Ασκήσεις σχ. Βιβλίου σελίδας 251 – 252

Γενικές ασκήσεις

1.

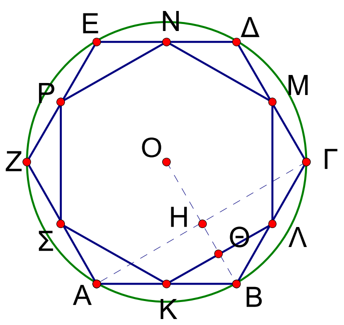
Κανονικό εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R) και έστω Κ, Λ, Μ, Ν, Ρ, Σ τα μέσα των πλευρών του.

i) Να αποδείξετε ότι το ΚΛΜΝΡΣ είναι κανονικό εξάγωνο με κέντρο Ο.

ii) Να αποδείξετε ότι (ΚΛΜΝΡΣ) = $\frac{3}{4}$(ΑΒΓΔΕΖ).

iii) Να βρεθεί, ως συνάρτηση του R, το μήκος του εγγεγραμμένου κύκλου στο ΚΛΜΝΡΣ.

Λύση



i)

Στο τρίγωνο ΒΑΓ είναι

$K\Lambda = \parallel \frac{A\Gamma}{2} = \frac{\lambda_3}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Ομοίως για όλες τις πλευρές του ΚΛΜΝΡΣ. **(1)**

$OK = \alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2} = O\Lambda = \ . \ . \ .$ **(2)**

Από τις (1) και (2) $\Rightarrow$ ΚΛΜΝΡΣ κανονικό εξάγωνο ακτίνας $OK = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

ii)

$$(K\Lambda MNP\Sigma) = 6\,(OK\Lambda) = 6\,\frac{OK^2\sqrt{3}}{4}$$

$$= 6\,\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\,\frac{3R^2}{4} = \frac{18\sqrt{3}R^2}{16} \quad \textbf{(3)}$$

$$\frac{3}{4}(AB\Gamma\Delta EZ) = \frac{3}{4}\,.\,6\,(OAB) = \frac{3}{4}\,.\,6\,\frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{18\sqrt{3}R^2}{16} \quad \textbf{(4)}$$

Από τις (3) και (4) $\Rightarrow$ (ΚΛΜΝΡΣ) = $\frac{3}{4}$(ΑΒΓΔΕΖ).

iii)

Θ το σημείο τομής των ΚΛ, ΟΒ.

$OB \perp A\Gamma \Rightarrow O\Theta \perp K\Lambda$ άρα το ΟΘ είναι απόστημα του ΚΛΜΝΡΣ. άρα και ακτίνα του εγγεγραμμένου του κύκλου.

$$O\Theta = \frac{OK\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}R$$

Μήκος του εγγεγραμμένου κύκλου στο ΚΛΜΝΡΣ $= 2\pi \cdot O\Theta = 2\pi\frac{3}{4}R = \frac{3\pi R}{2}$

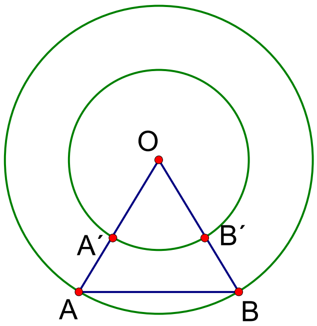
2.

Έστω κύκλος (O, R) και μία χορδή του $AB = \lambda_\nu$. Αν ο κύκλος $(O,\ \alpha_4)$ τέμνει τις ακτίνες OA και OB στα A' και B' αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι

i) το εμβαδόν ε του μικτόγραμμου τετραπλεύρου $ABB'A'$ (με δύο πλευρές τόξα) ισούται με το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $OA'B'$ και

ii) $2\nu\varepsilon = \pi R^2$.

Λύση



i)

$$\varepsilon = (\text{κ. τομέας } OAB) - (\text{κ. τομέας } OA'B')$$

$$= \frac{\pi R^2 \frac{360}{\nu}}{360} - \frac{\pi \alpha_4^2 \frac{360}{\nu}}{360}$$

$$= \frac{\pi R^2}{\nu} - \frac{\pi\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\nu}$$

$$= \frac{\pi R^2}{\nu} - \frac{\pi R^2}{2\nu} = \frac{\pi R^2}{2\nu} = (O\widehat{A'B'})$$

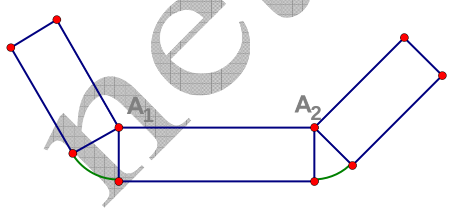
ii)

$$\varepsilon = \frac{\pi R^2}{2\nu} \Rightarrow 2\nu\varepsilon = \pi R^2$$

3.

