσωση $u=4 \eta\mu 2t$ (S.I). Να υπολογίσετε:

- α)** την θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη σε χρονική διάρκεια $\Delta t=0,2$ s
- β)** την μέση ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης
- γ)** την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης τη στιγμή $t=\frac{\pi}{30}$ s

Απ. α) 8 J β) 40 W γ) 60 W

30. Ένας λαμπτήρας πυρακτώσεως τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u=200\eta\mu \frac{\pi}{2} t$ (S.I). Ο λαμπτήρας φωτοβολεί όταν η απόλυτη τιμή της τάσης

στα άκρα του ξεπερνά τα $100\sqrt{3}$ V. Η μέγιστη στιγμιαία ισχύς που δαπανά ο λαμπτήρας είναι $p_{\max}=400W$.

- α)** Να υπολογίσετε την περίοδο και τη συχνότητα της τάσης u.
- β)** Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που δαπανά ο λαμπτήρας.
- γ)** Πόσο χρόνο θα φωτοβολεί ο λαμπτήρας, αν η πηγή εναλλασσόμενης τάσης συνδεθεί στα άκρα του για χρόνο $\Delta t=5$ min;

Απ: α) 4s, 0,25 Hz β) 200W γ) 100s

31. Στα άκρα ενός αντιστάτη $R=5\Omega$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u=V\eta\mu\frac{10\pi}{3}t$ (S.I), οπότε αναπτύσσεται πάνω του θερμότητα με ρυθμό $30000\text{J}/\text{min}$.

Να υπολογίσετε:

- α)** το πλάτος της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα
- β)** τη στιγμιαία ισχύ πάνω στην αντίσταση τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$
- γ)** το χρονικό διάστημα σε κάθε περίοδο της τάσης u μέσα στο οποίο για την ένταση i του ρεύματος ισχύει $i>5\text{A}$

Απ: *a)* 10A *β)* 125W *γ)* 0,2s

32. Τετράγωνο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης αποτελείται από $N=100$ σπείρες πλευράς $a=0,1\text{ m}$ η κάθε μια και βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=\frac{\sqrt{2}}{10}\text{ T}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να περιστρέφεται

με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=100\pi\text{ rad/s}$, γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με δίπολο που αποτελείται από δύο αντιστάσεις $R_1=2\ \Omega$ και $R_2=8\ \Omega$ συνδεδεμένες σε σειρά. Να βρείτε:

- α)** Το πλάτος της τάσης στα άκρα του πλαισίου.
- β)** Τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το δίπολο και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
- γ)** Ποιες χρονικές στιγμές σε μια περίοδο η στιγμιαία ένταση του ρεύματος ισούται με την ενεργό τιμή της;
- δ)** Τη μέση ισχύ που καταναλώνεται στο κύκλωμα.
- ε)** Τη χρονική εξίσωση της τάσης στα άκρα του αντιστάτη R_1
- στ)** Αν το πλαίσιο στρεφόταν με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα να βρείτε την επί τοις εκατό μεταβολή της μέσης ισχύος
Δίνεται: $\pi^2=10$.

Απ. *a)* $100\sqrt{2}\text{ V}$ *β)* $i=10\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$ (S.I) *γ)* $\frac{1}{400}\text{ s}, \frac{3}{400}\text{ s}, \frac{5}{400}\text{ s}, \frac{7}{400}\text{ s}$
δ) 1000 W *ε)* $u=20\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t)$ (S.I) *στ)* 300%

ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

33. Στο παρακάτω κύκλωμα το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=10\text{ mH}$ και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Δίνονται επίσης τα στοιχεία: $R=8\ \Omega$, $E=40\text{ V}$ και $r=2\ \Omega$. Κάποια χρονική στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη (δ). Να υπολογίσετε:

35. Πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=2\text{ H}$ και ωμικής αντίστασης $R_p=4\Omega$ συνδέεται παράλληλα σε ωμικό αντιστάτη αντίστασης 12Ω . Η συνδεσμολογία τους συνδέεται στους πόλους ιδανικής πηγής με ΗΕΔ $E=36\text{V}$ μέσω διακόπτη Δ . Ο διακόπτης είναι αρχικά ανοικτός.

A. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε τον διακόπτη. Να υπολογίσετε:

α) τις αρχικές εντάσεις των ρευμάτων στους κλάδους του κυκλώματος

β) την τελική τιμή της έντασης του ρεύματος που θα διαρρέει το πηνίο

γ) την ενέργεια που θα αποθηκευτεί τελικά στο πηνίο

B. Έπειτα από αρκετό χρονικό διάστημα και αφού τα ρεύματα έχουν πάρει τις τελικές τους τιμές, ανοίγουμε τον διακόπτη. Να υπολογίσετε:

α) το αρχικό ρεύμα που διαρρέει το νέο κύκλωμα

β) τον αρχικό ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο

γ) τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, τη στιγμή που η τάση από αυτεπαγωγή στα άκρα του έχει τη τιμή $E_{\text{ΑΥΤ}}=80\text{V}$

δ) τη θερμότητα που θα ελευθερωθεί στο νέο κύκλωμα μέχρι τη στιγμή εκείνη

Απ:

36. Τα άκρα πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=40\text{ mH}$ και ωμική αντίσταση $R=2\Omega$ συνδέονται μέσω διακόπτη -αρχικά ανοικτού- με τους πόλους πηγής με ΗΕΔ $E=20\text{V}$ και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε το διακόπτη.

α) Να υπολογίσετε τη τελική ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα και την ενέργεια που τελικά αποταμιεύεται στο πηνίο.

β) Αν τη χρονική στιγμή t_1 το ρεύμα στο κύκλωμα έχει ένταση $I_1=2\text{A}$, με ποιο ρυθμό παρέχει ενέργεια η πηγή στο κύκλωμα και με ποιο ρυθμό αποταμιεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου τη χρονική αυτή στιγμή;

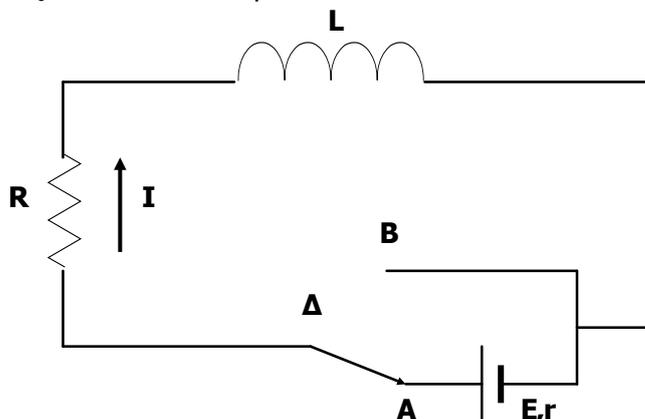
γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη χρονική στιγμή t_1 .

Απ: α) 10A , 2J

β) 40J/s , 32J/s

γ) 400A/s

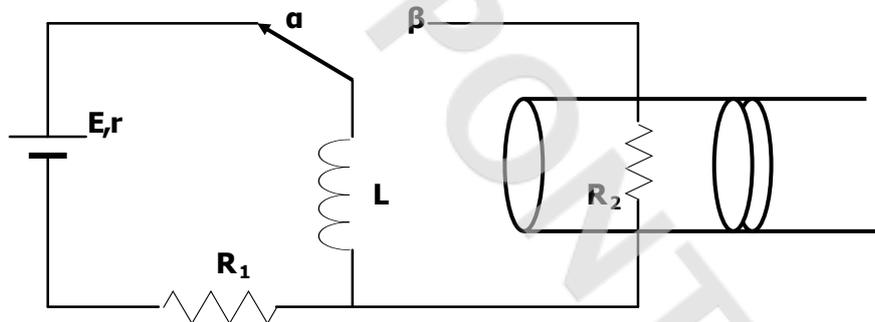
37. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται: $E=40\text{ V}$, $r=0$, $R=8\ \Omega$, και ότι το πηνίο έχει αμελητέα ωμική αντίσταση και αποτελείται από $N=400$ σπείρες. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο διακόπτης Δ συνδέεται στη θέση Α και στο πηνίο αποθηκεύεται τελικά ενέργεια ίση με $U_0=2\text{ J}$. Να υπολογίσετε:



- α) τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου
 β) την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου τη στιγμή κατά την οποία ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο είναι ίσος με το ρυθμό έκλυσης θερμότητας στην αντίσταση
 γ) τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής μέσα από κάθε σπείρα του πηνίου τη στιγμή κατά την οποία στο πηνίο έχει αποθηκευτεί το 25% της ενέργειας που αποθηκεύεται τελικά.
 Μεταφέρουμε ακαριαία το διακόπτη στη θέση Β.
 δ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος όταν η αρχική ενέργεια του πηνίου έχει μετατραπεί κατά 75% σε θερμότητα
 ε) Πόση ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμότητα τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος είναι το μισό της αρχικής της τιμής

Απ. α) $0,16 \text{ H}$ β) 20 V γ) $0,05 \text{ Wb/s}$ δ) 125 A/s ε) $1,5 \text{ J}$

38. Το κύκλωμα του σχήματος περιλαμβάνει ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,2 \text{ H}$, δύο ίσες ωμικές αντιστάσεις $R_1=R_2=8 \Omega$, μια πηγή με ΗΕΔ $E=100 \text{ V}$ και εσωτερικής αντίστασης $r=2 \Omega$ και ένα διακόπτη δ. Η αντίσταση R_2 βρίσκεται στο εσωτερικό κυλινδρικού δοχείου με θερμομονωτικά τοιχώματα που περιέχει ιδανικό αέριο με $C_V=3R/2$. Το δοχείο κλείνεται με θερμομονωτικό έμβολο το οποίο έχει εμβαδό διατομής $A=10^{-3} \text{ m}^2$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\text{ατμ}}=10^5 \text{ N/m}^2$.



- α) Ο διακόπτης κλείνει αρχικά στη θέση (α) τη χρονική στιγμή $t=0$.
1. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
 2. Κάποια χρονική στιγμή t_1 (πριν αποκτήσει το ρεύμα τη μέγιστη τιμή του) που ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος είναι 400 A/s , να βρεθεί η ένταση του ρεύματος.
- β) Αφού η ένταση του ρεύματος έχει πάρει τη μέγιστη τιμή της μεταφέρουμε ακαριαία το διακόπτη στη θέση (β) οπότε παρατηρούμε το έμβολο του δοχείου να μετακινείται αργά κατά Δx . Να βρείτε:
1. Τη θερμότητα που απορροφά το αέριο.
 2. Τη μετατόπιση του εμβόλου.

Απ:

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 1

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$P \cdot V = \text{σταθ.}$ (T=σταθ.)	Μας δίνει τη σχέση πίεσης –όγκου του αερίου, στην ισόθερμη μεταβολή αρκεί n=σταθ. (Νόμος του Boyle).
$\frac{P}{T} = \text{σταθ.}$ (V=σταθ.)	Μας δίνει τη σχέση πίεσης –απόλυτης θερμοκρασίας του αερίου, στην ισόχωρη μεταβολή αρκεί n=σταθ. (Νόμος του Charles).
$\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$ (P=σταθ.)	Μας δίνει τη σχέση όγκου –απόλυτης θερμοκρασίας του αερίου, στην ισοβαρή μεταβολή αρκεί n=σταθ. (Νόμος του Gay-Lussac).
$\frac{P \cdot V}{T} = \text{σταθ.}$	Μας δίνει τη σχέση των μεγεθών P,V και T, σε μια οποιαδήποτε μεταβολή αρκεί n=σταθ. (Συνδυαστικός νόμος).
$PV = nRT$	Σχέση των καταστατικών μεταβλητών P,V,T και n, για μια κατάσταση ισορροπίας του αερίου. (Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων)
$P = \rho \cdot \frac{RT}{M}$	Προκύπτει από την καταστατική εξίσωση και χρησιμοποιείται όταν δίνεται ή ζητείται η πυκνότητα του αερίου σε μια κατάσταση ισορροπίας . (Άλλη μια μορφή της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων).
$PV = NkT$	Προκύπτει από την καταστατική εξίσωση και χρησιμοποιείται συνήθως όταν θέλουμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου $\frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$. (Άλλη μια μορφή της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων).
$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nm\bar{v}^2}{V}$	Σχέση μεταξύ της πίεσης (μακροσκοπικό μέγεθος) και της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου (μικροσκοπικό μέγεθος)