Με βάσεις τις πλευρές ενός ν-γώνου και στο εξωτερικό του κατασκευάζουμε ν ορθογώνια με το ίδιο ύψος υ. Συνδέουμε τις εξωτερικές πλευρές τους με τόξα κύκλων που γράφουμε με κέντρα τις κορυφές και ακτίνα υ. Να βρεθεί το άθροισμα των εμβαδών των ν κυκλικών τομέων που σχηματίζονται.

Λύση



Έστω $A_1A_2 \ldots A_\nu$ το ν–γωνο και $\mu_1,\ \mu_2,\ \ldots,\ \mu_\nu$ τα ανοίγματα των κυκλικών τομέων και $\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \ldots,\ \varepsilon_\nu$ τα εμβαδά τους αντίστοιχα.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_\nu = \frac{\pi\upsilon^2\mu_1}{360} + \frac{\pi\upsilon^2\mu_2}{360} + \ldots + \frac{\pi\upsilon^2\mu_\nu}{360}$$

$$= \frac{\pi\upsilon^2}{360}(\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_\nu) \qquad \textbf{(1)}$$

$$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_\nu = 180^\circ - \hat{A}_1 + 180^\circ - \hat{A}_2 + \ldots + 180^\circ - \hat{A}_\nu$$

$$= \nu\cdot 180^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \ldots + \hat{A}_\nu)$$

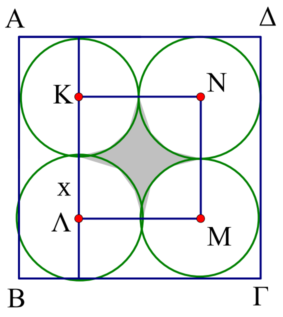
$$= \nu\cdot 180^\circ - (180^\circ\nu - 360^\circ) = 360^\circ$$

$$(1) \Rightarrow \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_\nu = \frac{\pi\upsilon^2}{360}360^\circ = \pi\upsilon^2$$

4.

Στο εσωτερικό τετραγώνου γράφουμε τέσσερις ίσους κύκλους πουν εφάπτονται μεταξύ τους εξωτερικά και εφάπτονται των πλευρών του τετραγώνου. Να υπολογισθεί, ως συνάρτηση της πλευράς α του τετραγώνου, το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τους τέσσερις κύκλους.

Λύση



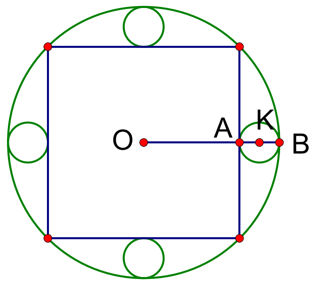
Αν x είναι η ακτίνα των ίσων κύκλων, τότε $4x = \alpha$, οπότε $x = \frac{\alpha}{4}$ και ΚΛΜΝ τετράγωνο πλευράς $\frac{\alpha}{2}$.

Ζητ. εμβαδόν = (ΚΛΜΝ) – 4 (τεταρτοκύκλιο)

$$= \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \pi x^2 = \frac{\alpha^2}{4} - \pi\frac{\alpha^2}{16}$$

5.

Στο κυκλικό οικόπεδο ακτίνας $R = 40m$ του σχήματος, το εγγεγραμμένο τετράγωνο έχει το μέγιστο δυνατό εμβαδόν και πρόκειται να πλακοστρωθεί. Στα τέσσερα κυκλικά τμήματα θα τοποθετηθούν ισάριθμες κυκλικές γλάστρες με το μέγιστο δυνατό εμβαδόν επίσης, ενώ το υπόλοιπο θα φυτευθεί με γκαζόν. Να βρεθεί το εμβαδόν :



i) του μέρους που θα πλακοστρωθεί

ii) του μέρους που θα καλύπτουν οι γλάστρες

iii) του μέρους που θα φυτευθεί με γκαζόν.

Λύση

i)

Πλευρά του τετραγώνου : $\lambda_4 = R\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

Εμβαδόν του μέρους που θα πλακοστρωθεί = εμβαδόν του τετραγώνου

$$= \left(40\sqrt{2}\right)^2 = 3200 \ m^2$$

ii)

Υπολογίζουμε την ακτίνα x της κυκλικής γλάστρας

$$OA + AB = OB \Rightarrow \frac{\lambda_4}{2} + 2x = R$$

$$20\sqrt{2} + 2x = 40$$

$$10\sqrt{2} + x = 20$$

$$x = 20 - 10\sqrt{2} \Rightarrow x = 10(2 - \sqrt{2})$$

Εμβαδόν του μέρους που θα καλύπτουν οι γλάστρες = $4\pi x^2$

$$= 4\pi 100\left(2-\sqrt{2}\right)^2$$

$$= 400\pi(4 - 4\sqrt{2} + 2)$$

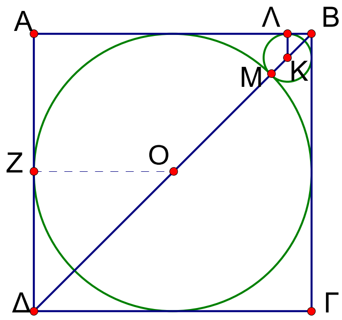
$$= 400\pi(6 - 4\sqrt{2})$$

$$= 800\pi(3 - 2\sqrt{2})$$

iii)

Εμβαδόν του μέρους που θα φυτευθεί με γκαζόν =
(4 κυκλικά τμήματα) – (4 κύκλοι ακτίνας x) =
(ο αρχικός κύκλος) – (το τετράγωνο) – (4 κύκλοι ακτίνας x) =
$\pi R^2 - 3200 - 4\pi x^2$ =
$\pi \cdot 1600 - 3200 - 800\pi(3 - 2\sqrt{2})$ =
$\pi \cdot 1600 - 3200 - 2400\pi + 1600\pi\sqrt{2}$ = $1600\pi\sqrt{2} - 800\pi - 3200$.

6.



Στο διπλανό σχήμα το τετράγωνο έχει πλευρά $\alpha = 50$ m. Να βρεθεί :

i) το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου

ii) το εμβαδόν καθενός από τους τέσσερις κύκλους που εφάπτονται εσωτερικά του τετραγώνου και εξωτερικά του εγγεγραμμένου κύκλου.

Λύση

i)

Έστω Ο το κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου και Ζ το σημείο επαφής του με την ΑΔ, δηλαδή $ΟΖ \perp ΑΔ$ άρα $ΟΖ \parallel ΒΑ \Rightarrow ΟΖ = \frac{ΒΑ}{2} = 25.$

Εμβαδόν του κύκλου (Ο, 25) $= \pi\, 25^2 = 625\pi$ m^2

ii)

Έστω (Κ, x) ο ένας από τους τέσσερις κύκλους, Μ το σημείο επαφής του με τον κύκλο Ο και Λ το σημείο επαφής του με την ΑΒ.

Τρίγωνο ΛΚΒ ορθογώνιο και ισοσκελές $\Rightarrow ΚΒ = x\sqrt{2}$

Είναι $ΟΜ + ΜΚ + ΚΒ = ΟΒ = \frac{ΔΒ}{2} = \frac{50\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2} \Rightarrow$

$$25 + x + x\sqrt{2} = 25\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$x(\sqrt{2} + 1) = 25\sqrt{2} - 25 \Rightarrow$$

$$x = \frac{25\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}+1} = \frac{25\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{25\left(2-2\sqrt{2}+1\right)}{2-1} = 25(3-2\sqrt{2})$$

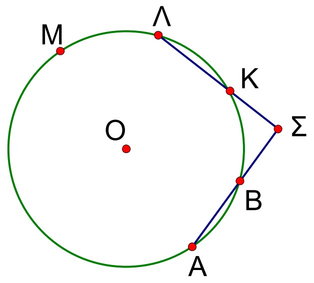
Εμβαδόν του κύκλου (Ο, x) $= \pi x^2 = \pi\, 625\left(3-2\sqrt{2}\right)^2$

$$= 625\pi(9 - 12\sqrt{2} + 8) =$$

$$= 625\pi(17 - 12\sqrt{2}) \text{ m}^2$$

7.
Να βρεθεί η μικρότερη γωνία που σχηματίζουν οι προεκτάσεις των πλευρών ενός κανονικού δεκαπενταγώνου.

Λύση



Έστω ΑΒ και ΚΛ δύο τυχαίες πλευρές του κανονικού δεκαπενταγώνου και Σ το σημείο τομής τους.