$P = \frac{1}{3} \cdot \rho \overline{v^2}$	Σχέση μεταξύ της πίεσης (μακροσκοπικό μέγεθος), της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου (μικροσκοπικό μέγεθος) και της πυκνότητας.
---------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$\bar{K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$	Σχέση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου λόγω μεταφορικής κίνησης (μακροσκοπικό μέγεθος), με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου (μικροσκοπικό μέγεθος) ή με την απόλυτη θερμοκρασία (μακροσκοπικό μέγεθος)
$v_{\text{εν}} = \sqrt{\overline{v^2}}$	Τύπος ορισμού της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου
$v_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$	Σχέση της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου με την απόλυτη θερμοκρασία, m: μάζα ενός μορίου
$v_{\text{εν}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$	Σχέση της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου με την απόλυτη θερμοκρασία. M: γραμμομοριακή μάζα του αερίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$U = \frac{3}{2}nRT$	Εσωτερική ενέργεια ιδανικού μονατομικού αερίου
$\Delta U = \frac{3}{2}nRT$	Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ιδανικού μονατομικού αερίου
$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	Αδιαβατικός συντελεστής αερίου. Ο τύπος ισχύει για όλα τα αέρια.
$C_v = \frac{3}{2}R$	Ο τύπος ισχύει μόνο για τα ιδανικά μονατομικά αέρια.
$C_p = \frac{5}{2}R$	Ο τύπος ισχύει μόνο για τα ιδανικά μονατομικά αέρια.
$C_p = C_v + R$	Ο τύπος ισχύει για όλα τα αέρια.
$e = \frac{W_{ολ}}{Q_h}, \quad e = 1 - \frac{ Q_c }{Q_h}$	Συντελεστή απόδοσης οποιασδήποτε θερμικής μηχανής.
$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$	Συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής του Carnot.
$W_{ολ} = Q_h - Q_c $	Ωφέλιμο έργο της κυκλικής μεταβολής
$\gamma = \frac{5}{3}$	Ο τύπος ισχύει μόνο για τα ιδανικά μονατομικά αέρια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$U = k_C \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$	Δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων
$U = k_C \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} + k_C \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}} + k_C \cdot \frac{q_3 \cdot q_1}{r_{31}}$	Δυναμική ενέργεια συστήματος τριών σημειακών φορτίων
$\alpha = \frac{ q \cdot E}{m} = \frac{ q \cdot V}{m \cdot d}$	Επιτάχυνση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π
$v = a \cdot t$ $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0=0$
$v = v_0 \pm a \cdot t$ $x = v_0 t \pm \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές
$v_y = a \cdot t, \quad y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $v_x = v_0, \quad x = v_0 \cdot t$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές
$t = \frac{L}{v_0}$	Χρόνος παραμονής φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές
$y_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{ q \cdot V}{m \cdot d} \cdot \frac{L^2}{v_0^2}$	Απόκλιση κατά την έξοδο φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές
$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{ q \cdot V}{m \cdot d} \cdot \frac{L}{v_0} \right)^2}$ $\varepsilon\varphi\theta = \frac{ q \cdot V}{m \cdot d} \cdot \frac{L}{v_0^2}$	Ταχύτητα κατά την έξοδο φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{ q \cdot V}{m \cdot d} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$	Εξίσωση τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Η.Π, με $u_0 \neq 0$, κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$F_L = B \cdot v \cdot q \cdot \eta \mu \varphi$	Δύναμη που ασκείται πάνω σε κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο από Ο.Μ.Π