Σε κάθε πλευρά αντιστοιχεί τόξο $\frac{360^0}{15} = 24^o$

Έστω $\nu \geq 7$ πλευρές του καν. δεκαπενταγώνου έχουν τα άκρα τους στο τόξο $\overset{\frown}{\Lambda M A}$.
Τότε $15 - \nu - 2 = 13 - \nu$ πλευρές θα έχουν τα άκρα τους στο τόξο $\overset{\frown}{KB}$.

Άρα $\overset{\frown}{\Lambda M A} = 24\nu$ σε μοίρες και $\overset{\frown}{KB} = 24(13 - \nu) = 312 - 24\nu$

$$\text{Είναι } \hat{\Sigma} = \frac{\overset{\frown}{\Lambda M A} - \overset{\frown}{KB}}{2} = \frac{24\nu - (312 - 24\nu)}{2} = \frac{24\nu - 312 + 24\nu}{2} = \frac{48\nu - 312}{2} = 24\nu - 156$$

Για να έχουμε τη μικρότερη γωνία $\hat{\Sigma}$, θα πρέπει να έχουμε τη μικρότερη τιμή του ν.
Άρα $\nu = 7$. Οπότε $\hat{\Sigma} = 24 \cdot 7 - 156 = 168 - 156 = 12^o$

8.

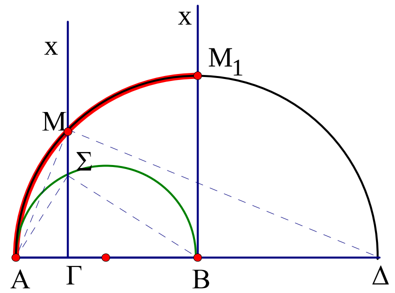
Θεωρούμε ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και σημείο της Γ. Μεταβλητή ημιευθεία Γx κάθετη στην ΑΒ τέμνει το ημικύκλιο στο σημείο Σ. Πάνω στη Γx παίρνουμε σημείο Μ, ώστε να ισχύει $AM^2 = 2\,A\Sigma^2$ και φέρουμε ευθεία κάθετη στην ΑΜ στο Μ, που τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο Δ. Τότε

i) να αποδείξετε ότι $A\Delta = 2AB$

ii) να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου Μ, καθώς η ημιευθεία Γx μεταβάλλεται

iii) να αποδείξετε ότι το μήκος της γραμμής που γράφει το Μ ισούται με το μήκος του ημικυκλίου διαμέτρου ΑΒ.

Λύση



i)

Τρ. ΜΑΔ : $AM^2 = A\Delta \,.\, A\Gamma$

Τρ. ΣΑΒ : $A\Sigma^2 = AB \,.\, A\Gamma$

Η υπόθεση $AM^2 = 2\,A\Sigma^2$ γίνεται

$A\Delta \cdot A\Gamma = 2\,AB \cdot A\Gamma \quad \Rightarrow$

$A\Delta = 2AB$

ii)

$A\hat{M}\Delta = 90^o \quad \Rightarrow$

Το Μ βρίσκεται στο ημικύκλιο διαμέτρου ΑΔ επειδή όμως βρίσκεται και στην Γx με οριακές θέσεις του Γ τα σημεία Α και Β ο γεωμετρικός τόπος του Μ είναι το τεταρτοκύκλιο $B\,\overset{\frown}{AMM_1}$

iii)

Μήκος του τεταρτοκυκλίου $B\,\overset{\frown}{AMM_1} = 2\pi\,\dfrac{AB}{4} = \pi\,\dfrac{AB}{2}$ **(1)**

Μήκος του ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ $= \dfrac{1}{2}\,2\pi\,\dfrac{AB}{2} = \pi\,\dfrac{AB}{2}$ **(2)**

Από τις (1), (2) $\Rightarrow$ το ζητούμενο

9.

Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου $ΒΟΓ = 2R$, τυχαίο σημείο του $Δ$ και το μέσο $Α$ του τόξου $\overset{\frown}{ΒΔ}$.

i) Αν $ε_1$, $ε_2$ είναι τα εμβαδά των κυκλικών τμημάτων των χορδών $ΑΓ$, $ΑΒ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $ε_1 - ε_2 = (\overset{\frown}{ΟΓΔ})$, όπου $(\overset{\frown}{ΟΓΔ})$ το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $\overset{\frown}{ΟΓΔ}$.

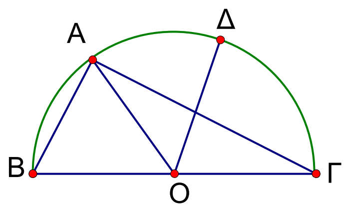
ii) Να αποδείξετε ότι ο μέγιστος κύκλος που εγγράφεται στο κυκλικό τμήμα χορδής $ΑΓ$ είναι αυτός που εφάπτεται στο μέσο της χορδής $ΑΓ$.

iii) Έστω $Ε_1$, $Ε_2$ τα εμβαδά των μέγιστων κύκλων των εγγεγραμμένων στα κυκλικά τμήματα χορδών $ΑΓ$, $ΑΒ$ αντίστοιχα.

α) να αποδείξετε ότι $Ε_1 + Ε_2 \le \frac{πR^2}{4}$

β) αν $\overset{\frown}{ΒΔ} = 120^o$, να αποδείξετε ότι $Ε_1 + (7 + 4\sqrt{3})Ε_2 = \frac{πR^2}{8}$

Λύση



i)

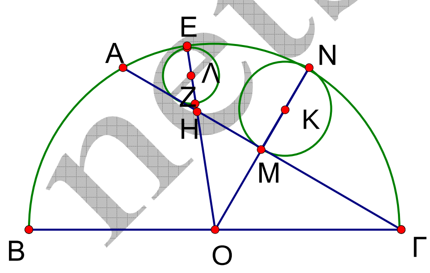
$$ε_1 - ε_2 = [(\text{κ. τομέας } \overset{\frown}{ΟΑΓ}) - (ΟΑΓ)] - [(\text{κ. τομέας } \overset{\frown}{ΟΑΒ}) - (ΟΑΒ)] =$$

$$= (\text{κ. τομέας } \overset{\frown}{ΟΑΓ}) - (ΟΑΓ) - (\text{κ. τομέας } \overset{\frown}{ΟΑΔ}) + (ΟΑΒ) =$$

$$= (\text{κ. τομέας } \overset{\frown}{ΟΓΔ})$$

Σημείωση : Είναι $(ΟΑΓ) = (ΟΑΒ)$ διότι η $ΑΟ$ είναι διάμεσος του τριγώνου $ΑΒΓ$.

ii)



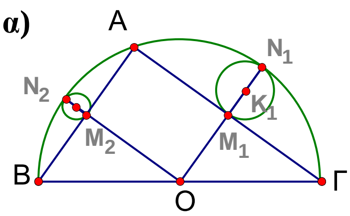
Έστω $Κ$ ο κύκλος που εγγράφεται στο κυκλικό τμήμα χορδής $ΑΓ$ στο μέσο $Μ$ της χορδής και $Ν$ το σημείο επαφής.

Έστω επίσης $Λ$ ο τυχαίος κύκλος που εγγράφεται στο κυκλικό τμήμα χορδής $ΑΓ$, $Ε$ το σημείο επαφής, $Ζ$ η τομή η τομή της $ΟΕ$ με τον κύκλο και $Η$ η τομή της $ΟΕ$ με την $ΑΓ$.

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $ΕΖ \le ΝΜ$

$$ΕΖ = ΕΟ - ΖΗ - ΗΟ \le ΕΟ - ΗΟ \le ΕΟ - ΜΟ = ΝΟ - ΜΟ = ΝΜ$$

iii) α)



$$Ε_1 + Ε_2 \le \frac{πR^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$π\left(\frac{Μ_1Ν_1}{2}\right)^2 + π\left(\frac{Μ_2Ν_2}{2}\right)^2 \le \frac{πR^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$M_1N_1^2 + M_2N_2^2 \le R^2$$

$$(R - OM_1)^2 + (R - OM_2)^2 \le R^2$$

$$R^2 - 2R\ OM_1 + OM_1^2 + R^2 - 2R\ OM_2 + OM_2^2 \le R^2$$

∗ Με Πυθαγόρειο είναι $OM_1^2 + OM_2^2 = R^2$

$$3R^2 - 2R\,(OM_1 + OM_2) \le R^2$$

$$2R^2 \le 2R\,\left(\frac{AB}{2} + \frac{A\Gamma}{2}\right)$$

$$2R \le AB + A\Gamma$$

$$B\Gamma \le AB + A\Gamma$$

που ισχύει από την τριγωνική ανισότητα

iii) β)

$\overset{\frown}{B\Delta} = 120^o \Rightarrow \overset{\frown}{BA} = 60^o$ και $\overset{\frown}{A\Gamma} = 120^o \Rightarrow A\Gamma = \lambda_3$ και $BA = \lambda_6$.