$x = v \cdot t$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Μ.Π, με ταχύτητα, παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές <ul style="list-style-type: none"> • Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
$R = \frac{m \cdot v}{B \cdot q }$ $T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q }$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Μ.Π, με ταχύτητα κάθετη προς τις δυναμικές γραμμές <ul style="list-style-type: none"> • Ομαλή κυκλική κίνηση.
$v_{\pi} = v \cdot \sigma \nu \nu \varphi$ $v_{\kappa} = v \cdot \eta \mu \varphi$ $R = \frac{m \cdot v_{\kappa}}{B \cdot q }$ $T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q }$ $\beta = v_{\pi} \cdot T = v \cdot \sigma \nu \nu \varphi \cdot \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q }$	Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε Ο.Μ.Π, με ταχύτητα η οποία σχηματίζει τυχαία γωνία φ (με $\varphi \neq 0^{\circ}, 90^{\circ}, 180^{\circ}$) ως προς τις δυναμικές γραμμές του Ο.Μ.Π. <ul style="list-style-type: none"> • Ελικοειδής κίνηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot v \cdot l$	ΗΕΔ από επαγωγή πάνω σε ευθύγραμμο αγωγό που κινείται μεταφορικά μέσα σε Ο.Μ.Π, τέμνοντας με την κίνησή του κάθετα τις δυναμικές γραμμές.
$E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \omega \cdot l^2$	ΗΕΔ από επαγωγή πάνω σε ευθύγραμμο αγωγό που κινείται περιστροφικά μέσα σε Ο.Μ.Π, γύρω από άξονα που τον τέμνει κάθετα στο ένα του άκρο, τέμνοντας με την κίνησή του κάθετα τις δυναμικές γραμμές.
$\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$	Μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από πλαίσιο το οποίο περιστρέφεται μέσα σε Ο.Μ.Π, με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές.
$v = V \cdot \eta\mu\omega t$	Ημιτονοειδής εναλλασσόμενη τάση στα άκρα αντιστάτη.
$V = N \cdot \omega \cdot B \cdot A$	Πλάτος ημιτονοειδούς εναλλασσόμενης τάσης.
$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad , \quad \omega = 2\pi f$	Κυκλική συχνότητα της ημιτονοειδούς εναλλασσόμενης τάσης.
$i = I \cdot \eta\mu\omega t$	Ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα που διαρρέει αντιστάτη .
$I = \frac{V}{R}$	Πλάτος ημιτονοειδούς εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει αντιστάτη .
$I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}}$	Ενεργός ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος.
$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$	Ενεργός τάση εναλλασσόμενης τάσης.

ΤΥΠΟΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
$Q = I_{\epsilon\nu}^2 \cdot R \cdot t$	Νόμος του Joule στο εναλλασσόμενο ρεύμα.
$p = v \cdot i$, $p = i^2 \cdot R$, $p = \frac{v^2}{R}$	Στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος.
$P = \frac{W}{T}$	Μέση ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος (τύπος ορισμού)
$P = V_{\epsilon\nu} \cdot I_{\epsilon\nu}$, $P = I_{\epsilon\nu}^2 \cdot R$, $P = \frac{V_{\epsilon\nu}^2}{R}$	Μέση ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος
$E_{\epsilon\pi} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$	Νόμος του Faraday.
$E_{\alpha\mu\omicron\iota\beta.\epsilon\pi} = -M \cdot \left(\frac{di}{dt}\right)_1$	ΗΕΔ από αμοιβαία επαγωγή
$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L \cdot \frac{di}{dt}$	ΗΕΔ από αυτεπαγωγή
$L = \mu \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A$	Συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου
$U_B = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$	Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς πηνίου.