Οπότε $M_1N_1 = ON_1 - OM_1 = R - \alpha_3 = R - \frac{R}{2} = \frac{R}{2}$

και $M_2N_2 = ON_2 - OM_2 = R - \alpha_6 = R - \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R}{2}(2 - \sqrt{3})$

$$E_1 + (7 + 4\sqrt{3})E_2 = \frac{\pi R^2}{8} \Leftrightarrow \pi\left(\frac{M_1N_1}{2}\right)^2 + (7 + 4\sqrt{3})\,\pi\left(\frac{M_2N_2}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{8}$$

$$\left(\frac{R}{4}\right)^2 + (7 + 4\sqrt{3})\left(\frac{R(2-\sqrt{3})}{4}\right)^2 = \frac{R^2}{8}$$

$$\frac{R^2}{16} + (7 + 4\sqrt{3})\,\frac{R^2\left(4 - 4\sqrt{3} + 3\right)}{16} = \frac{R^2}{8}$$

$$1 + (7 + 4\sqrt{3})\,(7 - 4\sqrt{3}) = 2$$

$$7^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2 = 2 - 1$$

$49 - 48 = 1$ που ισχύει

10.

Δύο ίσοι κύκλοι με κέντρα Ο και Ο΄ αντίστοιχα εφάπτονται εξωτερικά στο Α. Φέρουμε δύο ακτίνες ΟΒ και Ο΄Β΄ παράλληλες μεταξύ τους και στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ΟΟ΄. Κατασκευάζουμε εξωτερικά από τους δύο κύκλους το ημικύκλιο διαμέτρου ΒΒ΄. Να αποδείξετε ότι :

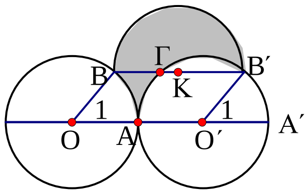
i) $(O\overset{\frown}{AB}) = (O'\overset{\frown}{B'A'})$ όπου Α΄ το αντιδιαμετρικό του Α στον Ο΄,

ii) $(O\overset{\frown}{AB}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) = (O'\overset{\frown}{AA'})$,

iii) $(O\overset{\frown}{AB}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) = (K\overset{\frown}{BB'})$ όπου Κ το μέσο του ΒΒ΄,

iv) το εμβαδόν ε του καμπυλόγραμμου σχήματος με πλευρές τα τόξα $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BB'}$ και $\overset{\frown}{AB'}$ είναι ίσο με το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΟΒΒ΄Ο΄. Αν τα Β, Β΄ κινούνται πάνω στους κύκλους, ώστε οι ακτίνες ΟΒ και Ο΄Β΄ να διατηρούν τις αρχικές ιδιότητες, σε ποια θέση των Β, Β΄ το εμβαδόν γίνεται μέγιστο;

Λύση



i)

$OB \parallel O'B' \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}'_1 \Rightarrow (O\overset{\frown}{AB}) = (O'\overset{\frown}{B'A'})$

ii)

$(O\overset{\frown}{AB}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) = (O'\overset{\frown}{B'A'}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) =$
$= (O'\overset{\frown}{AA'})$

iii)

$(O\overset{\frown}{AB}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) = (O'\overset{\frown}{AA'}) = (K\overset{\frown}{BB'})$ (ίσες διάμετροι)

iv)

Έστω Γ το δεύτερο σημείο τομής της ΒΒ΄ με τον κύκλο Ο΄ και ε_1 το εμβαδόν του μικτογράμμου τριγώνου ΑΒΓ.

$\varepsilon = (K\overset{\frown}{BB'}) + \varepsilon_1 -$ (κυκλικό τμήμα ΓΒ΄)

$= (O\overset{\frown}{AB}) + (O'\overset{\frown}{AB'}) + \varepsilon_1 -$ (κυκλικό τμήμα ΓΒ΄) $=$ (ΟΒΒ΄Ο΄)

Το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου σχήματος γίνεται μέγιστο, όταν γίνεται μέγιστο το εμβαδόν του παραλληλογράμμου (ΟΒΒ΄Ο΄).

Επειδή, όμως, το παραλληλόγραμμο έχει σταθερή βάση ΟΟ΄, το εμβαδόν του θα γίνεται μέγιστο, όταν γίνεται μέγιστο το ύψος του, το οποίο συμβαίνει όταν οι ΟΒ, Ο΄Β΄ γίνονται κάθετες στην ΟΟ΄.